أتدرب وأحل المسائل

احتمال المتغير العشوائي الطبيعي باستعمال الجداول

إذا كان X متغيراً عـشوائياً طبيعياً، وسطه الحسابي 224، وانحرافه المعياري 6، فأجد القيمة المعيارية z التي تقابل قيمة x في كل مما يأتي:

1) $x=239$

$z=\frac{239-224}{6}=2.5$

2) $x=200$

$z=\frac{200-224}{6}=-4$

3) $x=224$

$z=\frac{224-224}{6}=0$

إذا كان: $X\sim N(30,100)$، فأجد كل احتمال مما يأتي، مستعملاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

4) $P(X<35)$

$X\sim N(30,10^2)$ $P(X<35)=P(Z<\frac{35-30}{10})=P(Z<0.5)=0.6915$

5) $P(X>38)$

$P(X>38)=P(Z>\frac{38-30}{10})=P(Z>0.8)=1-P(Z<0.8)=1-0.7881=0.2119$

6) $P(35<X<40)$

$P(35<X<40)=P(\frac{35-30}{10}<Z<\frac{40-30}{10})=P(0.5<Z<1)=P(Z<1)-P(Z<0.5)=0.8413-(1-0.6915)=0.5793-0.3085=0.2708$

7) $P(X<20)$

$P(X<20)=P(Z<\frac{20-30}{10})=P(Z<-1)=1-P(Z<1)=1-0.8413=0.1587$

(P(15<X<32) (8

P(15<X<32)=P(15−3010<Z<32−3010)=P(−1.5<Z<0.2)=P(Z<0.2)−P(Z<−1.5)=P(Z<0.2)−(1−P(Z<1.5))=0.5793−(1−0.9332)=0.5793−0.0668=0.5125

(P(17<X<19) (9

P(17<X<19)=P(17−3010<Z<19−3010)=P(−1.3<Z<−1.1)=P(Z<−1.1)−P(Z<−1.3)=1−P(Z<1.1)−(1−P(Z<1.3))=1−0.8643−(1−0.9032)=0.1357−0.0968=0.0389

إذا كان: X~N(154,144)، فأجد كل احتمال مما يأتي، مستعملاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

(P(X<154) (10

X~N(154,122)P(X<154)=P(Z<154−15412)=P(Z<0)=0.5

(P(X>160) (11

P(X>160)=P(Z>160−15412)=P(Z>0.5)=1−P(Z<0.5)=1−0.6915=0.3085

(P(140<X<155) (12

P(140<X<155)=P140−15412<Z<155−15412=P(−1.17<Z<0.08)=P(Z<0.08)−P(Z<−1.17)=P(Z<0.08)−(1−P(Z<1.17))=0.5319−(1−0.8790)=0.1357−0.1210=0.0147

قياس: ينبع محيط خصر 1200 شخص توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 78cm، وانحرافه المعياري 5cm

(13) أجد نسبة الأشخاص الذين يقل محيط الخصر لكل منهم عن 70cm

X~N(78,52)P(X<70)=P(Z<70−785)=P(Z<−1.6)=1−P(Z<1.6)=1−0.9452=0.0548

منهاجي
متعة التعليم الهادف

نسبة الأشخاص الذين يقل محيط الخصر لكل منهم عن 70cm هي 0.0548

(14) أجد عدد الأشخاص الذين يتراوح محيط الخصر لكل منهم بين 70cm و 80cm

P(70<X<80)=P(70−785<Z<80−785)=P(−1.6<Z<0.4)=P(Z<0.4)−P(Z<−1.6)=P(Z<0.4)−(1−P(Z<1.6))=0.6554−(1−0.9452)=0.6554−0.0548=0.6006

نسبة الأشخاص الذين يتراوح محيط الخصر لكل منهم بين 70cm و 80cm هي 0.6006

n=1200×0.6006=720.72≈721

عدد الأشخاص الذين يتراوح محيط الخصر لكل منهم بين 70cm و 80cm هو 721 شخصاً.

$\int \frac{1}{(x+1)^2}\,dx$ $\int \frac{1}{\sqrt{x-1}}\,dx$ $\int \frac{1}{x+1}\,dx$ $\int (x-1)^3\,dx$ ب ط ا

ريات: تنتج إحدى الشركات بطاريات من نوع AA، ويتبع عمر هذه البطاريات توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 25 ساعة، وانحرافه المعياري 1.5 ساعة. إذا اخترت بطارية عشوائياً، فأجد كلا مما يأتي:

(15) احتمال أن يكون عمر البطارية أكثر من 28 ساعة.

X~N(25,1.52)P(X>28)=P(Z>28−251.5)=P(Z>2)=1−P(Z<2)=1−0.9772=0.0228

احتمال أن يكون عمر البطارية أكثر من 28 ساعة هو 0.0228

(16) احتمال أن يكون عمر البطارية أكثر من 20 ساعة.

P(X>20)=P(Z>20−251.5)=P(Z>−3.33)=1−P(Z<3.33)=1−0.9996=0.0004

احتمال أن يكون عمر البطارية أكثر من 20 ساعة هو 0.0004

(17) احتمال أن يتراوح عمر البطارية بين 22 ساعة و 25 ساعة.

$P(22<X<25)=P(22-251.5<Z<25-251.5)=P(-2<Z<0)=P(Z<0)-P(Z<-2)=P(Z<0)-(1-P(Z<2))=0.5-(1-0.9772)=0.5000-0.0228=0.4772$

احتمال أن يتراوح عمر البطارية بين 22 ساعة و 25 ساعة هو 0.4772

إدارة السير: في دراسة لإدارة السير، تبين أن سرعة السيارات على أحد الطرق تتبع توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 68.5km/h، وانحرافه المعياري 5km/h. إذا كانت السرعة القصوى المحددة على هذا الطريق هي 70km/h، وكان العدد الكلي للسيارات التي تسير على هذا الطريق في أحد الأيام هو 1300 سيارة ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تباعاً:

السرعة	درجة المخالفة
km/h(75-85)	الأولى
أكثر من km/h(85)	الثانية

(18) أجد العدد التقريبي للسيارات التي ستتجاوز السرعة المحددة على الطريق في هذا اليوم.

$X\sim N(68.5,52)P(X>70)=P(Z>70-68.55)=P(Z>0.3)=1-P(Z<0.3)=1-0.6179=0.3821n=1300\times 0.3821=496.73\approx 497$

العدد التقريبي للسيارات التي ستتجاوز السرعة المحددة على الطريق في هذا اليوم هو 497 سيارة.

(19) إذا كان نظام المراقبة على هذا الطريق يرصد مخالفات من درجتين بحسب مقدار تجاوز الحد الأقصى للسرعة كما في الجدول المجاور، فأجد عدد المخالفات التي سجلت من كل درجة في هذا اليوم.

$P(75<X<85)=P(75-68.55<Z<85-68.55)=P(1.3<Z<3.3)=P(Z<3.3)-P(Z<1.3)=0.9995-0.9032=0.0963$ $n=1300\times0.0963=125.19\approx125$

عدد المخالفات التي سجلت من الدرجة الأولى في هذا اليوم هي 125

$P(X>85)=P(Z>85-68.55)=P(Z>3.3)=1-P(Z<3.3)=1-0.9995=0.0005$ $n=1300\times0.0005=0.65\approx1$

عدد المخالفات التي سجلت من الدرجة الثانية في هذا اليوم هو مخالفة واحدة تقريباً.