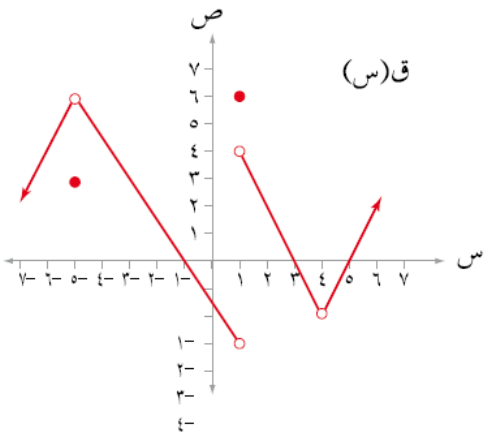
إجابات تمارين ومسائل الدرس

الاتصال عند نقطة

١) معتمدًا الشكل (١–٢٧) الذي يمثل منحنى الاقتران ق، ما قيم س التي يكون عندها ق غير متصل مع ذكر السبب ؟



الشكل (١–٢٧)

الحل

الاقتران ق غير متصل عند س = ٤ ، ١ ، ٥-

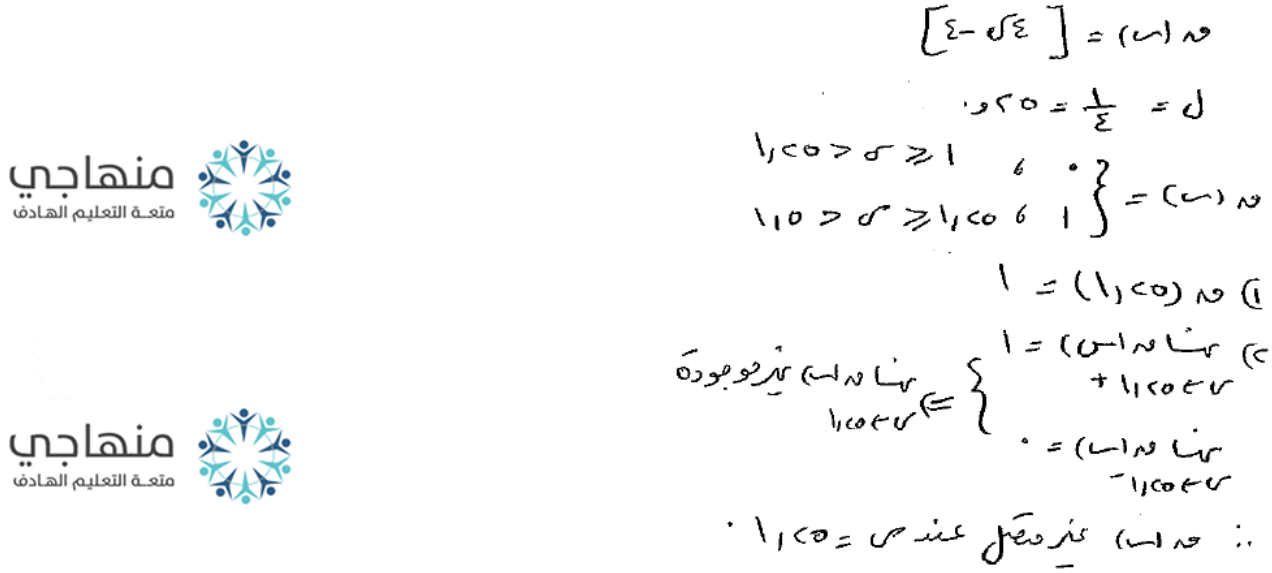
السبب : ق(٤) غير معرف

نها ق(س) غير موجودة
س←٤

نها ق(س) ≠ ق(٥-)
س←٥-

٢) إذا كان ق(س) = [٤ س − ٤] ،فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ١,٢٥

الحل



---

٣) ابحث في اتصال الاقتران ق(س) = $\frac{١ - س^{٢}}{س - ١}$ عند س = ١

الحل

ق (١) غير معرف ⟸

ق (س) غير متصل عند س = ١

---

٤) ابحث في اتصال الاقتران هـ (س) = $\frac{س^{٢} - ٤}{س - ٢}$ عند س = ٢

الحل

هـ (س) = $\frac{س^{٢} - ٤}{س - ٢}$ عند س = ٢

هـ (٢) غير معرف ⟸ هـ (س) غير متصل عند س = ٢

---

٥) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{|\text{ظا س}|}{\text{س}} & ، \text{س} > ٠ \\ ١ - \text{جتاس} & ، \text{س} \leq ٠ \end{cases}$

الحل

ق(س) = $\begin{cases} \frac{-\text{ظا س}}{\text{س}} & ، \text{س} > ٠ \\ ١ - \text{جتاس} & ، \text{س} \leq ٠ \end{cases}$

١) ق(٠) = ١ - جتا٠ = ١ - ١ = صفر

٢) $\lim_{\text{س} \to ٠^+}$ ق(س) = ١ - ١ = صفر

$\lim_{\text{س} \to ٠^-}$ ق(س) = $\lim_{\text{س} \to ٠^-} \frac{-\text{ظا س}}{\text{س}}$ = -١

∴ $\lim_{\text{س} \to ٠}$ ق(س) غير موجودة

∴ ق(س) غير متصل عند س = ١

٦) إذا كان ل(س) = $\begin{cases} \sqrt{\text{س} - ٣} & ، \text{س} > ٣ \\ |\text{س}^٢ - ٩| & ، \text{س} \geq ٣ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ل عند س = ٣

الحل

١) ل(٣) = صفر

٢) $\lim_{\text{س} \to ٣^+}$ ل(س) = صفر

$\lim_{\text{س} \to ٣^-}$ ل(س) = صفر

∴ $\lim_{\text{س} \to ٣}$ ل(س) = صفر

٣) $\lim_{\text{س} \to ٣}$ ل(س) = ل(٣)

∴ ل(س) متصل عند س = ٣

٧) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{|س-٢|}{س-٢} & ، س \neq ٢ \\ ٥ & ، س = ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س=٢

الحل

$|س-٢| = \begin{cases} س-٢ & ، س \geq ٢ \\ -(س-٢) & ، س < ٢ \end{cases}$

عند س = ٢

$ق(س) = \begin{cases} \frac{س-٢}{س-٢} = ١ & ، س \neq ٢ \\ ٥ & ، س = ٢ \end{cases}$

١) ق(٢) = ٥

٢) $\lim_{س \to ٢} ق(س) = ١$

٣) $\lim_{س \to ٢} ق(س) \neq ق(٢)$ ⇐ ق غير متصل عند س=٢

---

٨) إذا كان ك(س) = $\begin{cases} ٦+س & ، س \geq -٢ \\ ٢-س & ، -٢ \leq س < ٢ \\ ٢س-١ & ، س \leq ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ك عند س= ٢

الحل

١) ك(٢) = ٢×٢-١ = ٣

٢) $\lim_{س \to ٢^+} ك(س) = ٣$

$\lim_{س \to ٢^-} ك(س) = ٢-٢ = ٠$

$\lim_{س \to ٢} ك(س)$ غير موجودة ⇐ $\lim_{س \to ٢} ك(س)$ غير

⇐ ك(س) غير متصل عند س=٢

٩) إذا كان ع (س) = $\begin{cases} \frac{أ}{س} + س^{٢} & ، \quad ٠ < س \geq ٢ \\ [س] + ٣ & ، \quad ٢ < س < ٣ \\ ٧ & ، \quad س = ٣ \end{cases}$

متصلًا عند س = ٢ ، فجد قيمة الثابت أ.

الحل

ع (س) متصل عند س = ٢

$\lim_{س \to ٢^{-}}$ ع (س) = $\lim_{س \to ٢^{+}}$ ع (س)

$\frac{أ}{٢} + ٤ = ٣ + ٢$

$\frac{أ}{٢} + ٤ = ٥$

$\frac{أ}{٢} = ١ \Longleftarrow أ = ٢$

---

١٠) إذا كان ل(س) = $\begin{cases} \frac{س^{٣} + س^{٢} + ٢س - ٤}{س - ١} & ، \quad س \neq ١ \\ ٥س - ١ & ، \quad س = ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ل عند س = ١

الحل

١) ل(١) = ٥ × ١ − ١ = ٤

٢) $\lim_{س \to ١}$ ل(س) = $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٣} + س^{٢} + ٢س - ٤}{س - ١}$

$= \lim_{س \to ١} \frac{(س - ١)(س^{٢} + ٢س + ٤)}{(س - ١)}$

= ١ + ٢ + ٤ = ٧

٣) ل(١) ≠ $\lim_{س \to ١}$ ل(س) ∴ ل(س) غير متصل عند س = ١

١١) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢}+س & ، س<٢ \\ [س+٤] & ، س=٢ \\ \sqrt{س^{٢}+٥}+\frac{٦}{س} & ، س>٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٢

الحل

١) ق(٢) = [٢+٤] = ٦

٢) $\lim_{س \to ٢^{+}}$ ق(س) = $\sqrt{٤+٥}+\frac{٦}{٢}$ = ٣+٣ = ٦

$\lim_{س \to ٢^{-}}$ ق(س) = ٢^٢ + ٢ = ٦

$\lim_{س \to ٢^{+}}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٢^{-}}$ ق(س) = ٦

٣) $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ق(٢)

∴ ق متصل عند س = ٢

---

١٢) إذا كان ل(س) = $\begin{cases} س^{٢}+ب & ، ٠ \leq س<٢ \\ |س|-٥ & ، ٢ \leq س \leq ٣ \end{cases}$

فجد قيمة الثابت ب التي تجعل الاقتران ل متصلاً عند س = ٢

الحل

$\lim_{س \to ٢^{+}}$ ل(س) = $\lim_{س \to ٢^{-}}$ ل(س)

٢ - ٥ = ٤ + ب ⇐ ٤ + ب = -٣

⇐ ب = -٧

١٣) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣س + ٥ & ، \quad س \in ص \\ ٢س^{٢} - ٤ & ، \quad س \notin ص \text{ حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة} \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٣

الحل

١) ق(٣) = ٣×٣ + ٥ = ١٤

٢) $\lim_{س \to ٣^{+}}$ ق(س) = ١٤

٣) $\lim_{س \to ٣^{-}}$ ق(س) = ق(٣)

∴ ق متصل عند س = ٣