المركز الوطني لتطوير المناهج والتقويم
National Center for Curriculum Development and Evaluation

الرياضيات

الصف السابع - كتاب الطالب

الفصل الدراسي الأول

7

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

د. عيسى عبد الوهاب الطراونة   إبراهيم أحمد عمايرة   د. أحمد عبد السميع طبية

هبه ماهر التميمي (منسقًا)

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج والتقويم

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج والتقويم استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

06-5376262 / 237   06-5376266   P.O.Box: 2088 Amman 11941

@nccdjor   feedback@nccd.gov.jo   www.nccd.gov.jo

قـرَّرت وزارة التربيـة والتعليـم تدريـس هذا الكتـاب في مدارس المملكـة الأردنية الهاشـمية جميعها، بنـاءً على قـرار المجلس الأعلى للمركـز الوطنـي لتطويـر المناهـج والتقويـم في جلسـته رقـم (2020/4)، تاريـخ 2020/6/11 م، وقـرار مجلس التربيـة والتعليـم رقم (2020/54) تاريـخ 2020/6/24 م، بـدءًا مـن العـام الـدراسي 2020 / 2021 م.

- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development and Evaluation. Amman - Jordan
- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development and Evaluation. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 356 - 2

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2022/4/2046)

375.001

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

الرياضيـات: الصـف السـابع: كتاب الطالـب (الفصل الدراسـي الأول)/ المركـز الوطني لتطويـر المناهـج. - ط2؛ مزيدة ومنقحـة.- عمـان: المركز، 2022

(128) ص.

ر.إ.: 2022/4/2046

الواصفات: / الرياضيات/ / التعليم الإعدادي/ / المناهج/

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مُصنَّفه، ولا يعبّر هذا المُصنَّف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

British Library Cataloguing -in- Publication Data
A catalogue record for this publication is available from the Library.

الطبعة الأولى 1441 هـ / 2020 م
الطبعة الثانية 1447 هـ / 2026 م

المقدمة

الحمد لله ربّ العالمين، والصلاة والسلام على أشـرف الأنبياء والمرسلين، وبعد؛ فانطلاقًا من إيمان المملكة الأردنية الهاشـمية الراسخ بأهمية تنمية قدرات الإنسان الأردني، وتسـليحه بالعلم والمعرفة؛ سعى المركز الوطني لتطوير المناهج والتقويم، بالتعاون مع وزارة التربية والتعليم، إلى تحديث المناهج الدراسـية وتطويرها، لتكون معينًا على الارتقاء بمستوى الطلبـة المعرفي، ومجاراة الأقران في الدول المتقدمة. ولمّا كانت الرياضيات إحدى أهم المواد الدراسـية التي تنمّي لدى الطلبة مهارات التفكير وحَلِّ المشـكلات، فقد أَوْلى المركز هذا المبحث عناية كبيرةً، وحرص على إعداد كتب الرياضيات وفق أفضل الطرائق المُتَّبَعة عالميًّا على أيدي خبرات أردنية؛ لضمان انسجامها مع القيم الوطنية الراسخة، وتلبيتها لحاجات طلبتنا.

ورُوعي في إعداد كتب الرياضيات تقديم المحتوى بصورة سلسـة، ضمن سـياقات حياتية شـائقة، تعزز دافعية الطلبة نحو التعلم، وكذلك إبراز خطة حلّ المسـألة، وإفراد دروس مسـتقلة لها تتيح للطلبة التـدرُّب على أنواع مختلفة من هذه الخطط وتطبيقها في مسائل متنوعة. وتمّ التأكيد على توظيف التكنولوجيا بشكل حصيف بوصفها أداة فاعلة في بناء المفاهيم الرياضية وتطوير المهارات التقنية لدى الطلبة، كما احتوت الكتب على أنشـطة مفاهيمية تُسهم بشكل فاعل في استكشاف المفاهيم الرياضية لدى الطلبة وتعميق فهمهم لها. وقد احتوت الكتب على مشروع لكل وحدة؛ لتعزيز تعلُّم الطلبة المفاهيم والمهارات الواردة فيها وإثرائها، ولأن التدريب المكثّف على حلّ المسـائل يُعدّ إحدى أهم طرق ترسيخ المفاهيم الرياضية وزيادة الطلاقة الإجرائية لدى الطلبـة؛ فقد أُعدّ كتاب التمارين على نحو يقدّم للطلبة ورقة عمل في كل درس، تُحلّ بعضُها واجبًا منزليًّا، أو داخل الغرفة الصفية إن توافر الوقت الكافي. ولأنّنا ندرك جيدًا حرص الكوادر التعليمية الأردنية على تقديم أفضل ما لديها للطلبة؛ فقد جاء كتاب التمارين أداةً مساعدة توفّر عليها جهد إعداد أوراق العمل وطباعتها.

وانطلاقًا من أهمية الاتساق والتتابع في بناء تعلُّم الرياضيات، روعي في إعداد هذا الكتاب أن يكون جزءًا من بنية منهجية موحّدة تمتد عبر الصفوف الدراسـية المتتابعة، بحيث تتدرّج المفاهيم والمهارات بصورة مترابطة ومنظمة، وتبنى الخبرات الجديدة على ما سـبقها من تعلُّم. ويهدف هذا التنظيم إلى ضمان سلاسـة انتقال الطلبة بين الصفوف، وتعزيز الفهم العميق للمفاهيم، وتجنُّب التكرار غير المُبرَّر أو الفجوات المعرفية، بما يسهم في تحقيق نمو رياضي متوازن ومتراكم لدى الطلبة.

ونحـن إذ نُقدِّم هذا الكتاب، نأمل أن ينال إعجاب طلبتنا والكوادر التعليمية الأردنية، ويجعل تعليم الرياضيات وتعلُّمها أكثر متعةً وسهولةً، ونعد بأنْ نستمرَّ في تحسين هذا الكتاب في ضوء ما يصلنا من ملاحظات.

المركز الوطني لتطوير المناهج والتقويم

قائمةُ المحتوياتِ

قائمةُ المحتوياتِ

الوحدةُ 1

الأعدادُ النِّسبيَّةُ

ما أهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

حينَ يقيسُ الطَّبيبُ قوَّةَ نظرِ الشّخصِ ذي البصرِ السّليمِ فإنَّهُ يكتبُ نتيجةَ الفحْصِ بالصّورةِ $\frac{6}{6}$. وقدْ يخطرُ على بالي سؤالٌ مفادُهُ: لِماذا لا يُخْتَصَرُ هذا العددُ؟ إنَّ هذا نوعٌ خاصٌّ منَ الأعدادِ سأتعلَّمُهُ في هذهِ الوحدةِ.

تعلَّمْتُ سابِقًا:

- ✓ جمْعَ الكسورِ وطَرحَها.
- ✓ تمييزَ مجموعةِ الأعدادِ الكليّةِ، وإجراءَ العمليّاتِ عليْها.
- ✓ تمييزَ مجموعةِ الأعدادِ الصحيحةِ، وإجراءَ العمليّاتِ عليْها.

سأتعلّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- تمييزَ مجموعةِ الأعدادِ النسبيّةِ، وإجراءَ العمليّاتِ عليْها.
- كتابةَ الأعدادِ النسبيّةِ بالصّورةِ العشريّةِ.
- مقارنةَ الأعدادِ النسبيّةِ، وترتيبَها.

مشروعُ الوحدةِ: الأعدادُ النسبيّةُ في السوقِ

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الذي نطبِّقُ فيه ما سنتعلَّمُهُ في هذهِ الوحدةِ لِجمْعِ أعدادٍ مكتوبةٍ على أشياءَ مختلفةٍ حولَنا، ثمَّ إجراءِ بعضِ العمليّاتِ الحِسابيَّةِ عليها.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1. أَبْحَثُ عنْ أعدادٍ نسبيَّةٍ مكتوبةٍ على أشياءَ حولي، مثلِ: المعلَّباتِ، والأجهزةِ، والصُّحفِ، وعُلَبِ الأدويةِ، وغيرِ ذلكَ، مراعيًا أنْ تحتويَ على كلٍّ مِمّا يأتي: ثلاثةِ أعدادٍ نسبيَّةٍ سالبةٍ، وخمسةِ أعدادٍ كليّةٍ، وثلاثةِ كسورٍ، وثلاثةِ أعدادٍ كسريَّةٍ، وخمسةِ كسورٍ عشريَّةٍ. ومنَ المهمِّ التِقاطُ صورٍ تُبيِّنُ موقعَ هذهِ الأعدادِ لِتضمينِها في مشروعي.

2. **أنشِئُ جَدولًا:** أكتبُ في العمودِ الأوَّلِ الأعدادَ الَّتي جمعتُها، وفي الثّاني أكتبُ كلَّ عددٍ على الصورةِ $\frac{a}{b}$، أمّا في الثالثِ فأكتبُ القيمةَ المُطْلَقةَ لكلِّ عددٍ.

العددُ النِّسبيُّ	العددُ على صورةِ $\frac{a}{b}$	القيمةُ المُطلقةُ

3. أُرتِّبُ الأعدادَ الّتي جمعتُها ترتيبًا تنازليًّا، وأبيِّنُ خُطُواتِ الحلِّ.

عرضُ النتائجِ:

أُصمِّمُ مَطْوِيّةً أكتُبُ فيها ما يأتي:

- خُطُواتُ عملِ المَشروعِ، والنتائجُ الَّتي توَصَّلْتُ إليها.
- أمثلةٌ أُظْهِرُ فيها لمُعلِّمي قُدرَتي على جَمعِ الأعدادِ النّسبيَّةِ، وطَرحِها، وضَربِها، وقِسمتِها، وكتابةِ صيغةٍ مُتكافئةٍ لأيِّ عددٍ نسبيٍّ.
- مَعلومةٌ إضافيَّةٌ عَرَفْتُها عنِ الأعدادِ النّسبيَّةِ في أثناءِ عمَلي في المَشروعِ.
- بَعْضُ الصُّعوباتِ الَّتي واجَهتْني في أثناءِ عَملي في المَشروعِ، وكيفَ تغَلَّبْتُ عليْها.

الدرسُ 1 العددُ النسبيُّ

فكرةُ الدرسِ
أَتعرَّفُ العَدَدَ النِّسْبيَّ، وأُمَثِّلُهُ على خطِّ الأعدادِ.

المصطلحاتُ
العَدَدُ النِّسْبيُّ

أستكشفُ
غابةُ الأمازونِ هيَ أكبرُ غابةٍ مطَريّةٍ في العالَمِ، وتقعُ في قارّةِ أمريكا الجَنوبيّةِ، وتنتشِرُ على مِساحةِ $\frac{11}{2}$ مليونَ كيلو مترٍ مربّعٍ. ما اسمُ مجموعةِ الأعدادِ الّتي ينتمي إليها العددُ $\frac{11}{2}$؟

العددُ النِّسبيُّ (rational number) هوَ عددٌ يمكنُ التعبيرُ عنهُ بوصفهِ نسبةً بينَ عددَيْنِ صحيحَيْنِ (a و b) مكتوبةً على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$ حيثُ $b \neq 0$. لذلكَ يمكنُ أنْ يكونَ العددُ النِّسبيُّ كَسرًا فِعليًّا، أوْ غيرَ فعليٍّ، أوْ كسرًا عشريًّا، أوْ عددًا كسريًّا، أوْ عشريًّا؛ لأنَّ كلًّا منْها يمكنُ كِتابتُهُ عَلى صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$.

مثال 1
أكتبُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$:

1) $-10.6 = -10\frac{6}{10}$ أحوّلُ الكَسرَ العشريَّ إلى عددٍ كسريٍّ

$= -\frac{(10\times10)+6}{10}$ أحوّلُ العددَ الكَسريَّ إلى كسرٍ غيرِ فعليٍّ

$= -\frac{100+6}{10} = -\frac{106}{10}$ أضربُ وأجمعُ

$= -\frac{53}{5}$ أُبسِّطُ

2) $65\% = 0.65$ أحوّلُ النّسبةَ المِئويّةَ إلى كَسرٍ عشريٍّ

$= \frac{65}{100}$ أحوّلُ الكَسْرَ العَشْريَّ إلى كَسْرٍ فعليٍّ

$= \frac{13}{20}$ أُبسِّطُ

أتذكّرُ
لِكتابةِ العددِ الكسريِّ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$ فإنَّني أضربُ مقامَ الكسرِ في الجزءِ الصَّحيحِ، وأضيفُ الناتجَ إلى البسطِ، ثمَّ أكتبُ الناتجَ في بسطِ الكسرِ.

أتحقّقُ منْ فهمي:

3) $1\frac{2}{5}$ 4) 0.36 5) -6 6) 80%

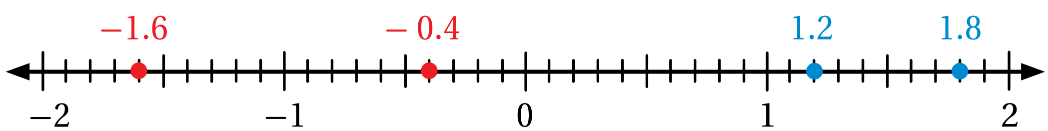
عندَ تمثيلِ الأعدادِ النِّسبيَّةِ عَلى خطِّ الأعدادِ فإنّي أختارُ تدريجًا مناسبًا بينَ الأعدادِ الصّحيحةِ.

مثال 2: منَ الحياةِ

تُمثِّلُ الأعدادُ النِّسبيَّةُ في الجدولِ المجاورِ مِقدارَ ارتفاعِ أوِ انخفاضِ أَسْهُمِ 4 شركاتٍ في سوقِ عمّانَ الماليَّةِ. أُمثِّلُ هذهِ الأعدادَ عَلى خطِّ الأعدادِ.

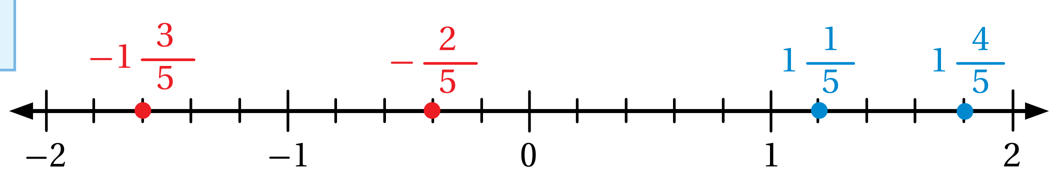
الشّركةُ	مقدارُ التّغيُّرِ
أ	1.8
ب	− 1.6
جـ	1.2
د	− 0.4

الطريقةُ 1: أرسمُ خطَّ أعدادٍ، وأضعُ عليْهِ تدريجًا مناسبًا، ثمَّ أُحدِّدُ مواقعَ الأعدادِ.



الطريقةُ 2: يمكنُني -أيضًا- أنْ أكتبَ الأعدادَ النِّسبيَّةَ على صورةِ كسورٍ فِعليَّةٍ، أوْ أعدادٍ كَسريَّةٍ، ثمَّ أُمَثِّلُها عَلى خطِّ الأعدادِ.

أتعلَّمُ
أكتبُ الكسورَ في أبسطِ صورةٍ لتصغيرِ المقاماتِ وتسهيلِ رسْمِ التدريجِ على خطِّ الأعدادِ.



أتحقَّقُ منْ فهمي:

أُمثِّلُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي على خطِّ الأعدادِ :

1. 2
2. −0.8
3. 4.6
4. −3.2

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أكتبُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$:

1. 25
2. $2\frac{1}{4}$
3. 0.07
4. −127
5. $-1\frac{2}{3}$
6. 35%

أُمثِّلُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي على خطِّ الأعدادِ:

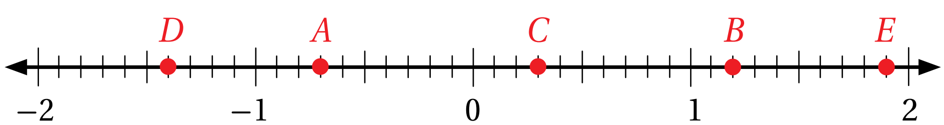
9 $-\frac{1}{5}$ 8 $1\frac{1}{3}$ 7 0.2

12 90% 11 $|-3.3|$ 10 1.6

13 **رياضةٌ:** يريدُ سَعْدٌ أنْ يتدرَّبَ عَلى (الكَراتيه) مُدَّةَ ساعةٍ يوميًّا، فَسَجَّلَ الزَّمنَ الَّذي يزيدُ على الساعةِ أوْ يَنقُصُ عنْها مدَّةَ 4 أيّامٍ باستخدامِ أعدادٍ نسبيَّةٍ كما يظهرُ في الجدولِ المجاورِ. أكتبُ كلًّا منْ هذهِ الأعدادِ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$.

اليومُ	فرقُ الزمنِ بالسّاعاتِ
السبتُ	0.7
الأحدُ	− 0.2
الإثنينُ	1.25
الثلاثاءُ	− 0.1

14 أكتبُ العددَ النّسبيَّ الذي تُمثِّلُهُ الأحرفُ A, B, C, D, E على خطِّ الأعدادِ:



15 أرسمُ خطَّ أعدادٍ منْ 0 إلى 3، وأضَعُ عليْهِ إشاراتٍ تبعدُ عنْ بعضِها 0.1، ثمَّ أستخدِمُهُ لِتمثيلِ الأعدادِ النِّسبيَّةِ 30% , $1\frac{1}{4}$, 2.1 , 2.85

16 **علومٌ:** تقعُ أصغَرُ عظْمةٍ في جسمِ الإنسانِ في الأُذنِ الوُسْطى، ويبلغُ طولُها 2.8 mm، وتُسمّى عظْمةَ الرِّكابِ. أمَثِّلُ طولَ العظْمةِ على خطِّ الأعدادِ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

17 **ما السؤالُ؟** أكتبُ سؤالًا عنْ موضوعِ درسِ اليومِ إجابتُهُ: $\frac{13}{6}$

18 **تبريرٌ:** تعلَّمْتُ سابقًا مجموعةَ الأعدادِ الصَّحيحةِ ومجموعةَ الأعدادِ الكلّيّةِ. فما العلاقةُ بينَهُما وبينَ الأعدادِ النِّسبيَّةِ الَّتي تعلَّمْتُها اليومَ؟

19 **أكتبُ** أكتبُ فِقرةً قصيرةً أبيِّنُ فيها كَيفيَّةَ تمثيلِ العددِ النّسبيِّ 1.6 عَلى خطِّ الأعدادِ.

معلومةٌ

تُسْهِمُ ممارسةُ الرياضةِ في جَعْلِ الجسمِ مثاليًّا ورشيقًا ومعافًى، فهيَ تحاربُ السِّمْنَةَ، وتقي منَ الإصابةِ بالعديدِ منَ الأمراضِ.

أتذكَّرُ

الأعدادُ الكلّيَّةُ:

$0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$

الأعدادُ الصَّحيحةُ:

$\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$

كتابةُ العَددِ النّسبيِّ بالصورةِ العشريّةِ

فكرةُ الدرسِ

أكتبُ العددَ النّسبيَّ بالصّورةِ العشريّةِ.

المصطلحاتُ

كسرٌ عشريٌّ مُنْتَهٍ، كَسرٌ عشريٌّ دَوْرِيٌّ.

أستكشفُ

لَـدى مُـزارعٍ 33 شـجرةَ برتقـالٍ، لكنَّـهُ خسـرَ إنتـاجَ 13 شـجرةً منْهـا؛ بسـببِ موجـةِ صقيـعٍ. مـا الكسـرُ العشـريُّ الـدّالُّ علـى الأشـجارِ الّتـي خسـرَ المُـزارعُ إنتاجَهـا؟

يمكنُني كتابةُ أيِّ عددٍ نسبيٍّ بالصورةِ العشريَّةِ بطرائقَ عِدَّةٍ، منْها إيجادُ كسرٍ مكافئٍ مقامُهُ: 10، 100، 1000، ...

مثال 1

أكتبُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي بالصّورةِ العشريَّةِ:

1) $\frac{2}{5}$

العددُ 5 أَحدُ عواملِ العددِ 10؛ لذلكَ يمكنُني أنْ أجدَ كسرًا مكافئًا مقامُهُ 10.

بِما أنَّ $10 = 5 \times 2$، فإنَّني أضربُ كُلًّا منَ البَسطِ والمَقامِ في 2.

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0.4$$

2) $-\frac{3}{25}$

العددُ 25 أَحدُ عواملِ العددِ 100؛ لذلكَ يمكنُني أنْ أجدَ كسرًا مكافئًا مقامُهُ 100.

بِما أنَّ $100 = 25 \times 4$، فإنَّني أضربُ كُلًّا منَ البَسطِ والمَقامِ في 4.

$$-\frac{3}{25} = -\frac{12}{100} = -0.12$$

أتحقَّقُ من فهمي:

3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{3}{5}$ 5) $-\frac{7}{20}$ 6) $\frac{4}{25}$

قـدْ لا يكـونُ سـهلًا إيجـادُ كسـرٍ مكافـئٍ مقامُـهُ: 10 ، 100، 1000، ... حينَئِـذٍ أقسـمُ البسـطَ علـى المقـامِ باسـتعمالِ طريقـةِ القسـمةِ الطَّويلـةِ.

مثال 2

أستخدمُ القسمةَ لِكِتابةِ $\frac{5}{8}$ بالصّورةِ العشريَّةِ.

أقسمُ 5 على 8	$8 \overline{)5.000}$ → 0.625
أضعُ صفرًا يمينَ الفاصلةِ العشريَّةِ	-48
أطرحُ 48 منْ 50، ثمَّ أضعُ صفرًا آخرَ يمينَ الفاصلةِ العشريّةِ	20
أقسمُ 20 على 8	-16
أطرحُ 16 منْ 20، ثمَّ أضعُ صفرًا آخرَ يمينَ الفاصلةِ العشريّةِ	40
أقسمُ 40 على 8	-40
تنتهي القسمةُ حينَما يكونُ ناتجُ الطّرْحِ صفرًا	0

يُكْتَبُ الكسرُ $\frac{5}{8}$ بالصّورةِ العشريَّةِ على النّحْوِ الآتي: 0.625؛ أيْ إنَّ $\frac{5}{8} = 0.625$

أتحقَّقُ منْ فهمي:

أستخدمُ القسمةَ لِكِتابةِ كلٍّ ممّا يأتي بالصورةِ العشريَّةِ.

1) $\frac{3}{8}$

2) $\frac{5}{16}$

يُسـمّى الكسرُ العشريُّ 0.625 الناتجُ في المثالِ السّابقِ **كسرًا عشريًّا مُنتهيًا** (terminating decimal)؛ لأنَّهُ يحتوي على عددٍ مُنْتهٍ منَ الأرقامِ. لكنْ، هلْ يمكنُ أنْ يحتويَ الكسـرُ العشـريُّ على عددٍ غيرِ مُنْتهٍ منَ الأرقامِ؟ للإجابةِ عنْ ذلكَ، أتأمَّلُ المثالَ الآتيَ:

مثال 3

أستخدمُ القسمةَ لِكتابةِ $\frac{3}{9}$ بالصّورةِ العشريَّةِ.

أقسمُ 3 على 9 وأُضيفُ أصفارًا إلى يمين الفاصلةِ العشريَّةِ كلَّ مرَّةٍ؛ للاستمرارِ في القسمةِ.

$$
\begin{array}{r}
0.333 \\
9\,\overline{)\,3.000} \\
-\,2\;7 \\
\hline
30 \\
-\,27 \\
\hline
30 \\
-\,27 \\
\hline
3
\end{array}
$$

إذَنْ، الكسرُ العشريُّ المكافئُ للعددِ النِّسبيِّ $\frac{3}{9}$ هوَ ...0.333، أُلاحِظُ أنَّ الرَّقْمَ 3 يتكرَّرُ بشكلٍ غيرِ مُنْتَهٍ.

أتحقَّقُ منْ فهمي:

أستخدمُ القسمةَ لِكِتابةِ كلٍّ ممّا يأتي بالصورةِ العشريَّةِ.

1) $\frac{2}{3}$

2) $\frac{7}{9}$

يُسمّى الكسرُ العشريُّ ...0.3333 الناتجُ في المثالِ السّابقِ **كسرًا عشريًّا دوريًّا** (repeating decimal).

وللتَّعبيرِ عنْ تَكرارِ رَقْمٍ بِشكلٍ غيرِ مُنْتَهٍ أَضعُ الإشارةَ ($-$) فوقَهُ؛ أيْ إنَّ $0.\overline{3} = 0.333...$، وأقرؤُها: ثلاثةٌ بالعشرةِ دَوْرِيٌّ.

إذا تكرَّرَ أكثرُ منْ رقمٍ في الكسرِ العشريِّ الدَّوْريِّ أضعُ إشارةَ ($-$) فوقَ الأرقامِ المُتكرِّرةِ فقطْ. مَثلًا: $1.\overline{57} = 1.575757....$،

في بعضِ الكسورِ العشريَّةِ قدْ تتكرَّرُ بعضُ الأرقامِ منْ دونِ غيرِها. فمثلًا في الكسرِ العشريِّ: $0.3\overline{4} = 0.3444....$ نلحظُ أنَّ الرقمَ 4 فقطْ متكرِّرٌ؛ لذلكَ وضَعْنا فوقَهَ فقطْ إشارةَ ($-$)؛ لأَنَّ الرقمَ 3 لمْ يتكرّرْ.

مثال 4: منَ الحياةِ

قادَ طارقٌ دراجتَهُ الهوائيَّةَ مسافةَ $\frac{13}{8}$ km منْ منزلِهِ إلى الحديقةِ العامَّةِ. أُعبِّرُ بالصّورةِ العشريَّةِ عنِ المسافةِ الَّتي قطعَها طارقٌ.

يمكنُني أنْ أكتبَ الكسرَ غيرَ الفِعليِّ $\frac{13}{8}$ بصورةِ عددٍ عشريٍّ، بإيجادِ ناتجِ $13 \div 8$ عنْ طريقِ القسمةِ الطّويلةِ، لكنْ منَ الأسهلِ -أحيانًا- كتابةُ الكسرِ $\frac{13}{8}$ بصورةِ عددٍ كسريٍّ أوّلًا، ثمَّ إجراءُ القسمةِ الطّويلةِ.

أكتبُ الكسرَ غيرَ الفعليِّ بصورةِ عددٍ كسريٍّ

$$\frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$$

أجدُ ناتجَ $5 \div 8$ بالقسمةِ الطّويلةِ كما في المثالِ 2

$$= 1.625$$

أتحقَّقُ من فهمي:

غَوْصٌ: غاص أحمدُ إلى عُمْقِ $12\frac{4}{9}$ m تحتَ سطحِ البحرِ الأحمرِ في خليجِ العقبةِ. أعبِّرُ بالصّورةِ العشريَّةِ عنِ العُمْقِ الّذي وصلَ إليهِ أحمدُ. هلِ الكَسرُ العَشْريُّ الناتجُ دَوْريٌّ أمْ لا ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أكتبُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي بالصّورةِ العشريَّةِ:

1) $\frac{1}{4}$ 2) $\frac{4}{5}$ 3) $-\frac{6}{25}$

4) $\frac{9}{20}$ 5) $-\frac{7}{8}$ 6) $\frac{9}{16}$

أستخدمُ القسمةَ لِكتابةِ كلِّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي بالصورةِ العشريَّةِ:

7) $\frac{1}{9}$ 8) $-\frac{1}{3}$ 9) $\frac{1}{6}$ 10) $-\frac{5}{11}$

11) **عملٌ منزليٌّ:** أَعَدَّ رامي $\frac{17}{3}$ L منْ عصيرِ البرتقالِ. أكتبُ كميَّةَ العصيرِ بالصّورةِ العشريَّةِ. هلِ العددُ العشريُّ الّذي حصلَ عليهِ دَوْريٌّ أمْ لا؟ أُبرِّرُ إجابتي.

أتذكَّرُ

اللّترُ وحدةٌ لقياسِ الحجمِ وهوَ يُستعملُ لقياسِ حجومِ السّوائلِ، ومِنْ مُضاعفاتِهِ المترُ المكعبُ (m^3)، ومِنْ أجزائِهِ المليلترُ (mL).

12) **فوسفاتٌ:** يُعَدُّ مَنجمُ الشّيديّةِ أكبرَ مَنجمِ فوسفاتٍ في الأردنِّ؛ إذْ يُسْهِمُ بـ 72% منْ إنتاجِ المملكةِ منَ الفوسفاتِ. ما الكَسرُ العَشْريُّ الدالُّ على نِسبةِ ما يُنتِجُهُ المَنجمُ منَ الفوسفاتِ الأردنيِّ؟

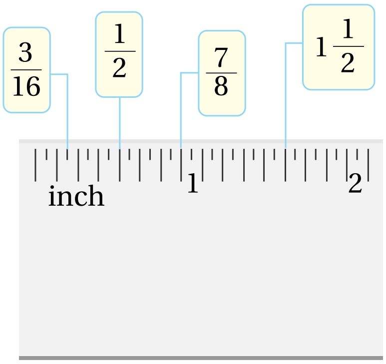
13) **نباتاتٌ:** في عامِ 2012م سُجِّلَ رقمٌ قياسيٌّ لأطولِ نَبْتةِ دُوّارِ الشّمسِ؛ إذْ بلغَ طولُها $8\frac{1}{4}$ m، ما العددُ العَشْريُّ الدالُّ على طولِ النّبتةِ؟

أتعلَّمُ

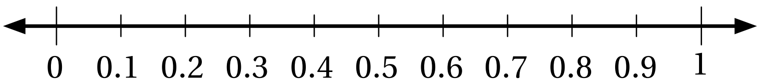
الإنشُ (inch) وحدةُ قياسٍ تُستخدَمُ في بعضِ دولِ العالَمِ. وللتّحويلِ منَ الإنشِ إلى السّنتيمترِ نطبِّقُ العلاقةَ الآتيةَ:

1 inch = 2.54 cm

14 المِسطرَةُ المجاورةُ مُقسَّمةٌ إلى أجزاءٍ، طولُ كلٍّ منها $\frac{1}{16}$ inch، هلِ المقاييسُ المشارُ إليها على المِسطرَةِ عندَ تحويلِها تُنتِجُ كسورًا عَشْريّةً مُنتهيةً، أم دَوريّةً؟ أبرِّرُ إجابتي.



15 أمثّلُ كلًّا منَ الكُسورِ: $\frac{9}{25}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{8}$ على خطِّ الأعدادِ الآتي:



مهاراتُ التفكيرِ العُليا

إرشادٌ

لحلِّ السؤالِ 16 أبحثُ عنْ مثالٍ يناقضُ قولَ لمارَ، ويُسمّى في الرّياضيّاتِ: "مثالٌ مُضادٌّ".

16 **أكتشفُ الخطأَ:** تقولُ لمارُ: إنَّ أيَّ كسرٍ فِعليٍّ مقامُهُ 6 يُكافِئُ كسرًا عشريًّا دوريًّا. أكتَشِفُ خطأَ لمارَ، ثمَّ أصحِّحُهُ.

تبريرٌ: أتأمَّلُ العباراتِ الآتيةَ، ثمَّ أَصِفُها بِما يُلائِمُها ممّا بينَ القوسينِ (صحيحةٌ، ليستْ صحيحةً) وأبرِّرُ إجابتي بأمثلةٍ:

17 إذا كانَ الكسرُ الفعليُّ في أبسطِ صورةٍ ومقامُهُ عددًا فرديًّا فإنَّهُ دائمًا يكافِئُ كسرًا عشريًّا دوريًّا.

18 إذا كانَ الكسرُ الفعليُّ في أبسطِ صورةٍ ومقامُهُ عددًا زوجيًّا فإنَّهُ يكافِئُ كسرًا عشريًّا منتهيًا.

19 إذا كانَ الكسرُ الفعليُّ في أبسطِ صورةٍ ومقامُهُ: 10 ، 100، 1000، ... ، 1000000 فإنَّهُ يكافِئُ كسرًا عشريًّا منتهيًا.

أتذكَّرُ

الكسرُ الفعليُّ هوَ عددٌ نسبيٌّ بَسطُهُ أصغرُ مِنْ مقامِهِ. ويُعَدُّ الكسرُ الفعليُّ في أبسطِ صورةٍ إذا كانَ العامِلُ المشترَكُ الأكبرُ (ع.م.أ) بينَ بسطِهِ ومقامِهِ 1.

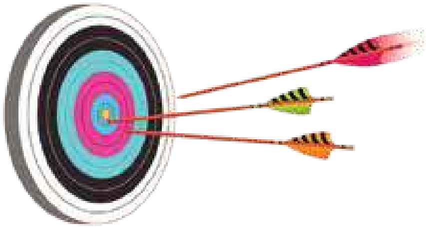
20 **أكتبُ** أصِفُ كيفَ أُحوِّلُ عددًا نسبيًّا إلى صورةٍ عشريّةٍ.

مقارَنةُ الأعدادِ النِّسبيَّةِ وترتيبُها

فكرةُ الدرسِ

أقارنُ بينَ الأعدادِ النِّسبيَّةِ، وأرتِّبُها.

أستكشفُ



صَوَّبَ ثلاثةُ رُماةٍ نحوَ لوحةِ الهدفِ، فرمى الأوّلُ 6 رمْياتٍ، أصابَتْ 5 منْها الهدفَ، ورمى الثّاني 9 رمياتٍ، أصابَتْ 4 منْها الهدفَ، أمّا الثالثُ فرمى 3 رمْياتٍ، أصابتْ رَمْيتانِ منْها الهدفَ. أيُّ الرُّماةِ أحرزَ أفضلَ نتيجةٍ؟

يمكنُ المقارنةُ بينَ عددينِ نسبيَّيْنِ بطريقةِ الحسابِ الذِّهنِيِّ، وذلكَ بتحديدِ أقرَبِهِما إلى القيمِ المَرْجِعيَّةِ: $0, \frac{1}{2}, 1$

مثال 1

أضعُ إشارةَ $>$ أوْ $<$ أوْ $=$ في $\square$ ؛ لِتصبحَ كلُّ جملةٍ ممّا يأتي صحيحةً:

1) $\frac{3}{10} \square \frac{5}{8}$

بما أنَّ $\frac{3}{10} < \frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2} < \frac{5}{8}$ فإنَّ $\frac{3}{10} < \frac{5}{8}$

2) $\frac{3}{5} \square 3\frac{1}{2}$

بما أنَّ $1 < 3\frac{1}{2}$ وَ $1 > \frac{3}{5}$ فإنَّ $\frac{3}{5} < 3\frac{1}{2}$

3) $-0.5 \square \left|-\frac{1}{4}\right|$

بما أنَّ $\frac{1}{4} = \left|-\frac{1}{4}\right|$ ، وَ $\frac{1}{4}$ عددٌ موجبٌ، وَ -0.5 عددٌ سالبٌ،

إذنْ، $-0.5 < \left|-\frac{1}{4}\right|$

أتحقَّقُ منْ فهمي:

6) $1.5 \square \left|-\frac{1}{3}\right|$

5) $1 \square -\frac{1}{2}$

4) $\frac{2}{6} \square \frac{3}{4}$

يمكنُني مقارنةُ الأعدادِ النسبيّةِ وترتيبُها بتحويلِها إلى الصّيغةِ العشريَّةِ، ثمَّ تمثيلِها على خطِّ الأعدادِ، ومقارنتِها بِحَسْبِ مواقِعِها.

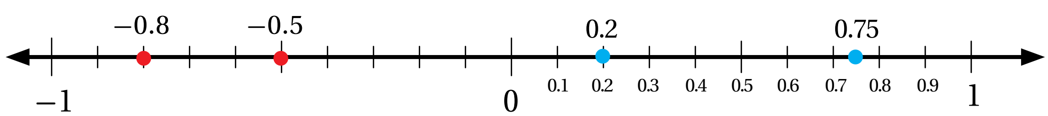
مثال 2 أرتِّبُ الأعدادَ النِّسبيَّةَ في كلٍّ ممّا يأتي تصاعديًّا (منَ الأصغرِ إلى الأكبرِ):

1 $0.2\ ,\ \frac{3}{4}\ ,\ -0.8\ ,\ -\frac{1}{2}$

الخُطوَةُ 1 أحوِّلُ الأعدادَ النِّسبيَّةَ المكتوبةَ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$ إلى الصّيغةِ العشريَّةِ:

$$-\frac{1}{2} = -0.5 \qquad \frac{3}{4} = 0.75$$

الخُطوَةُ 2 أمثِّلُ الأعدادَ النّاتجةَ على خطِّ الأعدادِ:



أرتِّبُ الأعدادَ النِّسبيَّةَ بالنَّظرِ إلى موقعِها على خطِّ الأعدادِ: $-0.8 < -0.5 < 0.2 < 0.75$

إذنْ، الترتيبُ التّصاعديُّ للأعدادِ، هو: $-0.8\ ,\ -\frac{1}{2}\ ,\ 0.2\ ,\ \frac{3}{4}$

أتحقَّقُ من فهمي:

2 $\frac{7}{10}\ ,\ -\frac{3}{5}\ ,\ |-0.15|\ ,\ -0.85$

أحيانًا، يمكنُ مقارنةُ الأعدادِ النِّسبيَّةِ وترتيبُها بتحويلِها أيضًا إلى صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$، ثمَّ توحيدِ مَقاماتِها ثمَّ مقارنةِ قيمِ البسطِ فيها.

مثال 3 أرتِّبُ الأعدادَ النِّسبيَّةَ في كلٍّ ممّا يأتي ترتيبًا تنازليًّا (منَ الأكبرِ إلى الأصغرِ):

1 $\frac{1}{12}\ ,\ \frac{2}{3}\ ,\ 0.35$

الخُطوَةُ 1 أحوِّلُ الأعدادَ النِّسبيَّةَ المكتوبةَ بالصّيغةِ العشريَّةِ إلى صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$:

$$0.35 = \frac{35}{100} = \frac{35 \div 5}{100 \div 5} = \frac{7}{20}$$

بقسمةِ البسطِ والمقامِ على العاملِ المشتركِ الأكبرِ (5)

الْخُطْوَةُ 2 أُوحِّدُ المقاماتِ جميعَها عنْ طريقِ المضاعفِ المشترَكِ الأصغرِ (60) للأعدادِ 12، 3، 20:

$$\frac{1}{12} \overset{\times 5}{=} \frac{5}{60} \qquad \frac{2}{3} \overset{\times 20}{=} \frac{40}{60} \qquad \frac{7}{20} \overset{\times 3}{=} \frac{21}{60}$$

الْخُطْوَةُ 3 أقارنُ وأرتّبُ عنْ طريقِ البسطِ؛ لأنَّ المقاماتِ جميعَها متساويةٌ:

$$5 < 21 < 40 \rightarrow \frac{40}{60} > \frac{21}{60} > \frac{5}{60}$$

إذنْ، الترتيبُ التنازليُّ للأعدادِ، هوَ: $\frac{1}{12}$, 0.35 , $\frac{2}{3}$

أتحقّقُ منْ فهمي:

2) $-\frac{1}{5}$, -0.15 , $\frac{7}{10}$

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أضعُ إشارةَ > أوْ < أوْ = في ☐؛ لِتصبحَ كلُّ جملةٍ ممّا يأتي صحيحةً:

1) $\frac{1}{3} \; \square \; \frac{3}{5}$

2) $\frac{-5}{8} \; \square \; \frac{-2}{7}$

3) $0.4 \; \square \; \left|-\frac{7}{8}\right|$

4) $-1\frac{3}{5} \; \square \; -1.6$

5) $-1\frac{1}{2} \; \square \; \frac{4}{7}$

6) $1\frac{8}{20} \; \square \; -1.6$

أرتِّبُ الأعدادَ النِّسبيَّةَ الآتيَةَ تصاعديًّا:

7) -1.8 , $1\frac{9}{10}$, -1.25

8) -0.3 , 0.5 , 0.55 , 0.35

9) $|3.5|$, $|-1.8|$, 4.6 , $3\frac{2}{5}$, $|2.7|$

أرتِّبُ الأعدادَ النِّسبيَّةَ الآتيَةَ تنازليًّا:

10 $-0.6 \ , \ -\frac{5}{8} \ , \ \frac{7}{12} \ , \ -0.75$

11 $\frac{3}{4} \ , \ -\frac{7}{10} \ , \ -\frac{3}{4} \ , \ \frac{8}{10}$

12 $|-6.3| \ , \ -7.2 \ , \ 8 \ , \ |5| \ , \ -6.3$

معلومةٌ

الحرفُ (C) اختصارٌ لكلمةِ (Celsius)؛ وهيَ إحدى وحداتِ قياسِ درجةِ الحرارةِ.

13 **علومٌ:** يتجمّدُ الماءُ عندَ درجةِ حرارةِ 0°C، وتقلُّ درجةُ تجمُّدِهِ عندَ إضافةِ المِلحِ إليهِ. أضافَتْ جَنى كمّياتٍ مُختلِفةً منَ المِلحِ إلى أربعِ عيِّناتٍ منَ الماءِ، وكانَتْ تقيسُ درجةَ تجمُّدِ العيِّنةِ كلَّ مرّةٍ. أرَتِّبُ العيِّناتِ حسْبَ كمّيةِ المِلحِ المُضافةِ إليهِ، منَ الأكثرِ إلى الأقلِّ.

العيِّنةُ	A	B	C	D
درجةُ التجمُّدِ (°C)	$-1\frac{1}{4}$	-0.1	-1.1	$-1\frac{2}{5}$

معلومةٌ

للحديدِ أهمّيّةٌ كبيرةٌ لجسمِ الإنسانِ؛ فهوَ يسْهِمُ في إنتاجِ خلايا الدّمِ الحمراءِ.

14 **تغذيةٌ:** إذا كانَتْ كميةُ الحديدِ في صحنٍ منَ السَّبانخِ 6.4 mg، وفي صحنٍ منْ حبوبِ الصويا $\frac{34}{4}$ mg، فأحدِّدُ أيُّهما يحتوي على كميَّةٍ أكبرَ منَ الحديدِ: السَّبانخُ أمْ حبوبُ الصويا.

أتعلَّمُ

إذا تساوتِ الأعدادُ في البَسْطِ واختلفتْ في المقامِ فإنَّ الكسرَ ذا المقامِ الأكبرِ يكونُ الكسرَ الأصغرَ.

15 هلِ الكسورُ: $\frac{3}{10} \ , \ \frac{3}{11} \ , \ \frac{3}{12}$ مرتَّبةٌ تصاعُديًّا (منَ الأصغرِ إلى الأكبرِ) أمْ تنازُليًّا (منَ الأكبرِ إلى الأصغرِ)؟ أبرِّرُ إجابتي.

16 **سِباقٌ:** في سِباقٍ للدرّاجاتِ حُسِبَ الوسطُ الحسابيُّ للزَّمنِ الّذي استغرَقَهُ المتسابقونَ للوصولِ إلى نُقطةِ النّهايةِ. إذا كانَ الجدولُ التالي يبيّنُ الفرقَ بينَ زمنِ وصولِ 5 مُتسابِقينَ عنِ المتوسِّطِ، فأرَتّبُ اللّاعبينَ منَ الأسرعِ إلى الأبْطأِ:

المتسابقُ	أحمدُ	محمدٌ	عبدُ العزيزِ	خالدٌ	عمرُ
زمنُ الوصولِ أكثرُ منَ الوسطِ الحِسابيِّ أوْ أقلُّ منْهُ (بالدَّقيقةِ)	-1.25	$1\frac{9}{10}$	$1\frac{2}{5}$	1	-1.8

17 أعودُ إلى فِقرةِ (أستكشِفُ) بدايةَ الدّرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

18 **تبريرٌ:** لماذا يقلُّ العددُ 0.25 عنِ العددِ $0.\overline{25}$ ؟ أوضِّحُ إجابتي.

19 **تبريرٌ:** إذا علمْتُ ترتيبَ خمسةِ أعدادٍ نسبيّةٍ سالبةٍ تصاعديًّا (منَ الأصغرِ إلى الأكبرِ) فكيفَ يمكنُ أنْ أستخدِمَ هذهِ المعلومةَ في ترتيبِ معكوساتِ تلكَ الأعدادِ؟ أوضِّحُ إجابتي.

أتذكَّرُ

معكوسُ العددِ النسبيِّ a هوَ $-a$

20 **تحدٍّ:** a, b, c ثلاثةُ أعدادٍ تُحقّقُ ما يأتي:

$c > b$, $a > b$, $c > a$. أيُّ هذهِ الأعدادِ هوَ الأكبرُ؟

21 **أكتبُ** أصِفُ كيفيّةَ ترتيبِ ثلاثةِ أعدادٍ نسبيّةٍ تصاعديًّا، أحدُها موجبٌ والآخرُ سالبٌ، أمّا الثّالثُ فصفرٌ.

جَمْعُ الأعدادِ النِّسبِيَّةِ وطَرْحُها

فكرةُ الدرسِ

أَجْمَعُ الأعدادَ النِّسبيَّةَ، وأطْرَحُها.

المصطلحاتُ

النظيرُ الجَمعيُّ.

أستكشفُ

في أحدِ أسابيعِ الصَّيفِ الحارَّةِ انخفَضَ مُستوى الماءِ في قناةِ الملكِ عبدِ اللهِ $\frac{2}{3}$ m ، وفي الأسبوعِ الّذي يليهِ انخفَضَ مستوى الماءِ $\frac{1}{9}$ m مرَّةً أخرى. ما مقدارُ الانخِفاضِ في الأسبوعَينِ؟

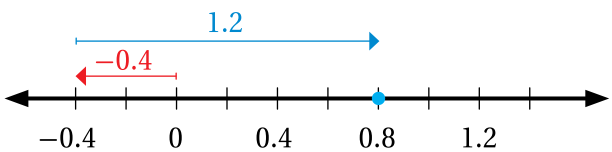
يمكنُ استِعمالُ خطِّ الأعدادِ في جَمْعِ الأعدادِ النِّسبيَّةِ وطَرْحِها.

مثال 1

أستعملُ خَطَّ الأعدادِ لإيجادِ ناتِجِ كلٍّ ممّا يأتي:

1) $-0.4 + 1.2$

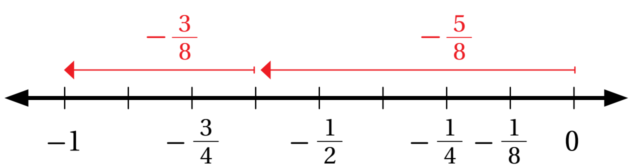
أبدأُ منَ العددِ 0، وأتحرَّكُ 0.4 وحداتٍ إلى اليسارِ، ثمَّ 1.2 وحدةٍ إلى اليمينِ



ألاحِظُ أنَّ نُقطَةَ الانتِهاءِ عندَ 0.8؛ لذا $-0.4 + 1.2 = 0.8$

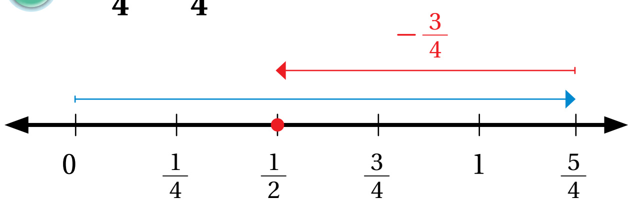
2) $-\frac{5}{8} + (-\frac{3}{8})$

أبدأُ منَ العددِ 0، وأتحرَّكُ $\frac{5}{8}$ وحداتٍ إلى اليسارِ، ثمَّ $\frac{3}{8}$ وحداتٍ إلى اليسارِ



ألاحِظُ أنَّ نُقطَةَ الانتِهاءِ عندَ 1−؛ لذا $-\frac{5}{8} + (-\frac{3}{8}) = -1$

3) $1\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$



أبدأُ منَ العددِ 0، وأتحـرَّكُ $1\frac{1}{4}$ وحدةٍ إلى اليمينِ، ثمَّ أتحرَّكُ $\frac{3}{4}$ وحداتٍ إلى اليسارِ منْ $1\frac{1}{4}$

ألاحِظُ أنَّ نُقطَةَ الانتِهاءِ عندَ $\frac{1}{2}$ ؛ لذا $1\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

أتحقَّقُ منْ فهمي:

4) $-0.9 + 2.1$ 5) $-\frac{5}{9} + (-\frac{1}{9})$ 6) $2\frac{1}{7} - \frac{5}{7}$

حينَ أجمعُ أوْ أطرحُ عددينِ نسبيَّينِ لهما مقامانِ مختلفانِ، أجدُ المضاعفَ المشتركَ الأصغرَ(م.م.أ) للمقامينِ، ثمَّ أجدُ عددًا نسبيًّا مكافئًا لأحدِ العددينِ أوْ كليهما. أجمعُ البَسطَيْنِ أوْ أطرحُهُما، ثمَّ أكتبُ النّاتِجَ فوقَ المَقامِ نفْسِهِ.

مثال 2

أجِدُ ناتِجَ كلٍّ ممّا يأتي:

1) $-\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

أجِدُ (م. م .أ) لِلمَقامَينِ، وهُوَ 12

$$-\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{-1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = -\frac{4}{12} + \frac{3}{12}$$

أجمَعُ

$$= \frac{-4+3}{12}$$

$$= -\frac{1}{12}$$

2) $-\frac{1}{2} - \frac{1}{8}$

أجِدُ (م. م .أ) لِلمَقامَينِ، وهُوَ 8

$$-\frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{-1 \times 4}{2 \times 4} - \frac{1 \times 1}{8 \times 1}$$

أطرَحُ

$$= \frac{-4-1}{8}$$

$$= -\frac{5}{8}$$

3) $0.5 + (-\frac{1}{4})$

أحوِّلُ الكَسْرَ الفعليَّ إلى كَسْرٍ عَشْريٍّ

$$0.5 + (-\frac{1}{4}) = 0.5 + (-0.25)$$

أطرَحُ

$$= 0.5 - 0.25 = 0.25$$

أتحقَّقُ منْ فهمي:

4) $-\frac{2}{5}+\frac{7}{15}$

5) $-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$

6) $\frac{1}{2}+(-0.3)$

مثال 3

أجِدُ ناتِجَ كلٍّ ممّا يأتي:

1) $\mathbf{-3\frac{1}{2}+2\frac{5}{6}}$

الطريقةُ 1 : أحوِّلُ الأعدادَ الكسريَّةَ إلى كسورٍ غيرِ فعليَّةٍ ثمَّ أجمَعُها.

$-3\frac{1}{2}+2\frac{5}{6}=-\frac{7}{2}+\frac{17}{6}$ أحوِّلُ العددَ الكسريَّ إلى كسْرٍ غيرِ فعليٍّ

$=-\frac{21}{6}+\frac{17}{6}$ أجِدُ (م. م .أ) للمقاماتِ، وهُوَ 6

$=\frac{-21+17}{6}$ أجمعُ

$=\frac{-4}{6}=-\frac{2}{3}$ أجِدُ الناتِجَ في أبسطِ صورةٍ

الطريقةُ 2 : أجمَعُ الأعدادَ الكُليّةَ، وأجمَعُ الكُسورَ

$-3\frac{1}{2}+2\frac{5}{6}=-3+(-\frac{1}{2})+2+\frac{5}{6}$ أُجزِّئُ الأعدادَ الكسريّةَ

$=[-3+2]+[(-\frac{1}{2})+\frac{5}{6}]$ أُجمِّعُ الأعدادَ الكلّيّةَ معَ بعضِها، والكسورَ الفعليّةَ مَعَ بعضِها

$=-1+(-\frac{3}{6})+\frac{5}{6}$ أجمعُ الأعدادَ الكليّةَ

$=-1+\frac{2}{6}=-\frac{2}{3}$ أجمعُ الكسورَ، وأجِدُ الناتِجَ في أبسطِ صورةٍ

2) $\mathbf{-1\frac{1}{9}-3\frac{1}{6}}$

$-1\frac{1}{9}-3\frac{1}{6}=-\frac{10}{9}-\frac{19}{6}$ أحوّلُ الأعدادَ الكسرِيّةَ إلى كُسورٍ غيرِ فِعليّةٍ

$=-\frac{10\times 2}{9\times 2}-\frac{19\times 3}{6\times 3}$ أجِدُ (م. م .أ) لِلمَقاماتِ، وهوَ 18

$=-\frac{20}{18}-\frac{57}{18}=\frac{-20-57}{18}$ أطْرَحُ

$=-\frac{77}{18}=-4\frac{5}{18}$ أكتبُ الناتجَ في صورةِ عددٍ كسريٍّ

أتحقَّقُ منْ فهمي:

3) $-2\frac{1}{3}+4\frac{5}{12}$

4) $-3\frac{1}{4}-1\frac{3}{5}$

عندَ جمعِ أيِّ عددٍ نسبيٍّ إلى معكوسِهِ يكونُ الناتجُ صفرًا؛ لذلكَ يُسمّى كلٌّ منهُما **نظيرًا جَمْعِيًّا** (additive inverse) للآخرِ.

مثال 4 **أجِدُ ناتِجَ كلٍّ ممّا يأتي:**

1) $2.4 + -\frac{12}{5}$

أحوِّلُ الكسرَ غيرَ الفعليِّ إلى عددٍ عشريٍّ $2.4 + -\frac{12}{5} = 2.4 + -2.4$

خاصيّةُ النظيرِ الجمعيِّ $= 0$

2) $5\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + -\frac{11}{2}$

أحوِّلُ الأعدادَ الكسريّةَ إلى كسورٍ غيرِ فعليّةٍ $5\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + -\frac{11}{2} = \frac{11}{2} + \frac{13}{4} + -\frac{11}{2}$

الخاصيّةُ التبديليّةُ $= \frac{11}{2} + -\frac{11}{2} + \frac{13}{4}$

خاصيّةُ النظيرِ الجمعيِّ $= 0 + \frac{13}{4} = \frac{13}{4}$

أتحقَّقُ من فهمي:

3) $-3.7 + 3.7$

4) $6\frac{1}{4} + -5.2 + -6.25$

مثال 5: منَ الحياة

رياضةٌ بحْريّةٌ: قفَزَ أيمنُ منَ ارتفاعِ **12.3 m** فوقَ سَطحِ البحرِ، وعندَ مُلامَستِهِ سطْحَ الماءِ، غاصَ إلى الأسفلِ **2.8 m**. أستخدِمُ الأعدادَ النّسبيّةَ لإيجادِ الفرقِ بينَ مَوقعِ قفْزِ أيمَنَ والعمقِ الّذي وصلَ إليهِ تحتَ سطحِ الماءِ.

يمكنُ اعتبارُ الارتفاعِ فوقَ مُستوى سطحِ البحرِ قيمةً موجبةً، والذي تحتَ سطحِ البحرِ قيمةً سالبةً، أيْ إنَّ أيمَنَ قطعَ 12.3 m فوقَ سطحِ البحرِ، وَ 2.8 m − تحتَ سطحِ البحرِ.

الفرقُ بينَ الارتفاعينِ $12.3 - (-2.8)$

$= 12.3 + 2.8$

أجمَعُ $= 15.1$

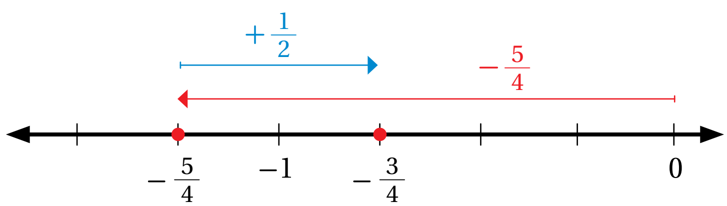
أيْ إنَّ الفرقَ بينَ موقعِ قفزِ أيمنَ والعمقِ الذي وصلَ إليهِ تحتَ سطحِ الماءِ هوَ 15.1 m

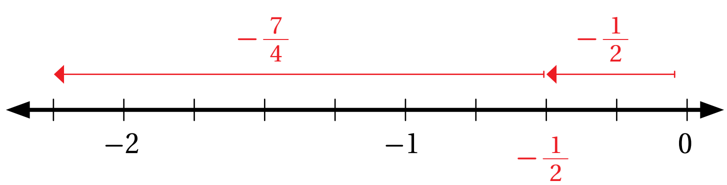
أتحقَّقُ منْ فهمي:

علومٌ: في إحدى تجارِبِ العلومِ، سَكَبَتْ سمرُ $\frac{3}{4}$ L منَ السّائلِ منْ دَوْرَقٍ زجاجيٍّ، وبعدَ مُرورِ 7 دقائقَ سَكَبَتْ $\frac{1}{6}$ L منَ الدَّورَقِ نفْسِهِ. كمْ لترًا نقصَ الدَّورَقُ؟

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أكتُبُ العبارةَ العدَدِيَّةَ التي تمثِّلُ كلَّ خطِّ أعدادٍ ممّا يأتي، ثمَّ أجِدُ الناتِجَ:

1 

2 

أجِدُ ناتِجَ كلٍّ ممّا يأتي:

3) $-1.3 + 1.3$

4) $-\frac{3}{10} + (-\frac{1}{10})$

5) $3\frac{1}{8} - \frac{7}{8}$

6) $\frac{-4}{9} + \frac{2}{3}$

7) $0.75 + (-\frac{1}{4})$

8) $-1\frac{1}{5} + 2\frac{3}{15}$

9) $-1\frac{1}{6} - 2\frac{1}{9}$

10) $4.2 - (-8.5)$

أتذكَّرُ

لِجَمْعِ عددَيْنِ عَشْرِيّينِ، أوْ طَرْحِهِما، أرتِّبُهُما رأسِيًّا بِحَيثُ تكونُ الفاصِلتانِ العَشْرِيّتانِ إحداهُما فوْقَ الأخرى، ثمَّ أجمعُ الأرقامَ، أوْ أطرحُهُما في المَنازِلِ نفْسِها.

11) **البحرُ الميِّتُ:** يُعَدُّ البحرُ الميِّتُ أخفضَ نقطةٍ على سطحِ الأرضِ؛ إذْ يبلُغُ انخفاضُ سطْحِهِ 417.5 m تحتَ سطحِ البحرِ، وتُعَدُّ قِمَّةُ جبلِ إفرست أعلى نقطةٍ على سطحِ الأرضِ، ويبلُغُ ارتفاعُها 8844.43 m فوقَ سطحِ البحرِ. أحسُبُ المسافةَ بينَ أعلى نُقطةٍ وأخفضِ نُقطةٍ على سطحِ الأرضِ.

12 هندسةٌ: اشترَتْ ليلى $5\frac{3}{8}$ m منَ السِّلكِ لِعمَلِ أشكالٍ هندَسيَّةٍ؛ وعَرْضِها في حِصّةِ الرِّياضيّاتِ، استعملَتْ منها $3\frac{1}{8}$ m ، كمْ مترًا بقيَ منَ السِّلكِ؟ أكتبُ النّاتجَ في أبسطِ صورةٍ.

13 علومٌ: تبلغُ مدَّةُ الحَمْلِ لدى الضَّأْنِ $\frac{5}{12}$ منَ السَّنَةِ تقريبًا، ومدَّةُ الرَّضاعَةِ $\frac{1}{4}$ سنةٍ تقريبًا. ما مجموعُ مُدَّتَي الحَمْلِ والرَّضاعَةِ؟

أجِدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

14 $5\frac{7}{10} + 2\frac{3}{10} - 11$

15 $-\frac{1}{4} - \frac{1}{8} + 5\frac{6}{8}$

أحسبُ قيمةَ كلِّ عبارةٍ جبريةٍ ممّا يأتي باستعمالِ قِيَمِ المُتغيِّراتِ المعطاةِ:

16 $1\frac{7}{8} + x \;,\; x = -2\frac{5}{6}$

17 $x - \frac{7}{16} \;,\; x = \frac{-1}{8}$

18 $x+|y| \;,\; x = 38.1 \;,\; y = -6.1$

19 $|x+y| \;,\; x = \frac{2}{3} \;,\; y = -0.75$

20 أعودُ إلى فِقرةِ (أستكشِفُ) بدايةَ الدّرسِ، وأحُلُّ المسألةَ.

إرشادٌ

يمكنُ جمعُ ثلاثةِ أعدادٍ نسبيّةٍ أوْ أكثرَ جمعًا مباشرًا كما يأتي:

- إذا كانَ لها المقامُ نفسُهُ نجمعُ البسطَ، ونثبِّتُ المقامَ.
- إذا اختلفَتْ مقاماتُها نجدُ كسورًا مكافئةً لكلٍّ منها بمقامٍ موحَّدٍ، ثمَّ نجمعُ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

21 أكتشفُ الخطأَ: حلَّ مرادٌ مسألةَ الجمعِ كما يأتي:

$$\frac{6}{8} + (-\frac{2}{4}) = \frac{6-2}{8+4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

أبيِّنُ الخطأَ الّذي وقعَ فيهِ، ثمَّ أصحِّحُهُ.

22 تبريرٌ: سألَتْ معلّمةُ الرياضيّاتِ: ما إشارةُ ناتجِ الطَّرحِ $\frac{5}{9} - \frac{5}{11}$ ؟ فأجابَتْ فرحُ مباشرةً: سالبةٌ. أبرِّرُ كيفَ عرفَتْ فرحُ الإجابةَ.

23 تبريرٌ: هلْ ناتجُ جمعِ عددَينِ نِسبيَّينِ هوَ عددٌ نِسبيٌّ دائمًا؟ أبرِّرُ إجابتي.

24 أكتبُ: أكتُبُ كيفَ أجمعُ عددَينِ نِسبيَّينِ مقاماهُما مُختلِفانِ.

معلومةٌ

منْ أشهرِ علماءِ الرِّياضيّاتِ في الحضارةِ الإسلاميّةِ غياثُ الدينِ الكاشيُّ؛ إذْ يُعَدُّ مبتكرَ الكسورِ العشريّةِ.

الدرسُ 5 ضَرْبُ الأعدادِ النِّسبِيَّةِ وقِسمَتُها

فِكرةُ الدرسِ

أضربُ أعدادًا نسبيّةً، وأقسمُها.

المصطلحاتُ

النَّظيرُ الضَّربيُّ.

أستكشفُ

زرعَ أحمدُ وزملاؤهُ عددًا منَ الأشجارِ في حديقةِ المدرسةِ، وبعدَ الانتهاءِ منْ زراعتِها، أضافوا إلى كلِّ شجرةٍ ثلاثةَ أرباعِ الكوبِ منَ السّمادِ؛ لتزويدِ التربةِ بالعناصرِ الضَّروريَّةِ. إذا كانَ لديْهِمْ 60 كوبًا منَ السمادِ، فكمْ شجرةً يمكنُهُمْ أنْ يضيفوا إليها سمادًا؟

مفهومٌ أساسيٌّ ضَرْبُ الأعدادِ النِّسبِيَّةِ

- **بالكلماتِ** عندَ ضربِ كسرينِ، أضربُ البسطَ في البسطِ، ثمَّ أضربُ المقامَ في المقامِ.
- **بالرموزِ** $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ ، حيثُ $b \neq 0 \, , d \neq 0$

مثال 1

أجدُ ناتجَ الضَّربِ في أبسطِ صورةٍ:

1) $\frac{2}{7} \times \frac{1}{6} = \frac{\cancel{2}^{1}}{7} \times \frac{1}{\cancel{6}_{3}}$ أقسمُ كلًّا منَ العددينِ 2، 6 على عاملِهِما المشتركِ الأكبرِ (2)

$= \frac{1\times1}{7\times3} = \frac{1}{21}$ أضربُ البسطينِ، وأضربُ المقامينِ

2) $-\frac{3}{8} \times \frac{2}{9} = -\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{8}_{4}} \times \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{9}_{3}}$ أقسمُ العددينِ 2، 8 على عاملِهِما المشتركِ الأكبرِ (2)، وأقسمُ العددينِ 3، 9 على عاملِهِما المشتركِ الأكبرِ (3)

$= \frac{-1\times1}{4\times3} = \frac{-1}{12}$ أحدِّدُ إشارةَ الناتجِ، ثمَّ أضربُ البسطينِ، وأضربُ المقامينِ

أُطبِّقُ قواعدَ ضربِ الأعدادِ الصحيحةِ لتحديدِ إشارةِ ناتجِ ضربِ البسطيْنِ أوِ المقامَيْنِ.

3 $-2\frac{1}{2} \times 4\frac{2}{3}$

$-2\frac{1}{2} \times 4\frac{2}{3} = -\frac{5}{2} \times \frac{14}{3}$ أحوّلُ الأعدادَ الكسريّةَ إلى كُسورٍ غيرِ فِعليّةٍ

$= -\frac{5}{\cancel{2}_1} \times \frac{\cancel{14}^7}{3}$ أقسمُ على العواملِ المشتركةِ

$= -\frac{5 \times 7}{1 \times 3} = -\frac{35}{3}$ أحدِّدُ إشارةَ الناتجِ، ثمَّ أضربُ البسطينِ، وأضرِبُ المقامَيْنِ

أتذكَّرُ

عندَ ضربِ الكسورِ، يمكنُ اختصارُ أيِّ بسطٍ معَ أيِّ مقامٍ في أيِّ كسرٍ آخرَ.

أتحقَّقُ منْ فهمي:

4 $\frac{-12}{15} \times \frac{3}{6}$

5 $(-\frac{2}{6}) \times (-\frac{1}{5})$

6 $-2 \times (-3\frac{1}{5})$

7 $(-6\frac{1}{2}) \times (2\frac{1}{3})$

يمكنُ ضربُ عددَيْنِ نسبيَّيْنِ على صورةِ كسرَيْنِ عشريَّيْنِ، بحيثُ نطبِّقُ قواعدَ ضربِ الأعدادِ الصحيحةِ لتحديدِ إشارةِ الناتجِ.

مثال 2 أجِدُ ناتجَ الضّربِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1 -2.5×-8

$-25 \times -8 = 200$ أحدِّدُ إشارةَ الناتجِ، ثمَّ أضرِبُ العَددَينِ منْ دونِ فَواصِلَ

$-2.5 \times -8 = 20.0$ أضعُ الفاصِلةَ العَشْريّةَ بعدَ مَنزلةٍ عَشْريّةٍ واحدةٍ منَ اليمينِ

$= 20$

2 -1.25×1.64

$-125 \times 164 = -20500$ أحدِّدُ إشارةَ الناتجِ، ثمَّ أضرِبُ العَددَينِ منْ دونِ فَواصِلَ

$-1.25 \times 1.64 = -2.0500$ أضعُ الفاصِلةَ العَشْريّةَ بعدَ 4 منازِلَ منَ اليمينِ

$= -2.05$

3) $-4.2 \times 1\frac{1}{2}$

لِضَربِ العَددَينِ النّسبِيّينِ نكتبُهُما بالصورةِ نفْسِها.

الطريقةُ 1 : كتابتُهما بصورةٍ عَشْريّةٍ.

$$-4.2 \times 1\frac{1}{2} = -4.2 \times 1.5$$
$$= -6.30$$
$$= -6.3$$

الطريقةُ 2 : كتابتُهما بصورةِ كسرٍ غيرِ فعليٍّ.

$$-4.2 \times 1\frac{1}{2} = -4\frac{2}{10} \times 1\frac{1}{2}$$
$$= \frac{-42}{10} \times \frac{3}{2}$$
$$= \frac{-126}{20} = \frac{-63}{10}$$
$$= -6\frac{3}{10}$$

أتحقَّقُ منْ فهمي:

4) -4.6×5

5) -2.4×-0.66

6) $6.4 \times -2\frac{1}{5}$

إذا كانَ ناتجُ ضربِ عددينِ يساوي (1) فإنَّ كلًّا منهُما يسمّى **نظيرًا ضربيًّا** (multiplicative inverse) للآخرِ، أوْ مقلوبًا للعددِ الآخرِ. فمثلًا، يُسمّى كلٌّ مِنَ العددينِ النِّسبيَّينِ $\frac{5}{2}$ ، $\frac{2}{5}$ نظيرًا ضربيًّا للآخرِ؛ لأنَّ حاصلَ ضربِهما هوَ 1.

مفهومٌ أساسيٌّ — قسمةُ الأعدادِ النِّسبيَّةِ

- **بالكلماتِ** لِقسمةِ العددِ النّسبيِّ $\frac{a}{b}$ على العدَدِ النِّسبيِّ $\frac{c}{d}$ أضربُ في النَّظيرِ الضَّربِيِّ (مقلوبٌ) $\frac{c}{d}$ ، ثمَّ أطبِّقُ قواعدَ ضربِ الأعدادِ الصّحيحَةِ؛ لتَحديدِ إشارةِ ناتِجِ القِسمةِ.
- **بالرموزِ** $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ ، حيثُ $b, c, d \neq 0$

مثال 3

أجدُ ناتجَ القسمةِ في أبسطِ صورةٍ:

1) $-\frac{1}{4} \div (-\frac{3}{5})$

$$-\frac{1}{4} \div (-\frac{3}{5}) = -\frac{1}{4} \times (-\frac{5}{3})$$

أضربُ في النَّظيرِ الضَّربِيِّ للعددِ $-\frac{3}{5}$

$$= \frac{-1\times -5}{4\times 3} = \frac{5}{12}$$

أحدِّدُ إشارةَ الناتجِ، ثمَّ أضربُ البسطينِ، وأضربُ المقامَيْنِ

2 $-3 \div (2\frac{1}{3})$

$-3 \div (2\frac{1}{3}) = -\frac{3}{1} \div \frac{7}{3}$ أكتبُ كلًّا منَ المقسومِ والمقسومِ عليْهِ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$

$= -\frac{3}{1} \times \frac{3}{7}$ أضربُ في النَّظيرِ الضَّربيِّ للمقسومِ عليْهِ

$= \frac{-3\times3}{1\times7} = -\frac{9}{7}$ أحدِّدُ إشارةَ الناتجِ، ثمَّ أضربُ البسطينِ، وأضربُ المقامَيْنِ

$= -1\frac{2}{7}$ أُحوِّلُ الكسرَ غيرَ الفِعْلِيِّ إلى عددٍ كسريٍّ

أتحقَّقُ منْ فهمي:

3 $6 \div \frac{1}{9}$ **4** $-\frac{2}{10} \div \frac{4}{15}$ **5** $(-7\frac{1}{3}) \div \frac{1}{2}$

مثال 4 أَجِدُ ناتِجَ القِسمةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1 $-7.56 \div 0.24$

$-7.56 \div 0.24 = \frac{-7.56 \times 100}{0.24 \times 100} = \frac{-756}{24}$ أضربُ في $\frac{100}{100}$ ؛ لأنَّ 0.24 تحتوي على منزلتيْنِ عشريَّتيْنِ

$= -31.5$ أقسِمُ قِسمةً طويلةً

2 $-2.28 \div -9\frac{1}{2}$

$-2.28 \div -9\frac{1}{2} = -2.28 \div -9.5$ أحوِّلُ الكسرَ العاديَّ إلى كسرٍ عشريٍّ

$= \frac{-2.28 \times 10}{-9.5 \times 10} = \frac{-22.8}{-95}$ أضربُ في $\frac{10}{10}$ ؛ لأنَّ -9.5 تحتوي على منزلةٍ عشريّةٍ واحدةٍ

$= 0.24$ أقسِمُ قِسمةً طويلةً

أتحقَّقُ منْ فهمي:

3 $7.7 \div -14$ **4** $-47.6 \div -1.7$ **5** $97.8 \div 1\frac{1}{2}$

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أجدُ ناتجَ الضَّربِ في أبسطِ صورةٍ:

1) $\frac{3}{4} \times \frac{6}{9}$

2) $\frac{-1}{7} \times \frac{2}{3}$

3) $11 \times \frac{5}{8}$

4) $(\frac{6}{8}) \times (-3\frac{1}{2})$

5) $2\frac{3}{5} \times 2\frac{1}{6}$

6) $9 \times (-1\frac{2}{7})$

7) $-1.7 \times (-0.93)$

8) $2.04 \times (-1.9)$

9) $11.4 \times 1\frac{4}{5}$

إرشادٌ

أحوّلُ العددَ الكسريَّ إلى كسرٍ غيرِ فعليٍّ، ثمَّ أتمِّمُ عمليةَ الضربِ.

أجدُ ناتجَ القسمةِ في أبسطِ صورةٍ:

10) $11 \div \frac{2}{3}$

11) $\frac{4}{6} \div \frac{1}{12}$

12) $5\frac{3}{4} \div \frac{2}{7}$

13) $76.68 \div (-2.4)$

14) $14.88 \div 1\frac{1}{5}$

15) $-119.35 \div (-3\frac{1}{10})$

16) **طاووسٌ:** يُعَدُّ الطّاووسُ واحِدًا منْ أكبرِ الطّيورِ، ويُمَثِّلُ ذَيْلُهُ 60% منْ طولِهِ الكُلّيِّ، إذا كانَ طولُ أحدِها 145 cm، فكمْ يبلُغُ طولُ ذَيْلِهِ؟

17) **خياطةٌ:** يحتاجُ خيّاطٌ إلى $2\frac{1}{4}$ m^2 منَ القُماشِ؛ لِتَجهيزِ ثوبٍ واحدٍ، كمْ ثوبًا يُمكنهُ تجهيزُهُ باستعمالِ $14m^2$ منَ القُماشِ؟

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

18) **أكتشِفُ الخطأَ:** وجدَتْ فاطمةُ ناتِجَ:

$$-3\frac{3}{8} \times (-4\frac{1}{3}) = 12\frac{1}{8}$$

أكتَشِفُ خَطأَ فاطمَةَ، ثمَّ أصَحِّحُهُ.

أتعلَّمُ

يُسْتَخدَمُ مصطلحُ (مسألةٌ مفتوحةٌ) للمسائلِ التي لها أكثرُ منْ إجابةٍ صحيحةٍ.

19) **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أجدُ كسرينِ ناتجُ ضربِهِما أكبرُ منَ النِّصفِ، وأصغرُ منَ الواحِدِ.

20) **أكتبُ** أكتبُ فِقرةً قصيرةً أبيِّنُ فيها لماذا يكونُ ناتجُ ضربِ الكسرِ $\frac{1}{4}$ في نفسِهِ أقلَّ منْ $\frac{1}{4}$.

الدرسُ 6

خطةُ حلِّ المسألةِ : الحلُّ العكسيُّ

فكرةُ الدرسِ

أحلُّ مسائلَ باستخدامِ خطّةِ «الحلِّ العكسيِّ».

رحلةٌ: انطلقَتْ شذى في رحلةٍ بسيّارتِها، فاستهلكَتْ 6.3 L منَ الوقودِ، ثمَّ توقَّفَتْ عندَ المحطَّةِ وزوَّدَتْها بمقدارِ 15 L منَ الوقودِ، وأكملَتْ رحلتَها، فاستهلكَتِ السيّارةُ $11\frac{4}{5}$ L أخرى، وعندَ نهايةِ الرحلةِ بقيَ في السيّارةِ 8.9 L

ما كَمِّيَّةُ الوقودِ التي كانَتْ في خزّانِ السيّارةِ بدايةَ الرحلةِ؟

1 أفهمُ

المُعطياتُ: استهلكَتِ السيّارةُ 6.3 L وَ $11\frac{4}{5}$ L منَ الوقودِ، وزوّدَتْها شذى بمقدارِ 15 L، وبقِيَ فيها 8.9 L

المطلوبُ: إيجادُ كَمِّيَّةِ الوقودِ في خزّانِ السيّارةِ بدايةَ الرحلةِ.

2 أخطِّطُ

أستخدمُ خُطَّةَ الحلِّ العكسيِّ حينَ تكونُ النتيجةُ النهائيّةُ لسلسلةٍ منَ الخطواتِ الحسابيّةِ مُعطاةً، والمطلوبُ إيجادُ القيمةِ التي بدأَتْ بها تلكَ السّلسلةُ، إذنْ، أبدأُ بالقيمةِ النهائيَّةِ، وهيَ 8.9 L، وأحلُّ عكسيًّا.

3 أحلُّ

كمّيّةُ الوقودِ المتبقّيةُ في السيارةِ

$$8.9$$

أجمعُ كمّيّةَ الوقودِ التي استهلَكَتْها السيارةُ بعدَ تزويدِها بالوقودِ

$$8.9 + 11\frac{4}{5}$$
$$= 8.9 + 11.8$$
$$= 20.7$$

أطرحُ كمّيّةَ الوقودِ التي أُضيفَتْ

$$20.7 - 15 = 5.7$$

أجمعُ الكمّيّةَ التي استهلكَتْها السيّارةُ قبلَ مَلْئِها بالوقودِ

$$5.7 + 6.3 = 12$$

إذنْ، كانَتْ كمّيّةُ الوقودِ في السيّارةِ بدايةَ الرحلةِ 12 L

4 أتحقَّقُ

أفترضُ أنَّ ما كانَ في السيّارةِ 12 L منَ الوقودِ، ثمَّ أطرحُ كمّيّاتِ الاستهلاكِ، وأجمعُ الكمّيّةَ التي أُضيفَتْ إليها في محطّةِ الوقودِ. فهلِ الناتجُ النهائيُّ 8.9 L؟

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

1 **أغذيةٌ:** اشترى فيصلٌ علبةَ عصيرٍ، واستهلكَ $\frac{1}{3}$ L منْها مُدَّةَ يومينِ، وبقيَ لديْهِ $\frac{1}{8}$ L. أجدُ سَعَةَ علبةِ العصيرِ التي اشتراها.

2 **هديَّةٌ:** اشتركَ محمودٌ ويارا وآلاءُ في شراءِ هديَّةٍ لوالدتِهِمْ بالتساوي، فدفَعوا 16.25 دينارًا ثمنًا للهديَّة، شاملًا دينارًا ونصفًا ثمنًا للتغليفِ، وَ 2.75 ثمنًا للتوصيلِ، ودفعَتْ آلاءُ ثمنَ التغليفِ والتوصيلِ. ما المبلغُ الذي دفَعَهُ كلٌّ منْ يارا ومحمودٍ؟

3 **تبرُّعاتٌ:** معَ غادةَ مبلغٌ منَ المالِ تبرَّعَتْ منهُ بمبلغِ 17.5 دينارًا، ثمَّ اشترَتْ حقيبةً ثمنُها $9\frac{1}{4}$ دنانيرَ، وبقيَ معَها 34.4 دينارًا. ما المبلغُ الذي كانَ معَها في البدايةِ؟

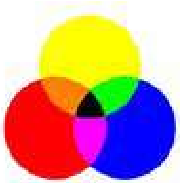
4 **تجارةٌ:** ينقصُ سعرُ سيّارةٍ بمقدارِ 350 دينارًا سنويًّا، فأصبحَ سعرُها بعدَ خمسِ سنواتٍ 10200 دينارٍ. أَجِدُ سعرَ السيّارةِ الأصليَّ.

5 **حافلاتٌ:** صعِدَ عددٌ منَ الرُّكّابِ حافلةً، وفي المحطّةِ الأولى نزلَ راكبانِ وصعِدَ 5 رُكّابٍ جُدُدٍ؛ فأصبحَ عددُ رُكّابِ الحافلةِ 25 راكبًا. ما عددُ الرُّكّابِ في البدايةِ؟

6 **فنونٌ:** في مرسمِ المدرسةِ كمّيّةٌ منَ الألوانِ السائلةِ، استهلكَ طلبةُ الصّفِّ السابعِ $1\frac{1}{3}$ L منْها في رسمِ لوحةٍ جداريةٍ تُعبِّرُ عنْ مئويّةِ الثورةِ العربيّةِ الكبرى، ثمَّ اشترَتِ المدرسةُ $\frac{7}{9}$ L، فأصبحَ في المرسمِ 1.4 L. كمْ لترًا كانَ في المرسمِ؟

معلومةٌ

الألوانُ الأساسيّةُ، هيَ: الأحمرُ، والأزرقُ، والأصفرُ، وتُمزَجُ هذهِ الألوانُ للحصولِ على ألوانٍ أخرى.



7 **أعدادٌ:** إذا ضُرِبَ عددٌ في -3، ثمَّ أضيفَ إلى ناتجِ الضربِ 2، ثمَّ ضُرِبَ الناتجُ الكلِّيُّ في $\frac{1}{2}$، وأصبحَ الناتجُ 4، فما ذلكَ العددُ؟

8 **أكتبُ** أكتبُ مسألةً يمكنُني حلُّها باستخدامِ خطّةِ الحلِّ العكسيِّ، ثمَّ أحلُّها.

اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1 أيُّ الجملِ الآتيةِ صحيحةٌ:

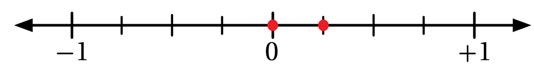
a) الأعدادُ النِّسبيّةُ جميعُها أعدادٌ كليّةٌ.

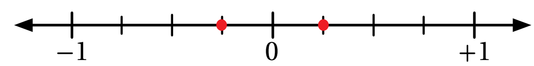
b) الأعدادُ النِّسبيّةُ جميعُها أعدادٌ صحيحةٌ.

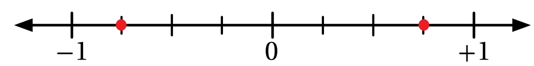
c) الأعدادُ النِّسبيّةُ جميعُها يمكنُ كتابتُها على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$ حيثُ $b \neq 0$

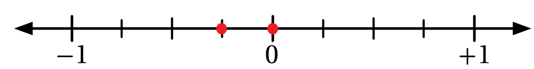
d) الأعدادُ النِّسبيّةُ لا يمكنُ أنْ تكونَ سالبةً.

2 خطُّ الأعدادِ الَّذي يُظْهِرُ العددَ $\frac{-1}{4}$ ومعكوسَهُ، هوَ:

a) 

b) 

c) 

d) 

3 القيمةُ المطلقةُ للعددِ -12.5 ، هيَ:

a) 12.5 **b)** -1

c) 1 **d)** -12.5

4 أحدُ الأعدادِ النّسبيّةِ الآتيةِ لا يُكافِئُ $\frac{4}{-6}$:

a) $\frac{-10}{15}$ **b)** $\frac{-8}{12}$

c) $\frac{6}{-9}$ **d)** $\frac{-2}{-3}$

5 أحدُ الأعدادِ النّسبيّةِ الآتيةِ يقعُ بينَ -0.34 وَ -0.36:

a) $\frac{-17}{50}$ **b)** $\frac{-9}{25}$

c) $\frac{-7}{20}$ **d)** $\frac{35}{100}$

6 أيُّ الآتيةِ يمثِّلُ أعدادًا نسبيَّةً مرتَّبةً تنازليًّا:

a) $0.4 , 2 , \frac{-1}{5} , \frac{-2}{3}$

b) $\frac{-1}{5} , 0.4 , \frac{-2}{3} , 2$

c) $2 , \frac{-1}{5} , 0.4 , \frac{-2}{3}$

d) $2 , 0.4 , \frac{-1}{5} , \frac{-2}{3}$

7 $-3.78 - (-2.95) =$

a) -6.73 **b)** 0.88

c) -0.83 **d)** 6.73

8 $-3\frac{1}{4} \div (2\frac{1}{6}) =$

a) $\frac{-2}{3}$ **b)** $\frac{-3}{2}$ **c)** $\frac{2}{3}$ **d)** $\frac{3}{2}$

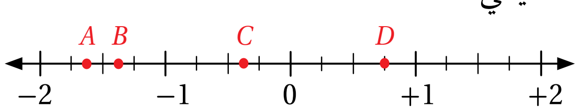
أضعُ إشارةَ $<$ أوْ $>$ أوْ $=$ في $\square$ ؛ لِتصبحَ كلُّ جملةٍ ممّا يأتي صحيحةً:

9 $0.\overline{28} \ \square \ \frac{2}{7}$

10 $-1\frac{3}{10} \ \square \ \frac{-13}{10}$

11 $0.\overline{4} \ \square \ \frac{-4}{9}$

12 أيُّ النقاطِ الّتي على خطِّ الأعدادِ توافقُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي:



a) $-1\frac{2}{5}$ **b)** $\frac{3}{4}$

d) $-1\frac{3}{5}$ **e)** $-0.\overline{4}$

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

13 $1\frac{4}{5} - 2\frac{2}{3}$

14 $-3.21 + 1.84$

15 $-2\frac{1}{2} \times -3\frac{1}{2}$

16 $-3.66 \div (-1.5)$

17 $0.8 + \frac{-1}{12}$

18 أُمثِّلُ كلًّا ممّا يأتي على خطِّ الأعدادِ:

$-1.5\ ,\ -1\frac{5}{8}\ ,\ -2\frac{5}{6}\ ,\ -\left|\frac{-3}{5}\right|$

يُبيِّنُ الجدولُ الآتي الزّمنَ - بالسّاعاتِ - الّذي استغرقَهُ شاهينٌ في الدِّراسةِ خلالَ خمسةِ أيّامٍ منَ الأسبوعِ:

اليومُ	الأحدُ	الإثنينُ	الثّلاثاءُ	الأربعاءُ	الخميسُ
عددُ السّاعاتِ	$2\frac{1}{6}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{5}{12}$	$2\frac{1}{4}$

19 أكتبُ بصيغةِ عددٍ عشريٍّ زمنَ الدِّراسةِ يومَ الخميسِ.

20 أرتِّبُ أيّامَ الدّراسةِ ترتيبًا تصاعديًّا بحسبِ الزّمنِ الدّراسيِّ.

21 اشترى راشدٌ $13\frac{1}{3}$ m منَ الخَشَبِ؛ لِعملِ إطاراتٍ للنّوافذِ، استعملَ منْها $7\frac{2}{3}$ m. كمْ مترًا بقيَ لديْهِ؟

22 **خياطةٌ:** لدى خيّاطٍ كمّيّةٌ منَ القماشِ، استخدمَ منْها $5.22\ m^2$ في خياطةِ غطاءٍ للطاولةِ، وستَّةَ أمثالِ هذهِ الكمّيّةِ في خياطةِ ستارةٍ للنافذةِ، وبقيَ منْها $57.4\ m^2$. ما كمِّيّةُ القماشِ الأصليّةُ التي كانَتْ لديْهِ؟

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

23 $\frac{0.1}{0.01} + \frac{0.2}{0.02} + \frac{0.3}{0.03} + \frac{0.4}{0.04} =$

a) 10 b) 40

c) 50 d) 100

24 $(1+\frac{1}{2})\ (1+\frac{1}{3})\ (1+\frac{1}{4}) =$

a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{5}{2}$ d) 5

الوحدةُ
2
الأسسُ الصحيحةُ والمقاديرُ الجبريَّةُ

ما أهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

للأسسِ الصحيحةِ والمقاديرِ الجبريّةِ أهميَّةٌ كبيرةٌ في حياتِنا، فهيَ تسهّلُ عمليّةَ التحويلِ بينَ وحداتِ قياسِ الطولِ والمساحةِ والكتلةِ ودرجاتِ الحرارةِ والعملاتِ، وتُفيدُنا أيضًا في تمثيلِ كميّاتٍ كبيرةٍ جدًّا أوْ صغيرةٍ جدًّا مثلِ كُتلةِ الأرضِ، أوْ كتلةِ كائناتٍ مجهريَّةٍ كالبكتيريا والفيروساتِ.

تعلّمْتُ سابِقًا:

- ✓ التعبيرَ عنْ مواقفَ حياتيّةٍ بمقاديرَ جبريَّةٍ.
- ✓ حسابَ القيمةِ العدديَّةِ لمقدارٍ جبريٍّ يتضمَّنُ عمليَّةً حسابيَّةً أوْ أكثرَ.
- ✓ تمثيلَ المقاديرِ الجبريّةِ بطرائقَ متعدّدةٍ، مثلِ الجداولِ والقوائمِ العدديّةِ.

سأتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- إجراءَ العمليّاتِ الحسابيّةِ على الحدودِ والمقاديرِ الجبريّةِ وكتابتَها في أبسطِ صورةٍ.
- كتابةَ الأعدادِ الكليّةِ والكسورِ العشريّةِ بالصيغةِ الأُسّيَّةِ.
- تبسيطَ مقاديرَ عدديّةٍ تتضمَّنُ الأسسَ باستخدامِ أولوياتِ العمليّاتِ الحسابيّةِ.

مشروعُ الوحدةِ: تصميمُ ساعةِ جِدارٍ

أستعدُّ وزملائي / زميلاتي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الذي نستعملُ فيهِ ما سنتعلَّمُهُ في هذهِ الوحدةِ لتصميمِ ساعةِ جدارٍ.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1 أرسمُ مُخطَّطًا لساعةِ جدارٍ تحتوي على 3 مربّعاتٍ: داخليٍّ، وأوسطَ، وخارجيٍّ، كما في الشكلِ أعلاهُ.

2 أُسمّي متغيّرًا يدُلُّ على طولِ ضلعِ المربّعِ الأوسطِ، ثمَّ أكتبُهُ في الخانةِ المناسبةِ في الجدولِ التالي.

المربّعُ	طولُ الضلعِ		المحيطُ		المساحةُ	
	بالرمزِ	بالصّيغةِ الأسّيّةِ	بالرمزِ	بالصّيغةِ الأسّيّةِ	بالرمزِ	بالصّيغةِ الأسّيّةِ
الأوسطُ						
الخارجيُّ						
الداخليُّ						
المجموعُ						

3 أضربُ طولَ ضلعِ المربّعِ الأوسطِ في 2 لأحصلَ على طولِ ضلعِ المربّعِ الخارجيِّ، ثمَّ أكتبُ الحدَّ الجبريَّ الناتجَ في الجدولِ.

4 أقسمُ طولَ ضلعِ المربعِ الأوسطِ على 2 لأحصلَ على طولِ ضلعِ المربعِ الداخليِّ، ثمَّ أكتبُ الحدَّ الجبريَّ الناتجَ في الجدولِ.

5 أختارُ قيمةً عدديّةً للمتغيّرِ الذي يمثّلُ طولَ ضلعِ المربّعِ الأوسطِ منْ قوى العددِ 2، وأعوّضُها في كلٍّ منَ الحدودِ الجبريّةِ الثلاثةِ التي تمثّلُ أطوالَ أضلاعِ المربّعاتِ.

6 أكتبُ حدًّا جبريًّا يمثّلُ محيطَ كلٍّ منَ المربّعاتِ الثلاثةِ.

7 أستخدمُ القيمةَ العدديّةَ التي اخترتُها لطولِ ضلعِ المربّعِ الأوسطِ لأجدَ محيطَ كلٍّ منَ المربّعاتِ الثلاثةِ.

8 أكتبُ حدًّا جبريًّا يمثّلُ مساحةَ كلِّ مربّعٍ.

9 أستخدمُ القيمةَ العدديّةَ التي اخترتُها لطولِ ضلعِ المربعِ الأوسطِ لأجدَ مساحةَ كلِّ مربّعٍ.

10 أجدُ المقاديرَ الجبريّةَ التي تمثّلُ مجموعَ أطوالِ أضلاعِ المربّعاتِ الثلاثةِ ومجموعَ محيطاتِها ومجموعَ مساحاتِها، ثمَّ أكتبُها في الصفِّ الأخيرِ منَ الجدولِ.

11 أستخدمُ القيمةَ العدديّةَ التي اخترتُها لطولِ الضلعِ الأوسطِ لأجدَ القيمةَ العدديّةَ لكلٍّ منَ المقاديرِ الجبريّةِ الثلاثةِ الناتجةِ في الخطوةِ السابقةِ، مراعيًا أولوياتِ العمليّاتِ الحسابيّةِ.

12 أصنعُ عقاربَ بطولٍ يناسبُ أطوالَ أضلاعِ مربّعاتِ الساعةِ.

عرضُ النتائجِ:

أكتبُ تقريرًا أعرضُ فيهِ ما يأتي:

- خُطُواتُ عَمَلِ الْمَشْروعِ، والنتائجُ الَّتي تَوَصَّلْتُ إلَيْها.
- استخدامُ الأسسِ والمقاديرِ الجبريّةِ في مشروعي.
- نموذجُ الساعةِ، وبيانُ أطوالِ الأضلاعِ والمحيطاتِ والمساحاتِ فيها.

فكرةُ الدرسِ

أتعرَّفُ الأسسَ، والقوى، وقواعدَ ضربِها وقسمتِها.

المصطلحاتُ

أساسٌ، أُسٌّ، الصيغةُ الأُسِّيَّةُ للعددِ، الصيغَةُ القياسيةُ للعددِ.

أستكشفُ

زارَ أحمـــدُ مدينةَ جرشَ، وأرســـلَ صورةً لاثنينِ منْ أصدقائِهِ بعدَ دقيقةٍ منَ التقاطِها، وبعدَ دقيقةٍ أخرى أرســـلَ كلٌّ منْ صديقَيْهِ الصورةَ نفسَـــها لاثنينِ مـــنْ أصدقائِهما، واستمرَّتِ العمليّةُ وَفقَ هذا النَّمَطِ كما في الجدولِ المجاورِ.

ما عددُ الصورِ المرسلةِ بعدَ 9 دقائقَ؟

الدقائقُ	عددُ الصورِ المُرسَلةِ	
1	2×1	2
2	2×2	4
3	2×2×2	8
4	2×2×2×2	16

يمكنُني التعبيرُ عنِ الضربِ المتكرِّرِ للعددِ في نفسِـهِ باسـتخدامِ الأسسِ، وعندئذٍ يُسـمّى عددُ مرّاتِ تكرارِ الضربِ **الأُسَّ** (exponent). أمّا العددُ نفسُهُ فيُسمّى **الأساسَ** (base)، ويُسمّى كلٌّ منَ الأساسِ والأُسِّ معًا **القوَّةَ** (power).

$$32 = 2\times2\times2\times2\times2 = 2^{5}$$

الأُسُّ

الأساسُ

لغةُ الرياضياتِ

يُقرَأُ المقدارُ 2^5 اثنانِ أُسُّ خمسةٍ.

تُسمّى الصيغةُ التي يُكْتَبُ فيها الضربُ المتكرِّرُ باستخدامِ الأسسِ **الصيغَةَ الأُسِّيَّةَ** (exponent form)، مثلَ 3^7 .

أمّا الصيغَةُ التي يُكْتَبُ فيها الضربُ المتكرّرُ منْ دونِ استخدامِ الأسسِ فتُسمّى **الصيغةَ القياسيّةَ** (standard form)، مثلَ $3\times3\times3\times3\times3\times3\times3$.

مثال 1

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي بالصيغةِ الأُسِّيَّةِ:

1) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$= (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5)$ الخاصيّةُ التجميعيّةُ

$= 3^4 \times 5^2$ تعريفُ الأسسِ

2) $a \times a \times c \times a \times c \times c \times a \times a$

$= a \times a \times a \times a \times a \times c \times c \times c$ الخاصيّةُ التبديليّةُ

$= (a \times a \times a \times a \times a) \times (c \times c \times c)$ الخاصيّةُ التجميعيّةُ

$= a^5 \times c^3$ تعريفُ الأسسِ

أتحقَّقُ من فهمي:

3) $6\times6\times6\times2\times2\times2$

4) $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 7 \times 7$

5) $b \times b \times r \times b \times r \times b$

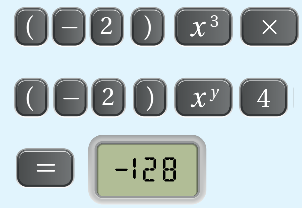
6) $d \times c \times c \times d \times c \times d \times d$

أستعملُ قواعدَ ضربِ القوى وقسمتِها الآتية لأبسِّطَ العباراتِ الأُسِّيةِ:

التعبيرُ اللفظيُّ	الرموزُ	السببُ
ضربُ القوى: لضربِ قوّتينِ لهُما الأساسُ نفسُهُ، أجمعُ أُسَّيْهِما.	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$a^3 \times a^5 = (a\times a\times a)\times(a\times a\times a\times a\times a)$ $= a^8$
قسمةُ القوى: لقسمةِ قُوَّتينِ لهُما الأساسُ نفسُهُ، أطرحُ أُسَّ المقامِ منْ أسِّ البسطِ.	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $a \neq 0$	$\frac{a^5}{a^2} = \frac{a\times a\times a\times \cancel{a}\times \cancel{a}}{\cancel{a}\times \cancel{a}} = a^3$ $a \neq 0$
قوّةُ القوّةِ: لإيجادِ قوّةِ القوّةِ، أضربُ الأسسَ.	$(a^m)^n = a^{m\times n}$	$(a^3)^2 = a^3 \times a^3$ $= (a\times a\times a) \times (a\times a\times a) = a^6$
قوّةُ حاصلِ الضربِ: لإيجادِ قوّةِ حاصلِ الضربِ، أجدُ قوّةَ كلِّ عددٍ، ثمَّ أضربُ.	$(ab)^n = a^n b^n$	$(a\times b)^3 = (a\times b)\times(a\times b)\times(a\times b)$ $= (a\times a\times a)(b\times b\times b)$ $= a^3 \times b^3$
قوّةُ ناتجِ القسمةِ: لإيجادِ قوّةِ ناتجِ القسمةِ، أجدُ كلًّا منْ قوّةِ البسطِ والمقامِ، ثمَّ أقسمُ.	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $b \neq 0$	$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b}$ $= \frac{a\times a}{b\times b} = \frac{a^2}{b^2}, b \neq 0$

مثال 2 أستخدمُ قوانينَ الأسسِ لإيجادِ قيمةِ كلٍّ ممّا يأتي:

يمكنُني التحقُّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ:



1 $(-2)^3 \times (-2)^4$

$(-2)^3 \times (-2)^4 = (-2)^{3+4}$ قاعدةُ ضَرْبِ القُوى

$= (-2)^7$ أجمعُ الأسسَ

$= -128$ تعريفُ الأسسِ

2 $\dfrac{3^8}{3^7}$

$\dfrac{3^8}{3^7} = 3^{8-7}$ قاعدةُ قسمةِ القُوى

$= 3$ أطرحُ الأسسَ

3 $(2^3 \times 5)^2$

$(2^3 \times 5)^2 = 2^6 \times 5^2$ قاعدةُ قوَّةِ حاصلِ الضربِ

$= 64 \times 25$ تعريفُ الأسسِ

$= 1600$ أضربُ

أتحقَّقُ منْ فهمي:

4 $3^2 \times 3^5$ **5** $(6 \times 4)^2$ **6** $\dfrac{8^4}{8^2}$ **7** $\left(\dfrac{2}{7}\right)^2$

هلْ يمكنُ أنْ يكونَ الأسُّ سالبًا؟ بِتَتَبُّعِ النمطِ في الجدولِ الآتي، ألاحظُ أنَّ الأسسَ الصحيحةَ السالبةَ للعددِ 10 تمثِّلُ قسمةً متكرِّرةً للعددِ 10 على نفسِهِ، وألاحظُ أيضًا أنَّ قيمةَ 10^0 هيَ 1 .

الصيغةُ الأُسِّيَّةُ	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
القيمةُ العدَدِيَّةُ	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$

÷10 ÷10 ÷10 ÷10 ÷10 ÷10

إنَّ الاســتنتاجَيْنِ اللَّذَيْنِ توصَّلْتُ إليهِما عنِ الأســسِ الصحيحةِ الســالبةِ والأسِّ الصِّفْرِيِّ صحيحانِ لأيِّ عــددٍ (ما عدا الصفرِ). ويمكنُني التحقُّقُ منْ ذلكَ بإنشاءِ جداولَ مشابهةٍ لأعدادٍ أخرى غيرِ العددِ 10. يمكنُني تعميمُ هذَيْنِ الاستنتاجَيْنِ على النحوِ الآتي:

التعبيرُ اللفظيُّ	الرموزُ	السببُ
الأسُّ الصِّفْــرِيُّ: أيُّ عددٍ غيرِ الصفرِ مرفوعًا للأسِّ صفرٍ يساوي 1.	$a^0 = 1$	$1 = \frac{a^2}{a^2} = a^{2-2} = a^0$
الأســسُ الســالبةُ: القوَّةُ ذاتُ الأساسِ غيرِ الصفريِّ والأُسِّ الســالبِ هِيَ مقلوبُ القوَّةِ ذاتِ الأساسِ غيرِ الصفريِّ والأُسِّ الموجبِ، والعكسُ صحيحٌ.	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$	$a^{-3} = a^{-1} \times a^{-1} \times a^{-1}$ $= \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{a}$ $= \frac{1}{a^3}$

مثال 3

أستخدمُ قوانينَ الأسسِ لإيجادِ قيمةِ كلٍّ ممّا يأتي:

1 $\mathbf{5^{-2}}$

$5^{-2} = \frac{1}{5^2}$ قاعدةُ الأسسِ السالبةِ

$= \frac{1}{25}$ تعريفُ الأسسِ

2 $\mathbf{\frac{6^5 \times 10^3}{6^2 \times 10^6}}$

$\frac{6^5 \times 10^3}{6^2 \times 10^6} = \frac{6^5 \times 6^{-2}}{10^6 \times 10^{-3}}$ قاعدةُ الأسسِ السالبةِ

$= \frac{6^3}{10^3}$ قاعدةُ قوَّةِ ناتجِ القسمةِ

$= \frac{216}{1000} = 0.216$ تعريفُ الأسسِ

أتحقَّقُ منْ فهمي:

3 $\frac{4^3 \times 8^4}{4^5 \times 8^2}$

4 $3^5 \times (\frac{1}{3})^6$

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي بالصيغةِ الأُسّيّةِ:

1) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

2) $b \times b \times n \times b \times b \times n \times b \times b$

أستخدمُ قوانينَ الأسسِ لإيجادِ قيمِ كلٍّ ممّا يأتي:

3) $2^3 \times 4^3$

4) $5^2 \times (-2)^2$

5) $(\frac{1}{3})^4 \times 3^6$

معلومةٌ

البكتيريا كائناتٌ حيَّةٌ دقيقةٌ لا تُرى بالعينِ المجرَّدَةِ، منْها نافعٌ ومنْها ضارٌّ، وهيَ تتجمَّعُ معًا، وتأخذُ أشكالًا متعدِّدةً.

6) **علومٌ:** يوجدُ نوعٌ منَ البكتيريا يحوِّلُ الحليبَ إلى لبنٍ رائبٍ، طولُهُ 1.5×10^{-4} cm تقريبًا. أكتبُ طولَ هذهِ البكتيريا منْ دونِ استخدامِ الأسسِ.

7) **أزهارٌ:** يبلغُ طولُ حبَّةِ لقاحِ زهرةِ شقائقِ النّعمانِ 1.8×10^{-2} mm. أكتبُ طولَ هذهِ الحبَّةِ منْ دونِ استخدامِ الأسسِ.

أضعُ الرمزَ > أوْ < أوْ = في $\square$:

إرشادٌ

يمكنُ حلُّ الأسئلةِ (8–10) منْ دونِ إيجادِ القيمةِ العدديّةِ.

8) $9^0 \square (\frac{1}{2})^0$

9) $2^3 \square (-2)^5$

10) $(\frac{1}{5})^{10} \square (-5)^2$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

إرشادٌ

لحلِّ هذا السؤالِ أستخدمُ القيمةَ المنزليَّةَ للمقارنةِ.

11) **تبريرٌ:** أيُّ العددينِ أقربُ إلى المليونِ: 1.03×10^5 ، أمْ 1.03×10^6؟

12) **تحدٍّ:** أكتبُ صيغتَيْنِ أُسّيَّتَيْنِ مختلفتَيْنِ لهُما الإجابةُ نفسُها.

13) **أكتشفُ المختلفَ:** أيُّ القيمِ الآتيةِ مختلفةٌ: 6^2 ، $(-0.2)^5$ ، $(-2)^4$ ، $(1.4)^3$؟

14) **أكتبُ** كيفَ أجدُ قيمةَ العددِ $(\frac{1}{4})^2 \times 4^3$؟

الدرسُ 2 أولويّاتُ العمليّاتِ الحسابيّةِ

فكرةُ الدرسِ

أستخدمُ أولويّاتِ العمليّاتِ الحسابيّةِ وقوانينَ الأسسِ في تبسيطِ المقاديرِ العدديّةِ.

المصطلحاتُ

أولويّاتُ العمليّاتِ الحسابيّةِ.

أستكشفُ

هبطَ غوّاصٌ إلى عمقِ 5 m تحتَ سطحِ مياهِ خليجِ العقبةِ، ثمَّ هبطَ 13 m أخرى، وكرَّرَ الهبوطَ بمقدارِ 13 m مرَّتَيْنِ، بعدَ ذلكَ صَعدَ 20 m. يمثِّلُ المقدارُ العدديُّ الآتي العمقَ الذي يقفُ عندَهُ الغواصُّ الآنَ:

$$-5 + 3 \times (-13) + 20$$

إذا أردْتُ حسابَ قيمةِ هذا المقدارِ العدديِّ، فبأيِّ العمليّاتِ الحسابيّةِ أبدأُ؟

أتّبعُ ترتيبَ **أولويّاتِ العمليّاتِ الحسابيّةِ** (order of operations) عندَ حسابِ قِيَمِ المقاديرِ العدديّةِ:

1) أجدُ قيمَ المقاديرِ داخلَ الأقواسِ.

2) أجدُ قيمَ المقاديرِ الأُسِّيَّةِ جميعَها.

3) أضربُ أوْ أقسمُ منَ اليسارِ إلى اليمينِ (أيُّهُما أسبقُ).

4) أجمعُ أوْ أطرحُ منَ اليسارِ إلى اليمينِ (أيُّهُما أسبقُ).

أتعلَّمُ

- إذا وُجِدَ قوسانِ داخلَ بعضِهِما، فأحسبُ قيمةَ القوسِ الداخليِّ أوّلًا.
- يمكنُني استخدامُ الأقواسِ أوِ الرمزِ ($\times$) للدِّلالةِ على عمليّةِ الضربِ. فمثلًا $2(5+4)$ تعني $2\times(5+4)$

مثال 1 أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

1) $\mathbf{120 \div (20 - (8 - 3))}$

$120 \div (20 - (8 - 3)) = 120 \div (20 - 5)$ أجدُ قيمةَ المقدارِ داخلَ القوسِ الداخليِّ

$= 120 \div 15 = 8$ أجدُ قيمةَ المقدارِ داخلَ القوسِ الخارجيِّ، ثمَّ أقسمُ

2) $\mathbf{5(-2)^3 + 10}$

$5(-2)^3 + 10 = 5 \times -8 + 10$ أجدُ قيمةَ المقدارِ الأُسِّيِّ

$= -40 + 10 = -30$ أضربُ، ثمَّ أجمعُ

3 $\mathbf{2(5-1)^2-7}$

$2(5-1)^2-7 = 2 \times 4^2 - 7$ أجدُ قيمةَ المقدارِ داخلَ القوسِ

$= 2 \times 16 - 7$ أجدُ قيمةَ المقدارِ الأسِّيِّ

$= 32 - 7 = 25$ أضربُ، ثمَّ أطرحُ

أتحقَّقُ منْ فهمي:

4 $160 \div (25-(7-2))$

5 $60 \times (10-(4+3))$

6 $5(-3)^2 + 10$

7 $8(1-5)^2 - 7$

لتبسيطِ مقدارٍ عدديٍّ يتضمَّنُ قوًى، أُطبِّقُ قواعدَ القوى، وأراعي أولويّاتِ العمليّاتِ الحسابيَّةِ.

مثال 2 أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

1 $\mathbf{192 \div (2^3)^2 + (9-4)}$

$192 \div (2^3)^2 + (9-4) = 192 \div 2^{(3\times2)} + 5$ أجدُ قيمةَ المقدارِ داخلَ القوسِ

$= 192 \div 64 + 5$ أُطبِّقُ قاعدةَ قوَّةِ القوَّةِ

$= 3 + 5 = 8$ أقسمُ، ثمَّ أجمعُ

2 $\mathbf{2 \times \dfrac{(-3)^6}{(-3)^4} - 10}$

$2 \times \dfrac{(-3)^6}{(-3)^4} - 10 = 2\times (-3)^2 - 10$ أُطبِّقُ قاعدةَ قسمةِ القوى

$= 2 \times 9 - 10$ أجدُ قيمةَ المقدارِ الأُسّيِّ

$= 18 - 10 = 8$ أضربُ، ثمَّ أطرحُ

3 $\mathbf{5\,(7-2)^2 \div (-50)}$

$5\,(7-2)^2 \div (-50) = 5 \times 5^2 \div (-50)$ أجدُ قيمةَ المقدارِ داخلَ القوسِ

$= 5 \times 25 \div (-50)$ أجدُ قيمةَ المقدارِ الأُسّيِّ

$= 125 \div (-50) = -2\dfrac{1}{2}$ أضربُ، ثمَّ أقسمُ

4 $\dfrac{100 - 4 \times 3}{4^2 - 2^3}$

أستبدلُ بالكسرِ عمليّةَ القسمةِ $\dfrac{100 - 4 \times 3}{4^2 - 2^3} = (100 - 4 \times 3) \div (4^2 - 2^3)$

أحسبُ الضربَ داخلَ القوسِ الأولِ والأسسَ داخلَ القوسِ الثاني. $= (100 - 12) \div (16 - 8)$

أحسبُ قيمةَ القوسِ الأولِ، ثمَّ قيمةَ القوسِ الثاني $= 88 \div 8$

أقسمُ $= 11$

أتحقّقُ من فهمي:

5 $243 \div (3^2)^2 \times (5-8)$

6 $256 \div (2^3)^2 \times (2-7)$

7 $\dfrac{(-4)^5}{(-4)^3} \times 3 - 40$

8 $\dfrac{(6)^7}{(6)^5} \div 3 - 10$

يمكنُني أنْ أعبِّرَ عنْ كثيرٍ منَ المواقفِ الحياتيَّةِ بمقاديرَ عدديَّةٍ، ثمَّ أطبِّقُ أولويّاتِ العمليّاتِ الحسابيَّةِ لحسابِ قِيَمِها.

مثال 3: منَ الحياةِ

يمثِّلُ الجدولُ الآتي أسعارَ بعضِ الخضارِ والفواكهِ.

الصنفُ	تفّاحٌ	برتقالٌ	منجا	بندورةٌ
السعرُ JD / kg	1	0.75	2.5	0.4

اشترى حسّانٌ 2 kg تفاحًا، وَ 2 kg منجا، وَ 5 kg بندورةً. أكتبُ عبارتينِ عدديَّتَيْنِ مختلفتَيْنِ لأجِدَ ثمنَ ما اشتراهُ حسّانٌ.

ما دفعَهُ حسّانٌ: ثمنُ التفاحِ 1×2، وثمنُ المنجا 2.5×2 ، وثمنُ البندورةِ 0.4×5

العبارةُ الأولى:

أكتُبُ العبارةَ العدَديّةَ $5 \times 0.4 + 2 \times 2.5 + 2 \times 1$

أضربُ منَ اليسارِ إلى اليمينِ $= 2 + 5 + 2$

أجمعُ منَ اليسارِ إلى اليمينِ $= \text{JD } 9$

العبارةُ الثانيةُ:

أكتبُ العبارةَ العدَدِيّةَ $5 \times 0.4 + 2 \times (2.5 + 1)$

أجدُ قيمةَ ما داخلَ القوسِ $= 5 \times 0.4 + 2 \times 3.5$

أضربُ منَ اليسارِ إلى اليمينِ، ثمَّ أجمعُ $= 2 + 7 = \text{JD } 9$

أتحقَّقُ منْ فهمي:

إذا اشــترى حسّــانٌ 4 kg برتقالًا و 4 kg بندورةً، وكيلوغرامًا واحدًا منجا، فأكتبُ عبارتَيْنِ عدديَّتينِ مختلفتَيْنِ لأجِدَ ثمنَ ما اشتراهُ حسّانٌ.

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

1) $120 \div (10-(7-2))$

2) $200 \times (25-(20-5))$

3) $6(-2)^3 + 10$

4) $4(7-1)^2 - 34$

أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

5) $128 \div ((-2)^2)^3 + (10-6)$

6) $625 \div (5)^3 + (4+2)$

7) $\dfrac{60 - 2 \times 6}{2^5 - 4^2}$

8) $\dfrac{50 - 6 \times 3}{20 - 6^2}$

9) **تغذيةٌ:** إذا كانَتْ كمّيّةُ البروتينِ الموجودةُ في حبّةٍ واحدةٍ منَ التَّمرِ 1.81 gm، وفي كــوبٍ منَ الحليبِ 7.6 gm، وفي البيضةِ الواحدةِ 12.56 gm. إذا تناولَ حســامٌ على وجبةِ الفطــورِ 3 حبّاتٍ منَ التمرِ ونصفَ كوبٍ منَ الحليــبِ وبيضةً، فما كمّيّةُ البروتينِ التي حصلَ عليْها منْ وجبتِهِ؟

معلومةٌ

يُعَدُّ البروتينُ أكثرَ الموادِّ وفرةً في جسمِ الإنسانِ بعدَ الماءِ.

إرشادٌ
إذا احتوى أيُّ سؤالٍ على وحداتٍ مختلفةٍ، فيجبُ توحيدُ الوحداتِ.

10 اشترَتْ مُنى 3 علبِ عصيرٍ بسعرِ 1.8 منَ الدينارِ للعلبةِ الواحدةِ، ووجبتَيْنِ بسعرِ 2.3 منَ الدينارِ للوجبةِ الواحدةِ، وصحنَ سلطةِ خضارٍ بسعرِ 75 قرشًا. إذا دفعَتْ للمطعمِ 15 دينارًا، فأيُّ العباراتِ الآتيةِ تمثِّلُ المبلغَ الذي سيُعيدُهُ البائعُ إلى مُنى بالدينارِ:

a) $15-3\times1.8+2\times2.3+0.75$

b) $15-(3\times1.8+2\times2.3+75)$

c) $15-(3+2+1)\times(1.8+2.3+0.75)$

d) $15-(3\times1.8+2\times2.3+0.75)$

أكتبُ العددَ المفقودَ في $\square$:

11 $20+(\square-3\times5)=30$

12 $(52-4\times2)\div\square=11$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

13 **أكتشفُ الخطأَ:** أوجدَتْ رزانُ وشفاءُ قيمةَ العبارةِ $-15-36\div6\times2$، فكانَتْ إجابتاهُما كما يأتي:

رزانُ
$-15-36\div6\times2$
$=-15-36\div12$
$=-15-3$
$=-18$

شفاءُ
$-15-36\div6\times2$
$=-15-6\times2$
$=-15-12$
$=-27$

أيُّهُما كانَتْ إجابتُها صحيحةً؟ أبرِّرُ إجابتي.

إرشادٌ
لحلِّ السؤالِ 14، يمكنُني الاستفادةُ منْ حقائقِ الضربِ المتعلِّقةِ بالعددِ 6.

14 **تحدٍّ:** أضعُ الأعدادَ 45 ,20 ,11 ,9 في المكانِ المناسبِ؛ لأجعلَ المعادلةَ الآتيةَ صحيحةً: $(\square+\square)\div(\square-\square)=6$

تحدٍّ: أضعُ أقواسًا في المكانِ المناسبِ، بحيثُ تساوى العبارةُ العدديّةُ مع القيمةِ المعطاةِ:

15 $60+12\div4\times1+2=20$

16 $60+12\div4\times1+2=20$

17 $48+12\div4\times1+2=57$

18 $48+12\div4\times1+2=45$

19 **أكتبُ** أكتبُ مسألةً حياتيَّةً يتطلَّبُ حلُّها استخدامَ أولويّاتِ العمليّاتِ الحسابيّةِ.

الدرسُ 3 الحدودُ والمقاديرُ الجبريّةُ

فكرةُ الدرسِ

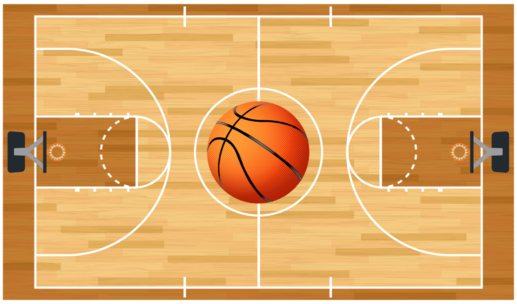
أتعرَّفُ الحدودَ والمعاملاتِ والثوابتَ في المقدارِ الجبريِّ.

المصطلحاتُ

متغيِّرٌ، حدٌّ جبريٌّ، معاملٌ، حدٌّ ثابتٌ، مقدارٌ جبريٌّ.

أستكشفُ

إذا كانَ طولُ ملعبِ كرةِ السلّةِ يزيدُ 13 m على عرضِهِ، فكيفَ أعبِّرُ عنْ محيطِهِ بمقدارٍ جبريٍّ؟



المتغيرُ (variable) هُوَ رمزٌ يُستعمَلُ للتعبيرِ عَنْ قِيَمٍ مجهولةٍ، و**المقدارُ الجبريُّ** (algebraic expression) هُوَ عبارةٌ تحتوي متغيّراتٍ وأعدادًا تفصلُ بينَها عمليّاتٌ. ويُسمّى أيُّ عددٍ أَوْ متغيِّرٍ أَوْ عددٍ مضروبٍ في متغيّرٍ أَوْ أكثرَ **حدًّا جبريًّا** (algebraic term).

$$2y + 6$$

يُسمّى العددُ المضروبُ في المتغيّرِ **المعاملَ** (coefficient).

الحدُّ الثابتُ (constant term) هُوَ حدٌّ لا يحتوي أيَّ متغيرٍ.

مثال 1

أميّزُ الحدودَ، والمعاملاتِ، والثوابتَ في كلِّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي:

1 $17s + t + 3$

الحدودُ: $17s,\ 1t,\ 3$

المعاملُ: $17 \quad 1$

الثابتُ: 3

2 $6xy + \frac{y}{4} - 10$

الحدودُ: $6xy,\ \frac{1}{4}y,\ 10$

المعاملُ: $6 \quad \frac{1}{4}$

الثابتُ: 10

أتحقَّقُ منْ فهمي:

3) $\frac{y^3}{2}$ 4) 6 5) $\frac{3}{4}xy - 1$ 6) $1.34\,rw^2$

يمكنُني التعبيرُ عنْ كثيرٍ منَ المواقفِ الحياتيّةِ التي تحتوي على قيمٍ مجهولةٍ باستخدامِ مقاديرَ جبريّةٍ.

مثال 2

أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

1) **عددٌ ما مضافٌ إليهِ 7**

العددُ	x
العددُ مضافٌ إليهِ 7	$x + 7$

2) **طَرْحُ العددِ 12 منْ مِثْلَيْ عددٍ ما.**

العددُ	x
مِثلا العددِ	$2x$
طرحُ 12 منْ مِثْلَيِ العددِ	$2x - 12$

أتحقَّقُ منْ فهمي:

3) عددٌ مضافٌ إليهِ 5

4) طَرْحُ العددِ 23 منْ مِثْلَيْ عددٍ.

5) ثمنُ فرشاةِ أسنانٍ x دينارًا، وثمنُ أنبوبِ معجونِ أسنانٍ JD 1.6 ما ثمنُ 5 فُرَشٍ وأنبوبِ معجونِ أسنانٍ؟

لحسابِ قيمةِ مقدارٍ جبريٍّ، أستبدلُ القيمَ العدديّةَ بالمتغيِّراتِ، ثمَّ أجري العمليّاتِ بحسبِ أولويّاتِها.

مثال 3

أجدُ قيمةَ كلٍّ منَ المقاديرِ الآتيةِ:

1) $\boldsymbol{x^2 - (8 + x)\,,\ x = 5}$

أعوِّضُ $x = 5$ ، ثمَّ أجِدُ قيمةَ ما داخلَ القوسِ	$5^2 - (8 + 5) = 5^2 - 13$
أجدُ المقدارَ الأُسّيَّ	$= 25 - 13$
أطرحُ	$= 12$

2 $y^2 + 4y\ ,\ y = -6$

أعوِّض $y = -6$ ، ثمَّ أجِدُ قيمةَ القوَّةِ، ثمَّ أضربُ

$(-6)^2 + 4 \times (-6) = 36 + (-24)$

$= 36 - 24$

أطرحُ

$= 12$

3 $(p^2 - 4p) - 5 \div d\ ,\ p = 3\ ,\ d = -1$

أعوِّضُ قيمتَيْ $d = -1$ وَ $p = 3$ ، ثمَّ أجِدُ قيمةَ الأُسِّ، ثمَّ قيمةَ الضربِ داخلَ القوسِ

$(3^2 - 4 \times 3) - 5 \div (-1) = (9 - 12) - 5 \div (-1)$

أجِدُ ما داخلَ القوسِ

$= (-3) - 5 \div (-1)$

أقسمُ

$= (-3) - (-5)$

أطرحُ، ثمَّ أجمعُ

$= -3 + 5 = 2$

أتحقَّقُ من فهمي:

4 $y^2 + (4 - 2y)\ ,\ y = 5$

5 $8d - d^2 + 1\ ,\ d = 3$

6 $(2b - b^2) - d \div 4\ ,\ b = 6\ ,\ d = 8$

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أميِّزُ الحدودَ، والمعاملاتِ، والثوابتَ في كلِّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي:

1 $-18y$ **2** $3 - u^3$ **3** xy^2

4 5 **5** $9x - 5y$ **6** 124

أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

7 إضافةُ عددٍ ما إلى 8.

8 طَرْحُ 15 منْ ثلاثةِ أمثالِ عددٍ ما.

9 ثمنُ كيسِ السكَّرِ b دينارٍ. اشــترى حَمَدٌ 3 أكياسِ سكَّرٍ، ودفعَ للتاجرِ 15 دينارًا، كمْ سيُعيدُ التاجرُ لحَمَدٍ؟

أتذكّرُ

يجبُ مراعاةُ أولويّاتِ العمليّاتِ الحسابيّةِ عندَ إيجادِ قيمةِ مقدارٍ جبريٍّ لعددٍ مُعطًى.

معلومةٌ

تستخدَمُ اختصاراتٌ منْ حروفٍ إنجليزيّةٍ للتعبيرِ عن عملاتِ الدولِ، مثل: JD للدينارِ الأردنيِّ، و SAR للريالِ السعوديِّ، و USD للدولارِ الأمريكيِّ.

أجدُ قيمةَ كلٍّ منَ المقاديرِ الآتيةِ:

10 $12 \times d \div d^2 - 1 \,,\, d = -6$

11 $(3n + n^2) + 12 \div m \,,\, n = 5 \,,\, m = 4$

12 $(3n - 1)^2 + 12 - m \,,\, n = 2 \,,\, m = -1$

13 **حواسيبُ:** ثمنُ حاسوبٍ محمولٍ JD 250، وتكلفةُ تنزيلِ البرنامجِ الواحدِ عليْهِ JD 3. أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ التكلفةَ الكليّةَ لشراءِ جهازٍ واحدٍ عليْهِ x منَ البرامجِ، ثمَّ أجدُ تكلفةَ شراءِ جهازٍ واحدٍ عليْهِ 6 برامجَ.

14 **نَقْلٌ:** بناءً على قرارِ مجلسِ إدارةِ هيئةِ النقلِ البريِّ الأردنيّةِ لعامِ 2019 م، تقرَّرَ تعديلُ تعرفةِ سيّاراتِ الأجرةِ؛ لتصبحَ التعرِفةُ النهاريّةُ لقيمةِ بدْءِ الانطلاقِ JD 0.35، إضافةً إلى JD 0.25 لكلِّ كيلومترٍ. أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ التكلفةَ الكليّةَ لسيّارةِ أجرةٍ قطعَتْ مسافةَ n كيلومترٍ، ثمَّ أجِدُ التكلِفةَ لسيّارةٍ قطعَتْ 20 km.

15 أعودُ إلى فِقرةِ (أستكشِفُ) بدايةَ الدّرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

إرشادٌ

في السؤالِ 16 أدعمُ تبريري بأمثلةٍ، وأعطي قيمًا عدديّةً مختلفةً لـ x .

16 **تبريرٌ:** هلْ يمكنُني معرفةُ أيِّهما أكبرُ: $2x$ أم $10x$ منْ دونِ إعطاءِ قيمةٍ للمجهولِ x ؟ أبرِّرُ إجابتي.

17 **أكتشِفُ المختلفَ:** أيٌّ ممّا يأتي مختلِفٌ عنِ المجموعةِ:

$1 - 2x$	$-0.1x^2$	$-6x^2$	$5x$

18 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ موقفًا يمكنُني التعبيرُ عنهُ بمقدارٍ جبريٍّ.

19 **أكتبُ** كيفَ أميِّزُ بينَ الحدِّ الجبريِّ والمقدارِ الجبريِّ؟

الدرس 4 جمعُ المقاديرِ الجبريَّةِ وطَرْحُها

فكرةُ الدرسِ

أُبسِّطُ المقاديرَ الجبريّةَ بجَمْعِ الحدودِ المتشابهةِ وطَرْحِها.

المصطلحاتُ

حدودٌ جبريَّةٌ متشابهةٌ، أبسطُ صورةٍ للمقدارِ الجبريِّ.

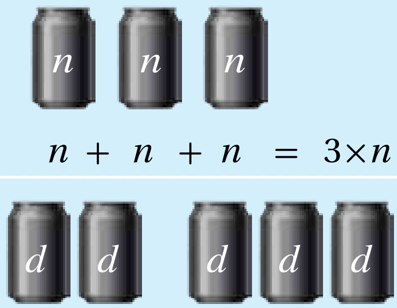
أستكشفُ

مثلثُ برمودا منطقةٌ جغرافيّةٌ على شكلِ مثلثٍ متطابقِ الأضلاعِ تقعُ في المحيطِ الأطلسيِّ. إذا عبَّرْنا عنْ طولِ الضّلعِ الواحدِ بالمقدارِ الجبريِّ $3x + 600$، فما محيطُ المثلَّثِ بدلالةِ x؟

الحدودُ الجبريَّةُ المتشابهةُ (algebraic like terms) هيَ حدودٌ تحتوي على المتغيِّراتِ نفسِها، وبالأسسِ نفسِها.

حدودٌ متشابهةٌ	حدودٌ غيرُ متشابهةٍ
$x,\ 34x, -5x$	$x,\ x^3,\ x^5$
$2xy, -28xy\ , xy$	$17, xy, xy^5$
$7n^3, -5n^3\ , n^3$	$w, 3z, 14m$

يمكنُني أنْ أجمعَ أيَّ حدَّيْنِ متشابِهَيْنِ أوْ أطرَحهما، وذلكَ بجَمْعِ معامليْهِما أوْ طرحِهِما فَقَطْ وإِبْقاءِ المُتَغيِّراتِ.



$$n + n + n = 3\times n = 3n$$

$$2d + 3d = 5d$$

أجمعُ المعاملاتِ، وأبقي المُتَغيِّراتِ.

أتعلَّمُ

معاملُ الحدِّ الجبريِّ n يساوي 1

يكونُ المقدارُ الجبريُّ في **أبسطِ صورةٍ** (simplest form) إذا لمْ يَحْتَوِ على أيِّ حدودٍ متشابِهَةٍ.

مثال 1

أكتبُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1 $\mathbf{3x + 4x}$

$3x + 4x = (3 + 4)x = 7x$ الحدّانِ $3x$ وَ $4x$ متشابهانِ. أجمعُ مُعامِلَي الحدَّيْنِ، ثمَّ أضعُ x

2 $\mathbf{4x - 3x}$

$4x - 3x = (4 - 3)x = x$ الحدّانِ متشابهانِ. أطرحُ معامِلَي الحدَّيْنِ، ثمَّ أضعُ x

3 $\mathbf{7zt + 6zt}$

$7zt + 6zt = (7 + 6)zt = 13zt$ الحدّانِ $7zt$ وَ $6zt$ متشابهانِ. أجمعُ معامِلَي الحدَّيْنِ، ثمَّ أضعُ zt

4 $\mathbf{9y^5 - y^5}$

$9y^5 - y^5 = (9 - 1)\, y^5 = 8y^5$ الحدّانِ $9y^5$ وَ y^5 متشابهانِ.أطرحُ معامِلَي الحدَّيْنِ، ثمَّ أضعُ y^5

أتحقّقُ منْ فهمي:

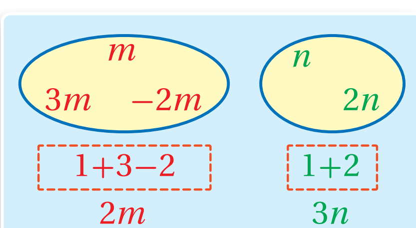
5 $6x+2x$

6 $2.5y + 0.5y$

7 $3gf - gf$

8 $12yu^5 - 6yu^5$

يمكنُني استخدامُ خصائصِ العمليّاتِ لكتابةِ مقدارٍ جبريٍّ في أبسطِ صورةٍ.



$$m + n + 3m + 2n - 2m$$
$$= (m + 3m - 2m) + (n + 2n)$$
$$= 2m + 3n$$

مثال 2

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1 $\mathbf{(6pn - 3q) + (2pn + 7q)}$

$= (6pn + 2pn) + (7q - 3q)$ الخاصيَّةُ التجميعيَّةُ والتبديليّةُ في الجمعِ

$= 8pn + 4q$ أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ، ثمَّ أطرحُها

2 $(4x^2y + t) + (3t - x^2y)$

$= (4x^2y - x^2y) + (t + 3t)$ الخاصيَّةُ التجميعيَّةُ والتبديليَّةُ في الجمعِ

$= 3x^2y + 4t$ أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ، ثمَّ أطرحُها

أتحقَّقُ من فهمي:

3 $(7cr - 3q) + (2cr + 7q)$

4 $(7xy + 4c) + (3xy - 8c)$

5 $(4x + 4c^2) + (6x - 2c^2)$

6 $(19t + 13s^2) + (4s^2 - t)$

يمكنُني اســتخدامُ **خاصيّةِ التوزيعِ** لتبسيطِ مقدارٍ جبريٍّ إشارتُهُ سالبةٌ مثلِ $-(6x-1)$، وذلكَ بإدخالِ الإشارةِ السالبةِ على القوسِ وعكسِ إشاراتِ جميعِ الحدودِ داخلَهُ ليصبحَ: $-(6x-1) = -6x+1$

مثال 3 أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1 $(2y + \frac{3}{4}) - (6y - \frac{1}{4})$

$= 2y + \frac{3}{4} - 6y + \frac{1}{4}$ خاصيّةُ التوزيعِ

$= (2y - 6y) + (\frac{3}{4} + \frac{1}{4})$ خاصيّةُ التجميعِ

$= -4y + 1 = 1 - 4y$ أُجمِّعُ الحدودَ المتشابِهةَ (خاصيَّةُ التجميعِ)

2 $(-0.75x - 4) - (1.25x + 0.5)$

$= (-0.75x - 4) - 1.25x - 0.5$ خاصيّةُ التوزيعِ

$= (-0.75x - 1.25x) + (-4 - 0.5)$ أُجمِّعُ الحدودَ المتشابِهةَ (خاصيَّةُ التجميعِ)

$= -2x - 4.5$ أطرحُ الحدودَ المتشابهةَ

أتحقَّقُ من فهمي:

3 $(6x + \frac{5}{6}) - (x - \frac{2}{6})$

4 $(-1.75b - 7) - (2.25b + 3.5)$

5 $6dx^2 - 3z - 2(dx^2 + 4z)$

6 $2c^2v + 4h - 3(c^2v - 5h)$

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1) $3.5x + 1.5x$

2) $7y + 4y$

3) $c^3r - 6c^3r$

4) $bd - 4bd$

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

5) $(3np + 5w) + (w - 10np)$

6) $(-z + 2xy) + (xy + 4z)$

7) $(14x^2 - 19x) + (-6x^2 + x)$

8) $(10b^2 - 3b) + (b^2 - 2b)$

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

9) $(1.5w - 6.5) - (0.5w + 3.5)$

10) $(x + \frac{4}{7}) - (4x - \frac{3}{7})$

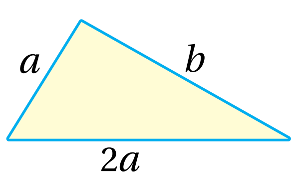
11) $8d + 4c^2 - 3(d - 5c^2)$

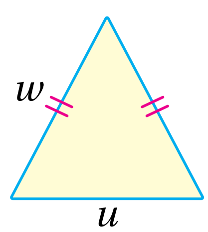
12) $6w - 3n^2m - 2(w + n^2m)$

أفكِّرُ

استُخدِمتْ عبارةُ «أبسطُ صورةٍ» في موضوعِ الكسورِ. ما الفرقُ بينَ الاستخدامَيْنِ؟

أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ محيطَ كلِّ شكلٍ ممّا يأتي:

13) 

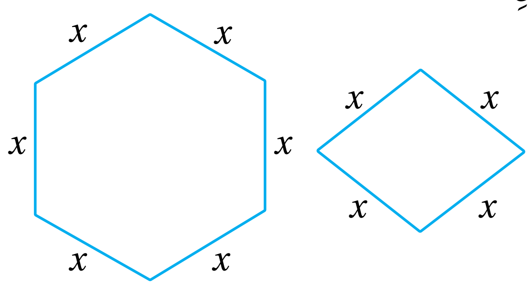
14) 

حديقةُ منزلٍ مستطيلةُ الشكلِ طولُها يساوي ثلاثةَ أمثالِ عَرْضِها، أرادَ مالِكُها إحاطةَ سياجٍ بها، تكلفةُ المترِ الطوليِّ منهُ 7 JD:

15) أكتبُ الحدَّ الجبريَّ الذي يعبِّرُ عنْ تكلفةِ السياجِ الذي يحيطُ بالحديقةِ.

16) أحسبُ تكلفةَ السياجِ الذي يحيطُ بالحديقةِ علمًا بأنَّ عرضَ الحديقةِ 30 m.

الشكلانِ الآتيانِ يمثّلانِ مَعينًا وسداسيًّا. إذا كانَ طولُ ضلعِ كلٍّ منْهُما x وحدةً، فأجيبُ عنِ السؤالينِ التاليينِ:



أتذكَّرُ

يُسمّى المضلَّعُ بحسبِ عددِ أضلاعِهِ، فالذي عددُ أضلاعِهِ 5 يُسمّى خماسيًّا، والذي عددُ أضلاعِهِ 4 يُسمّى رباعيًّا.

17 أكتبُ الحدَّ الجبريَّ الذي يمثِّلُ مجموعَ مُحيطَي الشكلَيْنِ.

18 أكتبُ الحدَّ الجبريَّ الذي يمثِّلُ الفرقَ بينَ محيطِ السداسيِّ ومحيطِ المَعينِ..

19 **القمرُ:** تزيدُ أدنى درجةِ حرارةٍ رُصِدَتْ على سطحِ القمرِ بمقدارِ 23°C عنْ مِثْلَيْ أدنى درجةِ حرارةٍ رُصِدَتْ على سطحِ الأرضِ. أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ أدنى درجةِ حرارةٍ رُصِدَتْ على سطحِ القمرِ.

معلومةٌ

تتغيَّرُ درجاتُ حرارةِ القمرِ بسرعةٍ كبيرةٍ ما بينَ منخفضةٍ جدًّا ليلًا، ومرتفعةٍ جدًّا نهارًا؛ وذلكَ بسببِ عدمِ وجودِ غلافٍ جوِّيٍّ للقمرِ.

20 أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ السؤالَ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

21 **تحدٍّ:** إذا كانَ x عددًا صحيحًا فإنَّ العددَ الصحيحَ الذي يليهِ هوَ $(x+1)$. أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ ناتجَ جمْعِ عددَيْنِ صحيحَيْنِ متتاليينِ، وأبيّنُ أنَّ ناتجَ الجمعِ دائمًا عددٌ فرديٌّ.

22 **أكتشفُ المختلفَ:** أيُّ الآتيةِ مختلفٌ عنِ البقيةِ؟ أبرّرُ إجابتي:

$9x-1$

$-2x-7x+1$

$1-9x$

$3x+y-12x-y$

23 **أكتبُ** كيفَ أجمعُ مقداريْنِ جبريَّيْنِ أوْ أطرحُهُما؟

ضَرْبُ المقاديرِ الجبريّةِ

فكرةُ الدرسِ

أضربُ المقاديرَ الجبريَّةَ، وأُبسِّطُها.

أستكشفُ

يمثِّلُ المقدارُ الجبريُّ $4x + 10$ عرضَ عَلَمِ المملكةِ الأردنيَّةِ الهاشميّةِ المرفوعِ على ساريةِ رغدانَ. إذا كانَ طولُ العَلَمِ يُساوي مِثْلَيْ عَرْضِهِ، فأَجِدُ مساحةَ العَلَمِ بِدَلالةِ x، ثمَّ أجِدُ مساحتَهُ الحقيقيّةَ إذا كانَتْ قيمةُ x هيَ $5\ \text{m}$.

عندما أضربُ عددًا في حدٍّ جبريٍّ فإنَّني أجدُ ناتجَ ضربِ العددِ في معامِلِ الحدِّ الجبريِّ، ثمَّ أضعُ الناتجَ جانبَ المتغيِّرِ.

$$4 \times 2z = 8z$$

$2z$		$2z$		$2z$		$2z$	
z	z	z	z	z	z	z	z
$8z$							

يمكنُني تطبيقُ قواعدِ الأسسِ لضربِ حدٍّ جبريٍّ في آخرَ حتى لوِ اختلفَتْ مُتغيِّراتُهُما.

مثال 1 أجدُ ناتجَ ضربِ الحدودِ الجبريَّةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1) $-5 \times 3x$

$-5 \times 3x = (-5 \times 3)x = -15x$ أضربُ العددَ -5 في معامِلِ الحدِّ (3)

2) $4x \times 3x$

$4x \times 3x = (4 \times 3)(x \times x)$ الخاصيَّةُ التبديليّةُ والتجميعيّةُ في الضربِ

$= 12x^2$ قاعدةُ ضربِ القوى

3) $xy \times 3xy$

$xy \times 3xy = (1 \times 3)(x \times x)(y \times y)$ الخاصيَّةُ التبديليّةُ والتجميعيّةُ في الضربِ

$= 3x^2y^2$ قاعدةُ ضربِ القوى

4 $(-xy) \times (x^2y)$

$(-xy) \times (x^2y) = (-x \times x^2)(y \times y)$ الخاصيّةُ التبديليّةُ والتجميعيّةُ في الضربِ

$= -x^3y^2$ قاعدةُ ضربِ القوى في الأسسِ

أتحقَّقُ منْ فهمي:

5 $4 \times (-2x)$ 6 $5 \times (-3w)$ 7 $2y \times 5y$ 8 $7c \times 2c$

يمكنُني ضربُ حدٍّ جبريٍّ في مقدارٍ جبريٍّ باستخدامِ خاصيّةِ التوزيعِ؛ وذلكَ بضربِ الحدِّ في كلِّ واحدٍ منْ حدودِ المقدارِ.

مثال 2 أُبسِّطُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي، ثمَّ أجدُ قيمتَهُ عندَ القِيَمِ المُعطاةِ:

1 $2x(3x-y)\ ,\ x=3\ ,\ y=-7$

$2x(3x-y) = 6x^2 - 2xy$ أضربُ حدًّا جبريًّا في مقدارٍ جبريٍّ

$6 \times 3^2 - 2 \times 3 \times (-7)$ أعوِّضُ $y=-7\ ,\ x=3$

$= 6 \times 9 - (-42)$ أطبِّقُ أولويّاتِ العمليّاتِ

$= 54 + 42 = 96$

2 $x(3x+2y-4) - 9\ ,\ x=-1\ ,\ y=5$

$x(3x+2y-4) - 9 = 3x^2 + 2xy - 4x - 9$ أضربُ حدًّا جبريًّا في مقدارٍ جبريٍّ

$3(-1)^2 + 2(-1)(5) - 4(-1) - 9$ أعوِّضُ $y=5\ ,\ x=-1$

$= 3(1) - 10 + 4 - 9 = -12$ أطبِّقُ أولويّاتِ العمليّاتِ

أتحقَّقُ منْ فهمي:

3 $2a(4a+b)\ ,\ a=-2\ ,\ b=7$

4 $5b(2a-b)\ ,\ a=2\ ,\ b=-3$

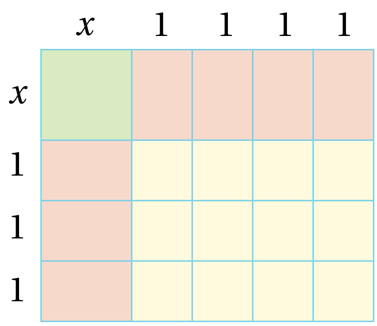
5 $2x(x-2y+1) - 6\ ,\ x=-3\ ,\ y=4$

6 $4y(y-2x) + y + 2\ ,\ x=-4\ ,\ y=2$

يمكنُني أنْ أضربَ مقداريْنِ جبريَّيْنِ باستخدامِ نماذجِ المساحةِ، أوْ باستخدامِ خاصيَّةِ التوزيعِ؛ وذلكَ بضربِ كلِّ حدٍّ منْ حدودِ المقدارِ الأولِ في كلِّ حدٍّ منْ حدودِ المقدارِ الثاني.

مثال 3

أجدُ ناتجَ الضربِ $(x+4)(x+3)$ في أبسطِ صورةٍ.



الطريقةُ 1: نماذجُ المساحةِ.

طولُ المستطيلِ الكبيرِ $(x + 4)$ وحداتٍ، وعرضُهُ $(x + 3)$ وحداتٍ.

مساحةُ المستطيلِ الكبيرِ تساوي ناتجَ ضربِ المقداريْنِ الجبريَّيْنِ.

مساحةُ المربَّعِ الأخضرِ تساوي $x \times x = x^2$ وحدةً مربَّعَةً.

مساحةُ كلٍّ واحدٍ منَ المستطيلاتِ الحمراءِ تساوي $(x \times 1 = x)$ وحدةً مربَّعَةً.

مساحةُ كلٍّ واحدٍ منَ المربَّعاتِ البرتقاليّةِ تساوي $(1 \times 1 = 1)$ وحدةً مربَّعَةً.

إذنْ، مساحةُ المستطيلِ الكبيرِ، هيَ:

$$x^2 + 7(x) + 12 = x^2 + 7x + 12$$

الطريقةُ 2: خاصيَّةُ التوزيعِ.

$$\begin{aligned}(x+4)(x+3) &= (x^2+3x) + (4x+12)\\ &= x^2 + (3x+4x) + 12\\ &= x^2 + 7x + 12\end{aligned}$$

يمكنُني أيضًا استخدامُ خاصيّةِ التوزيعِ بطريقةٍ مختلفةٍ كما يأتي:

$(x+4)(x+3)$

$= x(x+3) + 4(x+3)$ — أفصلُ المقدارَ $(x+4)$ إلى حدَّيْنِ x ، 4 ثم أضربُ كلًّا منْهُما في المقدارِ $(x+3)$

$= (x^2+3x) + (4x+12)$ — أستخدمُ خاصيَّةَ التوزيعِ

$= x^2 + (3x+4x) + 12$ — أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ

$= x^2 + 7x + 12$ — أكتبُ المقدارَ في أبسطِ صورةٍ

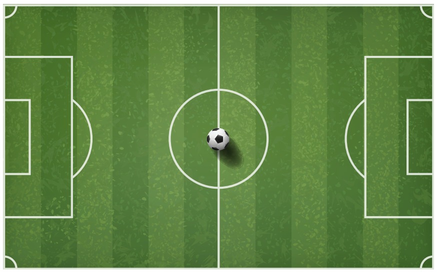
أتحقَّقُ منْ فهمي: أجدُ ناتجَ الضربِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1) $(x+2)(x+5)$

2) $(3-d)(4-d)$

يمكنُني استخدامُ ضربِ المقاديرِ الجبريّةِ في التطبيقاتِ الحياتيّةِ.

مثال 4: منَ الحياةِ



ملعبٌ مستطيلُ الشكلِ، طولُهُ $(5x+4)$ m، وعرضُهُ $(3x+2)$ m، يُرادُ زراعتُهُ بالنجيلِ. أجدُ مساحةَ المنطقةِ المزروعةِ بالنجيلِ بدلالةِ x .

$A = l \times w$

$A = (5x+4)(3x+2)$

أفصلُ المقدارَ $(5x+4)$ إلى حدَّيْنِ

$= 5x(3x+2) + 4(3x+2)$

أستخدِمُ خاصِّيةَ التوزيعِ

$= (5x \times 3x + 5x \times 2) + (4 \times 3x + 4 \times 2)$

قاعدةُ ضربِ القوى في الأسسِ

$= (15x^2 + 10x) + (12x + 8)$

الخاصيّةُ التجميعيّةُ

$= 15x^2 + (10x + 12x) + 8$

أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ

$= 15x^2 + 22x + 8$

أتحقَّقُ من فهمي:

سجّادٌ: سجادةٌ مستطيلةُ الشكلِ، طولُها $(x+6)$ m، وعرضُها $(x+3)$ m. أجدُ مساحةَ السجادةِ بدلالةِ x .

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أجدُ ناتجَ الضربِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1) $6 \times (-3b)$

2) $-2 \times (4w)$

3) $-2u \times 5u$

4) $8d \times (-7d)$

5) $3xy \times (-xy^2)$

6) $(-dq^2)(-3qd)$

أُبسِّطُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي، ثمَّ أجدُ قيمتَهُ عندَ القِيَمِ المُعطاةِ:

7) $2d(h-3d)\ ,\ d=2\ ,\ h=-4$

8) $-5c(c-2r)\ ,\ c=-3\ ,\ r=1$

9) $6+3w+2w(w-2v)\ ,\ w=-1\ ,\ v=4$

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

10 $(b+4)(b+1)$

11 $(6+d)(1-d)$

12 $(3x-1)(4x-x^2+2)$

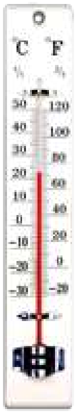
13 $(4-p)(2p-p^2+1)$

14 طقسٌ: يمكنُ استخدامُ المقدارِ $\frac{5}{9}\times(°F-32)$ لتحويلِ درجاتِ الحرارةِ الفهرنهايتيّةِ إلى مئويّةٍ، حيثُ °F درجةُ الحرارةِ الفهرنهايتيّةِ. أكملُ الجدولَ الآتيَ:

الدرجةُ الفهرنهايتيّةُ (°F)	5	32	41
الدرجةُ المئويّةُ (°C)			

معلومةٌ

تُقاسُ درجةُ الحرارةِ بوحدةِ الفهرنهايتِ، واختصارُها (°F)، ووحدةِ المئويِّ، واختصارُها (°C).

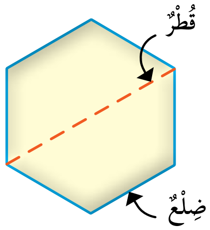


15 رياضةٌ: يَستخدمُ المدرِّبونَ الرياضيّونَ المقدارَ الجبريَّ $\frac{3}{5}(220-a)$، حيثُ a عمرُ الشخصِ؛ لإيجادِ الحدِّ الأدنى لمعدَّلِ ضرباتِ القلبِ في الدقيقةِ. أجدُ الحدَّ الأدنى لمعدّلِ ضرباتِ قلبِ لاعبٍ عمرُهُ 20 سنةً.

16 أعودُ إلى فِقرةِ (أستكشِفُ) بدايةَ الدّرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تحدٍّ: يمكنُني إيجادُ العددِ الكليِّ منَ الأقطارِ لأيِّ مضلَّعٍ باستخدامِ المقدارِ الجبريِّ $\frac{1}{2}n\,(n-3)$، حيثُ n عددُ الأضلاعِ. أتأمّلُ الشكلَ المجاورَ، ثمَّ أجيبُ:



17 ما أقلُّ قيمةٍ ممكنةٍ للمتغيِّرِ n؟

18 أكوِّنُ جدولًا منْ أربعِ قِيَمٍ ممكنةٍ لـ n، ثمَّ أكملُ الجدولَ بإيجادِ قيمةِ المقدارِ لكلِّ قيمةِ n .

n				
قيمةُ المقدارِ				

19 أتحقَّقُ منْ حلّي برَسْمِ أقطارِ شكلٍ خماسيٍّ.

أتعلَّمُ

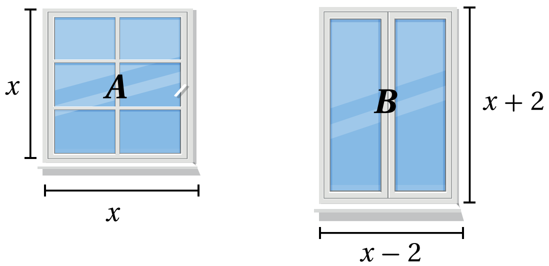
قُطْرُ المضلَّعِ: قطعةٌ مستقيمةٌ تصلُ بينَ رأسيْنِ غيرِ مُتجاوِرَيْنِ فيهِ. ويعتمدُ عددُ أقطارِ المضلَّعِ على عددِ أضلاعِهِ.

20 أكتبُ أكتبُ كيفَ أضربُ مقداريْنِ جَبْرِيَّيْنِ.

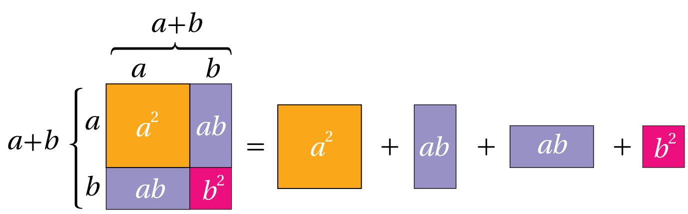
حالاتٌ خاصةٌ مِنْ ضربِ المقاديرِ الجبريةِ

فكرةُ الدرسِ
أتعرفُ قواعدَ إيجادِ مربعِ مجموعِ حدَّينِ ومجموعِ حدّينِ في الفرقِ بينَهُما.

أستكشفُ
أيُّ النافذتَينِ مساحتُها أكبرُ؟



تعلمْتُ سابقًا إيجادَ مربعِ مجموعِ حدَّينِ على الصورةِ $(a+b)^2$ عَنْ طريقِ إيجادِ حاصلِ الضربِ $(a+b)(a+b)$، ويمكنُ أيضًا استعمالُ القطعِ الجبريةِ لتمثيلِ $(a+b)^2$ لأيِّ قيمتَينِ a وَ b كما يأتي:



$$(a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

إذنْ، ضربُ مجموعِ حدَّينِ في نفسِهِ (مربعُ مجموعِ حدَّينِ) يتبعُ قاعدةً ثابتةً يمكنُ استعمالُها لتسهيلِ عمليةِ الضربِ.

مفهومٌ أساسيٌّ — مربعُ مجموعِ حدَّينِ

- **بالكلماتِ:** مربعُ $(a+b)$ يساوي مربعَ a مضافًا إليهِ مِثْلا حاصِلِ ضربِ a في b مضافًا إليهِ مربعُ b.
- **بالرموزِ:** $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

مثال 1
أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

1) $(3k+5)^2$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ — مربعِ مجموعِ حدَّينِ

$(3k+5)^2 = (3k)^2 + (2 \times 3k \times 5) + (5)^2$ — $a = 3k,\ b = 5$

$= 9k^2 + 30k + 25$ — أبسطُ

2 $(y^2+3)^2$

مربعِ مجموعِ حدَّين $\quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$a = y^2, b = 3 \quad (y^2+3)^2 = (y^2)^2 + (2 \times y^2 \times 3) + 3^2$

أبسطُ $\quad = y^4 + 6y^2 + 9$

أتحققُ من فهمي:

3 $(2c+10)^2$

4 $(d^2+4)^2$

توجدُ أيضًا قاعدةٌ لإيجادِ $(a-b)^2$، ويمكنُ إيجادُها بكتابةِ $(a-b)$ على صورةِ $a + (-b)$ ثُمَّ استعمالِ قاعدةِ $(a+b)^2$:

مربعُ مجموعِ حدَّين $\quad (a-b)^2 = [a+(-b)]^2 = (a)^2 + 2(a)(-b) + (b)^2$

أبسطُ $\quad = a^2 - 2ab + b^2$

مفهومٌ أساسيٌّ — **مربعُ الفرقِ بَيْنَ حدَّين**

- **بالكلماتِ:** مربعُ $(a-b)$ يساوي مربعَ a مطروحًا منهُ مِثْلا حاصلِ ضربِ a في b مضافًا إليهِ مربعُ b.
- **بالرموزِ:** $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

مثال 2 أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

1 $(2h-z)^2$

مربعِ الفرقِ بَيْنَ حدَّين $\quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a = 2h, b = z \quad (2h-z)^2 = (2h)^2 - (2 \times 2h \times z) + (z)^2$

أبسطُ $\quad = 4h^2 - 4hz + z^2$

2 $(6-5y^3)^2$

مربعِ الفرقِ بَيْنَ حدَّين $\quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a = 6, b = 5y^3 \quad (6-5y^3)^2 = (6)^2 - (2 \times 6 \times 5y^3) + (5y^3)^2$

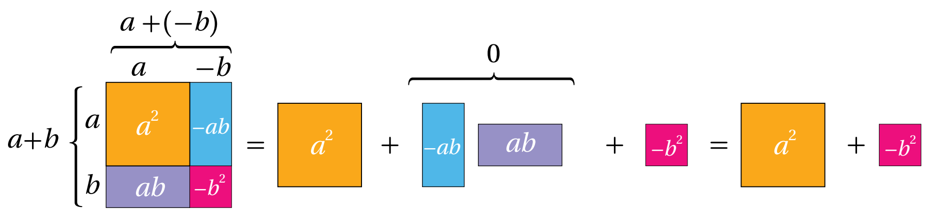
أبسطُ $\quad = 36 - 60y^3 + 25y^6$

أتحقق من فهمي:

4 $(x^3 - 4y^2)^2$

3 $(7t^2 - 1)^2$

يتبــعُ ناتجُ ضربِ مجموعِ حدَّينِ في الفرقِ بينَهُما $(a-b)(a+b)$ قاعدةً ثابتةً يمكنُ اكتشــافُها واســتعمالُها في إيجادِ ناتجِ الضربِ بسهولةٍ:



$$(a+b)(a-b) = a^2 + (-ab) + ab + (-b^2) = a^2 + (-b^2)$$

مفهومٌ أساسيٌّ: ضربُ مجموعِ حدَّينِ في الفرقِ بينَهُما

- **بالكلماتِ:** ناتجُ ضربِ $(a + b)(a-b)$ يساوي مربعَ a مطروحًا مِنْهُ مربعُ b.
- **بالرموزِ:** $(a + b)(a-b) = a^2 - b^2$

مثال 3

أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

1 $(c + 3)(c - 3)$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ضربِ مجموعِ حدَّينِ في الفرقِ بينَهُما

$(c + 3)(c - 3) = (c)^2 - 3^2$ أعوضُ $a = c, b = 3$

$= c^2 - 9$ أبسطُ

2 $(4x^2 + d^5)(4x^2 - d^5)$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ مربعِ مجموعِ حدَّينِ

$(4x^2 + d^5)(4x^2 - d^5) = (4x^2)^2 - (d^5)^2$ $a = 4x^2, b = d^5$

$= 16x^4 - d^{10}$ أبسطُ

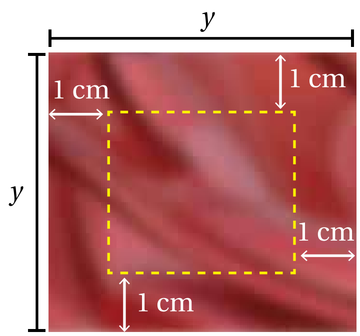
أتحققُ من فهمي:

4) $(x^3 + 3h^7)\,(x^3 - 3h^7)$

3) $(6w + d^4)(6w - d^4)$

تُستعملُ قوانينُ (مربعِ مجموعِ حدَّينِ) وَ(مربعِ الفرقِ بَيْنَ حدَّينِ) وَ(مجموعِ حدَّينِ في الفرقِ بينَهُما) في كثيرٍ مِنَ التطبيقاتِ الحياتيةِ والعلميةِ.

مثال 4: منَ الحياةِ



خياطةٌ: قطعةُ قُماشٍ مربعةُ الشكلِ طولُ ضلعِها y سنتيمترًا، إذا قُصَّ شريطٌ عرضُهُ 1 cm بمحاذاةِ حوافِها الأربعِ، فأجدُ المساحةَ المتبقيةَ وسطَ قطعةِ القُماشِ بدلالةِ y .

الخُطْوةُ 1 أحددُ طولَ ضلعِ قطعةِ القماشِ المتبقيةِ في الوسطِ بعدَ القصِّ.

طولُ قطعةِ القماشِ الأصليةِ y سنتيمترًا قُصَّ منها 1 cm بمحاذاةِ حوافِها الأربعِ.

إذنْ، أصبحَ طولُ الضلعِ $(y-2)$ سنتيمترًا.

الخُطْوةُ 2 أحسبُ المساحةَ.

$A = s^2$ مساحةِ المربعِ

$\quad = (y-2)^2$ أعوضُ $s = y - 2$

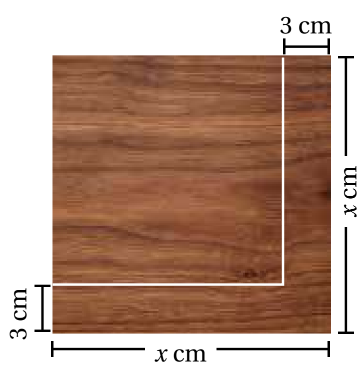
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ قانونُ مربعِ الفرقِ بَيْنَ حدَّينِ

$(y-2)^2 = y^2 - (2 \times y \times 2) + 2^2$ أعوضُ $a = y, b = 2$

$\quad = y^2 - 4y + 4$ أبسطُ

إذنْ، المساحةُ المتبقيةُ في الوسطِ مِنَ القماشِ بدلالةِ y هِيَ $(y^2 - 4y + 4)\ \text{cm}^2$

أتحققُ من فهمي:



نجارةٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ أبعادَ لوحٍ خشبيٍّ مربعِ الشكلِ طولُ ضلعِهِ x سنتيمترًا. إذا قُصَّ شريطٌ عرضُهُ 3 cm من حافتَيِ اللوحِ مثلَما يظهرُ في الشكلِ، فأحسبُ مساحةَ المربعِ المتبقي مِنَ اللوحِ بدلالةِ x.

يمكنُ استعمالُ قواعدِ ضربِ المقاديرِ الجبريةِ لإجراءِ بعضِ الحساباتِ الذهنيةِ بسهولةٍ.

مثال 5

أستعملُ الحسابَ الذهنيَّ لأجدَ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

1) 71^2

أكتبُ 71^2 على صورةِ مربعِ مجموعِ حدَّين $71^2 = (70 + 1)^2$

مربعِ مجموعِ حدَّين $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

أعوِّضُ $a = 70, b = 1$ $(70 + 1)^2 = 70^2 + (2\times70\times1) + 1^2$

أضربُ $= 4900 + 140 + 1$

أجمعُ $= 5041$

إذنْ، $71^2 = 5041$

أتحققُ من فهمي:

2) 52^2

3) 49^2

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

1) $(w + 2)^2$

2) $(x - 11)^2$

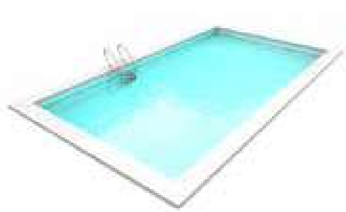
3) $(4m^3 - 5y)^2$

4) $(w^2 - 7)(w^2 - 7)$

5) $(5a + 4)(5a - 4)$

6) $(x^2 + 7y^4)(x^2 - 7y^4)$

7) **هندسةٌ:** بركةُ سباحةٍ مستطيلةُ الشكلِ، طولُها بالمترِ $(3x + 6)$ وعرضُها بالمترِ $(3x - 6)$، أجدُ مساحتَها بدلالةِ x وبأبسطِ صورةٍ.



حسابٌ ذهنيٌّ: أستعملُ الحسابَ الذهنيَّ لأجدَ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

10 37^2

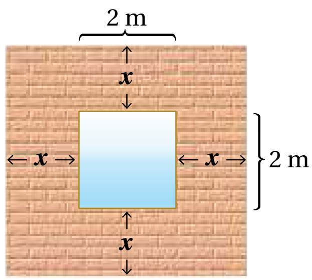
9 403^2

8 88^2

معلومةٌ

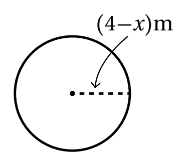
تتمـدّدُ معظـمُ المـوادِ بالحـرارةِ وتتقلّـصُ بالبـرودةِ، إلّا أنَّ المـاءَ يخالـفُ هـذهِ القاعدةَ، إذْ إنَّـهُ يتمـدّدُ بالبرودةِ ويتقلّصُ بالحرارةِ.

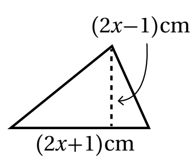
11 يبيّنُ الشكلُ المجاورُ جدارًا مربعَ الشكلِ تتوسطُهُ نافذةٌ. أعبّرُ عَنْ مساحةِ الجدارِ بدلالةِ x بطريقتَينِ مختلفتَينِ.

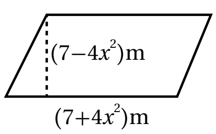


12 **علومٌ:** لوحةٌ معدنيةٌ مربعةُ الشكلِ، طولُ ضلعِها بالسنتيمترِ (w)، إذا تعرضَتْ للحرارةِ فتمدّدَتْ مُحافِظَةً على شكلِها وازدادَ طولُ ضلعِها بمقدارِ 0.02 cm، فأجدُ مساحةَ اللوحةِ بعدَ التمدّدِ بدلالةِ w.

قياسٌ: أجدُ مساحةَ كلِّ شكلٍ ممّا يأتي بدلالةِ x:

15


14


13


مهاراتُ التفكيرِ العُليا

16 **أكتشفُ المختلفَ:** أحددُ العبارةَ المختلفةَ عَنْ بقيةِ العباراتِ:

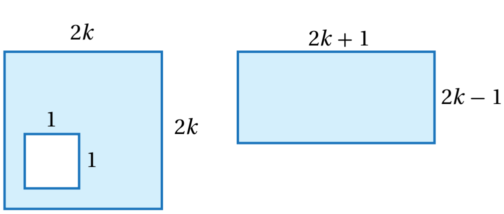
$x^2 + 2x + 1$ | $x^2 + 8x + 16$ | $x^2 + 6x + 18$ | $x^2 - 10x + 25$

17 **تحدٍّ:** هَلْ توجدُ قاعدةٌ لحسابِ $(x-y)^3$؟

إرشادٌ

لحلِّ هذا السؤالِ، أكتبُ المقـدارَ بصورةِ ضربٍ مكرّرٍ.

18 **تبريرٌ:** أبيّنُ أنَّ مساحتَيِ الجزأينِ المظلّلَينِ في الشكلَينِ المجاورَينِ متساويتانِ أَمْ لا. أبرّرُ إجابتي.



19 **أكتبُ** أكتبُ فقرةً أبيّنُ فيها كيفَ أجدُ مربعَ مجموعِ حدَّينِ.

اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1 الصيغةُ الأُسّيّةُ المكافئةُ للحدِّ الجبريِّ $t \times b \times t \times b^2 \times t$ هي:

a) $t^2 \times b^3$ b) $t^3 \times b^2$

c) $(t \times b)^3$ d) $(t + b)^3$

2 الصورةُ العشريةُ للعددِ $6.2\times(2\times5)^{-2}$ هي:

a) 0.62 b) 62

c) 620 d) 0.062

3 قيمةُ المقدارِ $10 - (5^2 + 7) \div 2$ هي:

a) 6 b) -6

c) -4 d) -11

4 إذا كانَ $b = 3$, $k = -4$ ، فإنَّ قيمةَ $6k - 2b$ هي:

a) 18 b) -18

c) -30 d) 3

5 يمشي جمالٌ مسافةَ c كيلومترٍ في كلٍّ منْ أيّامِ السبتِ والإثنينِ والأربعاءِ والجمعةِ. الحدُّ أوِ المقدارُ الجبريُّ الذي يُمثِّلُ مجموعَ الكيلومتراتِ التي يقطعُها جمالٌ في الأيّامِ الأربعةِ هوَ:

a) $4c$ b) $4 + c$

c) c d) $4 + 4c$

6 العبارةُ الصحيحةُ ممّا يأتي هيَ:

a) $5(x - 3) = 5x + 2$

b) $x(x + 3y) = x^2 + 3xy$

c) $x(x + 4) = 2x + 4$

d) $x(y - b) = -xyb$

7 المقدارُ الجبريُّ المكتوبُ في أبسطِ صورةٍ ممّا يأتي هوَ:

a) $3x - 5 + x$ b) $3x^2 + x - 1$

c) $x^2 - 2x - x$ d) $x - 5x + 1$

8 ناتجُ ضربِ المقدارِ $(2x - 4)(2x + 4)$ يساوي:

a) $2x^2 - 16$ b) $4x^2 - 16$

c) $4x^2 + 16$ d) $4x - 16$

9 مربعٌ طولُ ضلعِهِ $(x - 6)$ وحدةً، فتكونُ مساحتُهُ:

a) $x^2 + 12x - 36$ b) $x^2 - 36$

c) $x^2 - 12x + 36$ d) $x^2 + 36$

10 أصلُ بخطٍّ بينَ الحدودِ أوِ المقاديرِ الجبريّةِ المتساويةِ في ما يأتي:

$m+m+m$	m^4
$m \times m$	$3m+m$
$4m$	$3m$
$m \times m \times m \times m$	m^2

11 أجدُ قيمةَ $2(15 \div 3) + 6 \times 4 - 5^2$

أكتبُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

12 $6d - 1 - (d - 2)$

13 $(2x + y)(x - y)$

14 $3mn\,(2m + n) - n^2m$

15 $(x - 1)(x^2 + x)$

16 $(2x - 7)(2x + 7)$

17 $(6y - 3x)\,(6y - 3x)$

18 $(x - 4)^2$

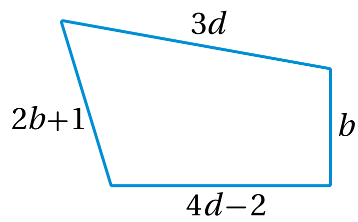
19 $(3d + 6)^2$

20 اشترَتْ رولا 18 دفترًا، سعرُ الواحدِ منْها n قرشًا، واشترَتْ 30 قلمَ حبرٍ، سعرُ الواحدِ منْها m قرشًا:

a) أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ المبلغَ الذي دفعَتْهُ رولا ثمنًا للأقلامِ والدفاترِ.

b) أجدُ المبلغَ الذي دَفَعَتْهُ رولا إذا كانَ ثمنُ الدفترِ 20 قرشًا وثمنُ القلمِ 15 قرشًا.

21 أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ محيطَ الشكلِ الآتي في أبسطِ صورةٍ.



تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ:

22 إذا كانَ $x = -2$, $y = -3$ ، فإنَّ قيمةَ $-3x - 2y$ هيَ:

a) 0 b) -12

c) 12 d) 10

23 لأيِّ عددٍ w، يمكنُ كتابةُ $w+w+w+w+w$ على الصورةِ:

a) $w + 5$ b) $5w$

c) w^5 d) $5(w + 1)$

24 إذا كانَتْ $x = 5$ ، فما قيمةُ $\dfrac{3x+1}{x-13}$ ؟

25 تملكُ نوارُ مِثْلَيْ ما يملكُهُ حسنٌ منَ الكتبِ، وتملكُ سُكينةُ 6 كتبٍ زيادةً على ما يملكُهُ حسنٌ. إذا كانَ x يمثِّلُ عددَ الكتبِ التي يملكُها حسنٌ، فأكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ مجموعَ الكتبِ التي يملكُها الثلاثةُ معًا.

الوحدةُ 3

المعادلاتُ الخطِّيَّةُ

ما أهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

تُعَدُّ المعادلاتُ والمُتتالِياتُ مِنْ أكثرِ الموضوعاتِ أهميةً في علمِ الرياضياتِ؛ لِما لَها مِنْ تطبيقاتٍ واسعةٍ في مختلفِ المجالاتِ. فمثلًا، يستخدمُ المهندسونَ المعادلاتِ والمُتتالِياتِ لتحليلِ العلاقةِ بينَ الزمنِ الذي مرَّ على إنشاءِ الجسورِ وقدرتِها على تحمُّلِ وزنِ المركباتِ التي تسيرُ عليها.

تعلَّمْتُ سابِقًا:

✓ الحدودَ والمقاديرَ الجبريّةَ، وإيجادَ قِيَمِها عندما تكونُ قيمةُ المتغيّراتِ معلومةً.

✓ حلَّ المعادلاتِ الخطيَّةِ بخطوةٍ واحدةٍ.

سأتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- حلَّ المعادلةِ الخطّيّةِ بمتغيّرٍ واحدٍ.
- كتابةَ حدودِ متتاليةٍ خطّيّةٍ، وإيجادَ حدِّها العامِّ.

مشروعُ الوحدةِ: خدمةُ التوصيلِ

أســتعدُّ وزملائي / زميلاتي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الذي نستعملُ فيه ما ستَعلَّمُهُ في هذهِ الوحدةِ عنِ المعادلاتِ الخطِّيَّةِ.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1 أختارُ سلعةً مُحدَّدةً (مثلَ: كتابٍ، حقيبةٍ، هاتفٍ، ...)، ثمَّ أبحثُ في شــبكةِ الإنترنتِّ عنْ ثلاثِ شركاتٍ أوْ متاجرَ إلكترونيةٍ تبيعُ هذِهِ الســلعةَ عنْ بُعدٍ معَ خدمةِ التوصيــلِ، وأكتبُ في الجدولِ الآتي ســعرَ القطعةِ الواحدةِ منْ كلِّ شركةٍ وتكلفةِ التوصيلِ.

السلعةُ	سعرُ القطعةِ	تكلفةُ التوصيلِ

2 أكتبُ تعبيرًا جبريًّا يمثّلُ إجماليَّ الســعرِ لكلِّ شركةٍ عندَ شراءِ x قطعةً منَ السلعةِ.

3 أختارُ شركتَينِ، ثمَّ أكتبُ معادلةً تمثّلُ حالةَ التساوي في إجماليِّ الســعرِ، ثمَّ أحلُّ المعادلــةَ لأجدَ عددَ القطعِ الذي يجعلُ الســعرَ الإجماليَّ متســاويًّا بينَ الشركتَينِ.

4 أكرّرُ الخطوةَ الســابقةَ باختيارِ زوجَينِ مختلفَينِ منَ الشركاتِ.

5 أكتبُ مُتتاليةً خطّيّةً لكلِّ شركةٍ، تمثّلُ إجماليَّ السعرِ عندَ شراءِ: 5 ,4 ,3 ,2 ,1 قطعةً منَ السلعةِ.

6 أكتبُ الحدَّ العامَّ لكلِّ مُتتاليةٍ.

7 أســتخدمُ الحدَّ العامَّ للمُتتاليةِ لإيجادِ التكلفةِ الكلّيّةِ لشراءِ 10 قطعٍ منَ السلعةِ منَ الشركاتِ الثلاثِ.

عرضُ النتائجِ:

أصمِّمُ مطويّةً مُبتَكَرةً أكتُبُ فيها ما يأتي:

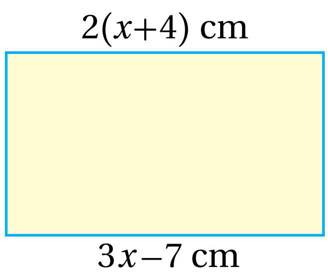
- خُطُواتُ عملِ المَشروعِ، والنتائجُ الَّتي توَصَّلْتُ إليها.
- بَعْضُ الصُّعوبــاتِ الَّتي واجَهتْني فــي أثْناءِ عَملي في المَشْروعِ، وكيفَ تغَلَّبْتُ عليْها.
- أعرِضُ المطويّةَ أمامَ زملائي / زميلاتي.

الدرسُ 1 حلُّ المعادلاتِ

فكرةُ الدرسِ

أحلُّ معادلةً بمتغيّرٍ واحدٍ.

أستكشفُ



أنظرُ إلى المستطيلِ المجاورِ، ثمَّ أجيبُ:

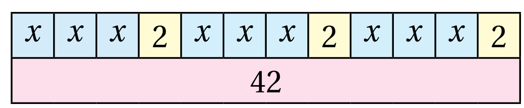
1) ما قيمةُ كلٍّ منَ المقدارَيْنِ الجَبْرِيَّيْنِ: $2(x+4)$ وَ $3x-7$ عندما $x=4$؟

2) هـلْ يمكنُ إيجادُ قيمـةٍ للمُتَغيّرِ x يتساوى عندها المقدارانِ $2(x+4)$ وَ $3x-7$؟

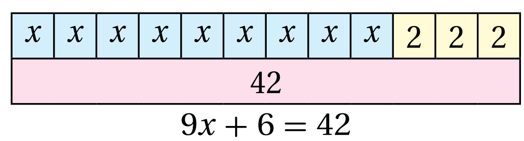
3) كمْ طولُ المستطيلِ بحسبِ قيمةِ x التي أوجدْتُها؟

يُمكنُني حلُّ معادلةٍ تحتوي على متغيّرٍ واحدٍ في أحدِ طَرَفَيْها باستخدامِ خصائصِ المساواةِ.

مثال 1 أَحُلُّ المعادلةَ $3(3x+2)=42$، ثمَّ أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

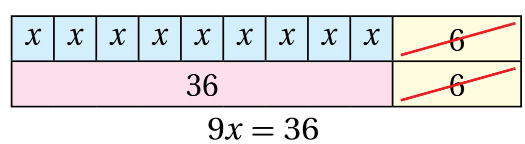


المعادلةُ الأصليّةُ $3(3x+2)=42$



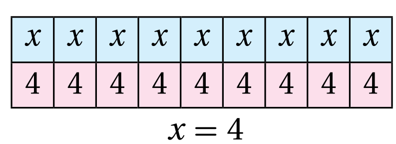
خاصيّةُ التوزيعِ $3\times 3x+3\times 2=42$

أضربُ $9x+6=42$



$$\begin{aligned} 9x+6 &= 42 \\ -6 \quad & \quad -6 \\ \hline 9x &= 36 \end{aligned}$$

أطرحُ 6 منْ كِلا الطرفَيْنِ



$$\begin{aligned} 9x &= 36 \\ \div 9 \quad & \quad \div 9 \\ \hline x &= 4 \end{aligned}$$

أقسمُ كِلا الطرفَيْنِ على 9

أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

بتعويضِ $x=4$ في المعادلةِ $3(3(4)+2)\stackrel{?}{=}42$

أُبسِّطُ $3(14)\stackrel{?}{=}42$

الطرفانِ متساويانِ. إذنْ، الحلُّ صحيحٌ $42=42$ ✓

أتحقَّقُ منْ فهمي: أحلُّ كلًّا منَ المعادلتينِ الآتيتينِ، ثمَّ أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

1) $3\left(2x - 2\frac{2}{3}\right) = -42$

2) $2\left(\frac{x}{5} - 7\right) = -16$

يمكنُني أيضًا استخدامُ خصائصِ المساواةِ لحلِّ معادلةٍ تحتوي على متغيِّرٍ على طَرَفَي المساواةِ.

مثال 2

أحلُّ المعادلةَ $\frac{2}{3}(x-5) = -(5+x)$ ، ثمَّ أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

$$\frac{2}{3}(x-5) = -(5+x)$$ المعادلةُ الأصليّةُ

$$2(x-5) = -3(5+x)$$ أضربُ طَرَفَي المعادلةِ في 3

$$2x - 10 = -15 - 3x$$ خاصيَّةُ التوزيعِ

$$\begin{array}{r} +3x \qquad +3x \\ \hline 5x - 10 = -15 \end{array}$$ أجمعُ $3x$ لكِلا الطرفَيْنِ

$$\begin{array}{r} +10 \qquad +10 \\ \hline 5x = -5 \end{array}$$ أجمعُ 10 لكِلا الطرفَيْنِ

$$\begin{array}{r} \div 5 \qquad \div 5 \\ \hline x = -\frac{5}{5} = -1 \end{array}$$ أقسمُ طَرَفَي المعادلةِ على 5

أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

$$\frac{2}{3}(-1-5) \stackrel{?}{=} -(5+-1)$$ أعوّضُ قيمةَ $x = -1$ في المعادلةِ الأصليّةِ

$$-4 = -4 \checkmark$$ الطرفانِ متساويانِ. إذنْ، الحلُّ صحيحٌ

أتحقَّقُ منْ فهمي:

أحلُّ كلًّا منَ المعادلتينِ الآتيتينِ، ثمَّ أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

1) $-2(-6-k) = \frac{1}{4}(k+13)$

2) $5 - 7b = -4(b+1) - 3$

يمكنُني كتابةُ معادلاتٍ خطيّةٍ لتمثيلِ مواقفَ حياتيّةٍ، ثمَّ أحلُّها.

مثال 3: منَ الحياةِ

لـدى عليٍّ 4 علبِ مليئةٍ بالأقلامِ، وقلمانِ إضافيّانِ، ولدى خالدٍ علبتانِ مليئتانِ بالأقلامِ وَ 10 أقلامٍ إضافيّةٍ. كمْ قلمًا في العلبةِ الواحدةِ إذا كانَ لدى كلٍّ منْهُما العددُ نفسُهُ منَ الأقلامِ؟

ليكنْ عددُ الأقلامِ في كلِّ علبةٍ هوَ x. إذنْ، لدى عليٍّ $4x+2$ قلمًا، ولدى خالدٍ $2x+10$ قلمًا، وبما أنَّ لدى كلٍّ منْ عليٍّ وخالدٍ العددَ نفسَهُ منَ الأقلامِ، فإنَّ $4x+2=2x+10$

أحلُّ المعادلةَ لأجدَ قيمةَ المتغيّرِ الذي يمثِّلُ عددَ الأقلامِ في كلِّ علبةٍ.

$$4x+2=2x+10$$ المعادلةُ الأصليّةُ

$$\underline{-2x \qquad -2x}$$
$$2x+2=10$$ أطرحُ $2x$ منْ كِلا الطرفينِ

$$\underline{-2 \qquad -2}$$
$$2x=8$$ أطرحُ 2 منْ كِلا الطرفينِ

$$\underline{\div 2 \qquad \div 2}$$
$$x=4$$ أقسمُ كِلا الطرفينِ على 2

إذنْ، تحتوي كلُّ علبةٍ على 4 أقلامٍ.

أتحقّقُ منْ صحّةِ الحلِّ:

أعوِّضُ $x=4$ في المعادلةِ الأصليةِ $$4(4)+2\stackrel{?}{=}2(4)+10$$

أُبسِّطُ $$16+2\stackrel{?}{=}8+10$$

الطرفانِ متساويانِ. إذنْ، الحلُّ صحيحٌ $$18=18 \checkmark$$

أتحقَّقُ منْ فهمي:

ناتجُ ضربِ عددٍ ما في 3 ثمَّ إضافةُ 5 يساوي ناتجَ جمعِهِ معَ العددِ 23، فما العددُ؟

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أحلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ، ثمَّ أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

1 $2(5x+14)=6$

2 $3(4-x)=33$

3 $\frac{2}{3}(x-8)=7$

4 $\frac{4x-1}{7}=5$

أحلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ، ثمَّ أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

5 $2(3x-4)=4x+17$

6 $\frac{3}{4}(6+x)=-2(x-5)$

7 $\frac{1}{3}(x-2)+10=4-3x$

8 $\frac{x+4}{5}=9-7x$

إرشادٌ

يمكنُني التخلُّصُ منَ الكسرِ المضروبِ في القوسِ بضربِ طرفَيِ المعادلةِ في مقلوبِ الكسرِ.

9 ناتجُ ضربِ عددٍ ما في 7 ثمَّ جَمْعُهُ معَ 6 يساوي ناتجَ جَمْعِهِ معَ العددِ 30، فما العددُ؟

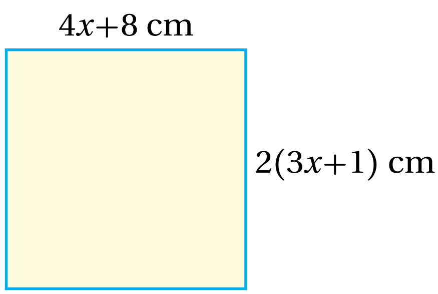
10 **العُمْرُ:** هَلا أصغرُ بـ 7 سنواتٍ منْ ريمَ، وسليمٌ عُمْرُهُ يساوي ضعفَ عُمْرِ ريمَ. إذا كانَ مجموعُ عُمْرَيْ هَلا وريمَ مساويًا لعُمْرِ سليمٍ مطروحًا منْ 57، فأكتُبُ معادلةً، ثمَّ أحلُّها لأجِدَ عُمْرَ كلِّ واحدٍ منْهُمْ.

11 أرتِّبُ خطواتِ حلِّ المعادلةِ $2x+7=19-2x$. أكتُبُ رقمَ كلِّ خطوةٍ في ◯:

	◯ $4x=12$	
◯ $4x+7=19$		◯ $x=3$
	◯ $-7 \quad -7$	
◯ $+2x \quad +2x$		◯ $\div 4 \quad \div 4$
	◯ $2x+7=19-2x$	

12 **حدائقُ:** حديقةٌ مستطيلةُ الشكلِ، بُعْداها $(x+3)$ مترًا، وَ $(x+1)$ مترًا. إذا كانَ محيطُ الحديقةِ 44 مترًا، فأجدُ قيمةَ x ، ثمَّ أجدُ بُعْدَيِ الحديقةِ.

لديَّ المربّعُ المُجاورُ:

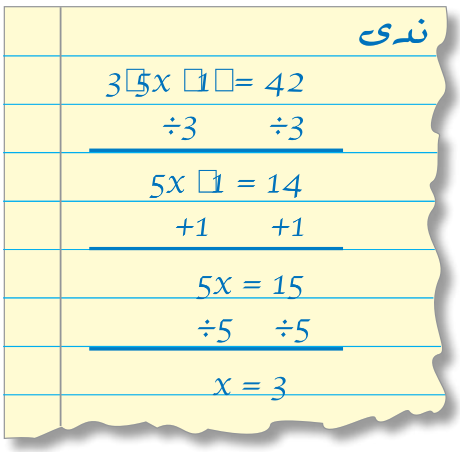


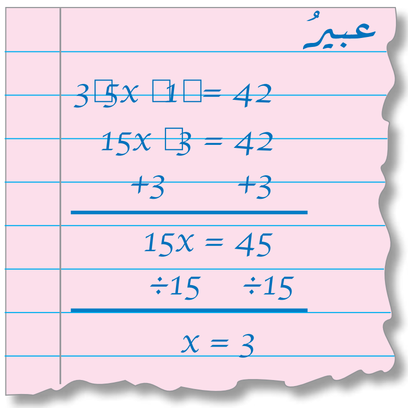
13 أَجِدُ قيمةَ x

14 ما طولُ ضلعِ المربّعِ؟

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: حلَّتْ كلٌّ منْ نَدى وعبيرَ المعادلةَ $3(5x-1) = 42$ بطريقةٍ مختلفةٍ:





15 ما الفرقُ بينَ حلِّ نَدى وحلِّ عبيرَ؟ هلْ حلُّ كلٍّ منْهُما صحيحٌ؟

16 هلْ يمكنُ استخدامُ طريقةِ نَدى لحلِّ أيِّ معادلةٍ؟ أبرِّرُ إجابتي.

17 **تحدٍّ:** أحلُّ المعادلةَ الآتيةَ:

$$2x + 7 = 5 + 2x$$

أفكِّرُ
هلْ توجَدُ معادلةٌ ليسَ لها حلٌّ؟

18 **أكتبُ** أصِفُ كيفَ أحُلُّ معادلةً خطيَّةً تحتوي على متغيِّرٍ في طَرَفَيْها.

الدرسُ 2

الكُسورُ العَشْرِيَّةُ الدَّورِيَّةُ

فكرةُ الدرسِ

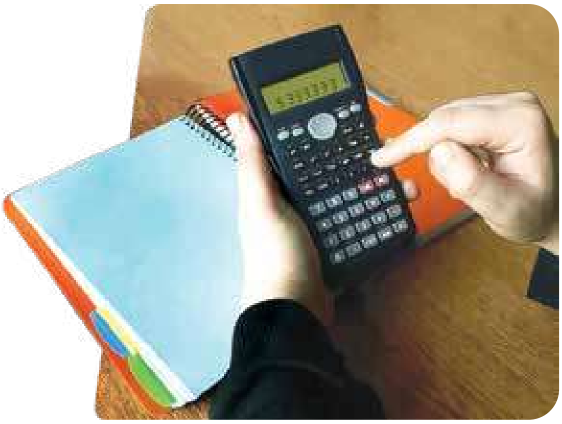
أحوِّلُ الكسرَ العشريَّ الدوريَّ إلى كسرٍ فعليٍّ أوْ عددٍ كسريٍّ.

المصطلحاتُ

كسرٌ عَشْرِيٌّ دَوْرِيٌّ.

أستكشفُ

قسّمَ حسنٌ بَسْطَ كَسْرٍ على مَقامِهِ باستخدامِ حاسبةٍ، فكانَ الناتجُ 5.333333، هلْ يمكنُ معرفةُ هذا الكسرِ؟



يمكنُ استخدامُ حلِّ المعادلاتِ وخصائصِ المساواةِ لكتابةِ أيِّ **كسرٍ عشريٍّ دوريٍّ** (repeating decimal) على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$، حيثُ a وَ b عددانِ صحيحانِ، وَ $b \neq 0$.

مثال 1 أكتبُ الكسرَ العشريَّ الدوريَّ $0.\overline{4}$ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$.

أعبِّرُ عنِ الكسرِ العشريِّ الدوريِّ بمُتغيِّرٍ مثلِ x، ثمَّ أُجري العمليّاتِ الآتيةَ؛ لأكتبَهُ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$.

$$x = 0.444...$$

$10(x) = 10\,(0.444...)$ — أضربُ طَرَفَي المعادلةِ في 10؛ لأنَّ منزلةً واحدةً فقطْ تتكرَّرُ

$10x = 4.444...$ — أضربُ في 10، أُحَرِّكُ الفاصلةَ منزلةً واحدةً إلى اليمينِ

$10x = 4 + 0.444...$ — أجزِّئُ العددَ العشرِيَّ إلى عددٍ صحيحٍ وكسرٍ عشرِيٍّ

$10x = 4 + x$ — أعوِّضُ $x = 0.444...$

$9x = 4$ — أطرحُ x منْ كِلا الطَّرَفيْنِ

$x = \frac{4}{9}$ — أقسمُ كِلا الطَّرَفيْنِ على 9

إذنْ، يُكتَبُ الكسرُ العشريُّ الدوريُّ $0.\overline{4}$ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$ كما يأتي: $\frac{4}{9}$

أتحقَّقُ منْ فهمي: أكتبُ الكسرَ العشرِيَّ الدوريَّ على صورةِ كَسْرٍ $\frac{a}{b}$ في ما يأتي:

1) $0.\overline{1}$ 2) $0.\overline{2}$ 3) $0.\overline{5}$ 4) $0.\overline{8}$

توجدُ كسورٌ عشريّةٌ دوريّةٌ يتكرَّرُ فيها رَقْمانِ أوْ أكثرُ، ويمكنُنا أيضًا كتابةُ هذهِ الكسورِ العشريَّةِ الدوريَّةِ على الصّورةِ $\frac{a}{b}$.

مثال 2: منَ الحياةِ

تقدَّمَ 66 طالبًا إلى امتحانٍ في مادّةِ العلومِ، فكانَ الكسرُ العشريُّ الدّالُّ على نسبةِ النّجاحِ $0.\overline{81}$، أجِدُ عدَدَ الناجحينَ.

أعبِّرُ عنِ الكسرِ العشريِّ الدوريِّ بمتغيِّرٍ مثلِ x ، ثمَّ أقومُ بالعمليّاتِ الآتيةِ؛ لأكتُبَهُ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$.

$$x = 0.8181\ldots$$

$100(x) = 100\,(0.8181\ldots)$	أضربُ طرَفَيِ المعادلةِ في 100؛ لأنَّ منزلتينِ تتكرَّرانِ
$100x = 81.8181\ldots$	أضربُ في 100، أُحَرِّكُ الفاصلةَ منزلتَيْنِ إلى اليمينِ
$100x = 81 + 0.8181\ldots$	أجزِّئُ العددَ العشريَّ إلى عددٍ صحيحٍ وكسرٍ عشريٍّ
$100x = 81 + x$	أعوِّضُ $x = 0.8181\ldots$
$99x = 81$	أطرحُ x منْ كِلا الطَّرَفيْنِ
$x = \frac{81}{99}$	أقسمُ كِلا الطَّرَفيْنِ على 99
$x = \frac{9}{11}$	أكتبُ الناتجَ في أبسطِ صورةٍ

لإيجادِ عددِ الطلبةِ الناجحينَ، أضربُ عددَ الطلبةِ في الكسرِ الدالِّ على نسبةِ النجاحِ.

$66 \times \frac{9}{11} = 54$	أضربُ، ثمَّ أُبسِّطُ

إذنْ، عددُ الطلبةِ الناجحينَ هوَ 54 طالبًا.

أتحقَّقُ منْ فهمي:

إذا كانَ عددُ الحيواناتِ جميعِها في الحديقةِ 88 حيوانًا، والكسرُ الدالُّ على الحيواناتِ المفترِســـةِ فيها $0.\overline{18}$ ، فأجِدُ عددَ الحيواناتِ المفترِسةِ.

توجدُ كسورٌ عشريّةٌ دوريّةٌ يتكرَّرُ فيها رَقْمانِ أوْ أكثرُ، في حينِ لا تتكرَّرُ أرقامٌ أخرى. فمثلًا، الكسرُ العشريُّ $0.3\overline{2}$ يتكرَّرُ فيهِ الرَّقْمُ 2 فقطْ، ولا يتكرَّرُ فيهِ الرَّقْمُ 3، ويمكنُ أيضًا كتابةُ هذهِ الكسورِ العشريَّةِ الدوريّةِ على الصّورةِ $\frac{a}{b}$.

مثال 3 أكتبُ العددَ العشريَّ الدوريَّ $4.1\overline{3}$ على صورةِ عددٍ كسريٍّ.

أعبِّرُ عنْ $4.1\overline{3}$ بمتغيِّرٍ مثلِ x ، ثمَّ أُجري العمليّاتِ الآتيةَ؛ لأجدَ العددَ الكسريَّ الذي يمثِّلُهُ.

$$x = 4.1333...$$

$10x = 41.333...$ أضربُ طرَفَي المعادلةِ في 10؛ لأنَّ منزلةً واحدةً فقط تتكرَّرُ

$10x = 37.2 + 4.1333...$ أجزِّئُ العددَ العشريَّ

$10x = 37.2 + x$ أُعوِّضُ $x = 4.1333...$

$9x = 37.2$ أطرحُ x منْ طرَفَي المساواةِ

$x = \frac{37.2}{9}$ أقسمُ الطَّرفيْنِ على 9

$= \frac{372}{90}$ أضربُ البسطَ والمقامَ في 10

$= 4\frac{2}{15}$ أحوِّلُ الكسرَ غيرَ الفعليِّ إلى عددٍ كسريٍّ

إذنْ، يُكْتَبُ العددُ العشريُّ الدوريُّ $4.1\overline{3}$ عَلى صورةِ عددٍ كسريٍّ كما يأتي: $4\frac{2}{15}$

أتحقَّقُ منْ فهمي:

أكتبُ العددَ العشريَّ الدوريَّ على صورةِ عددٍ كسريٍّ في ما يأتي:

1) $1.1\overline{6}$

2) $3.2\overline{7}$

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أكتبُ الكسرَ العشرِيَّ الدوريَّ على صورةِ كَسْرٍ $\frac{a}{b}$ في ما يأتي:

1) $0.\overline{6}$
2) $0.\overline{7}$
3) $0.\overline{3}$
4) $0.\overline{9}$
5) $0.\overline{13}$
6) $0.\overline{37}$
7) $0.\overline{15}$
8) $0.\overline{33}$

أكتبُ العددَ العشريَّ الدوريَّ على صورةِ عددٍ كسريٍّ في ما يأتي:

9) $1.\overline{14}$
10) $2.\overline{13}$
11) $5.\overline{34}$
12) $4.2\overline{5}$

أتذكَّرُ

عندَ تحويلِ الكسرِ العشريِّ الدوريِّ إلى كسرٍ فعليٍّ يجبُ أنْ ننتبِهَ إلى عددِ المنازلِ الدوريةِ.

13 أكملُ الجدولَ الآتيَ، وأبحثُ عنْ نمطٍ، ثمَّ أصِفُ قاعدتَهُ.

الكسرُ العشريُّ الدوريُّ	$0.\overline{1}$	$0.\overline{2}$	$0.\overline{3}$	$0.\overline{4}$	$0.\overline{5}$
صورةُ الكسرِ $\frac{a}{b}$					

14 **ذهبٌ:** اشترَتْ سناءُ خاتمًا منَ الذّهَبِ كتلتُهُ $0.\overline{7}$ غم. أكتبُ كتلةَ الخاتمِ على صورةِ كَسْرٍ فِعْلِيٍّ.

15 **حلوياتٌ:** استخدمَ رامي $1.\overline{27}$ كوبًا منَ السكَّرِ لتحضيرِ فطيرةٍ. ما العددُ الكسريُّ الدالُّ على كمّيّةِ السكَّرِ التي استخدمَها رامي؟

16 **زراعةٌ:** سقى مزارعٌ $0.\overline{13}$ منْ أشجارِ مزرعتِهِ التي تحتوي على 99 شجرةً. ما عددُ الأشجارِ التي لمْ يَسْقِها بعدُ؟

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

17 **تحدٍّ:** أجِدُ قيمةَ $0.32\overline{7} \times 0.5$

18 **تبريرٌ:** أكتبُ الكسرينِ العَشْرِيَّيْنِ 0.15 ، $0.\overline{15}$ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$ ، ثمَّ أقارنُ بينَهما.

19 **أكتشفُ الخطأَ:** يقولُ أحمدُ إنَّ ناتجَ ضَرْبِ عددٍ صحيحٍ غيرِ الصفرِ في عددٍ عشريٍّ دوريٍّ يبقى دوريًّا. هلْ قولُ أحمدَ صحيحٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

20 **تحدٍّ:** أجِدُ ناتجَ $0.\overline{3} \times 0.\overline{4}$

21 **أكتبُ** كيفَ أكتبُ الكسرَ العشريَّ $0.\overline{6}$ على صورةِ كسرٍ عاديٍّ؟

الدرسُ 3 المتتالياتُ

فكرةُ الدرسِ

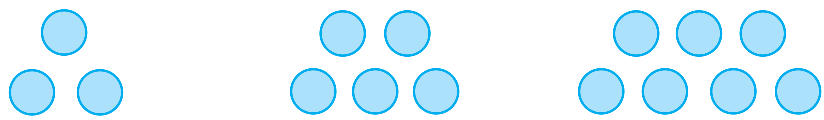
أكتبُ حدودًا متتاليةً، وأجدُ الحدَّ العامَّ لها.

المصطلحاتُ

متتاليةٌ، الحدُّ، الحدُّ العامُّ.

أستكشفُ

أتأمّلُ النمطَ الآتيَ، ثمَّ أجيبُ عمّا يليهِ:



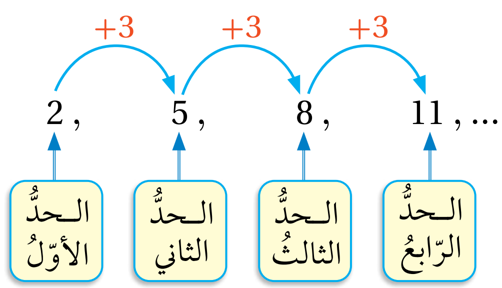
الشكلُ (3) الشكلُ (2) الشكلُ (1)

1) ما عددُ الدوائرِ في كلٍّ منَ الأشكالِ 6 ,5 ,4؟

2) كيفَ نجدُ عددَ الدوائرِ في الشكلِ رقمِ 24؟

المتتاليةُ (sequence) هيَ مجموعةٌ منَ الأعدادِ تَتْبَعُ ترتيبًا مُعيّنًا، ويُسمّى كلُّ عددٍ فيها **حدًّا** (term).

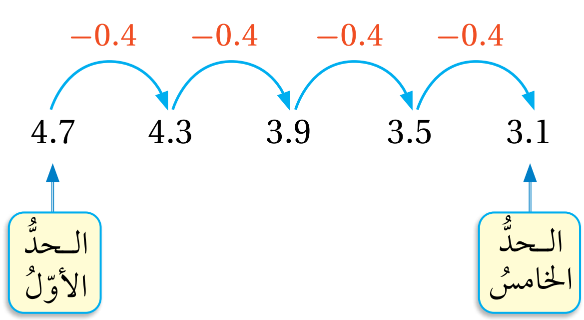
يمكنُني أنْ أكملَ حدودَ المتتاليةِ إذا علمْتُ القاعدةَ التي تربطُ كلَّ حدٍّ في المتتاليةِ بالحدِّ الذي يليهِ.



مثال 1

إذا كانَ الحدُّ الأوّلُ في متتاليةٍ هوَ 4.7، والقاعدةُ التي تربطُ كلَّ حدٍّ بالحَدِّ الذي يليهِ هيَ طرحُ 0.4، فأجدُ الحدَّ الخامسَ.

أبدأُ بالحدِّ الأوّلِ، وأطرحُ 0.4 كلَّ مرَّةٍ حتّى أصلَ إلى الحدِّ الخامسِ. إذنْ، الحدُّ الخامسُ هوَ 3.1



أتحقَّقُ منْ فهمي:

إذا كانَ الحدُّ الأوَّلُ في متتاليةٍ هوَ 2.6، والقاعدةُ التي تربطُ كلَّ حدٍّ بالحدِّ الذي يليهِ هيَ طرحُ 0.5، فأجدُ الحدَّ السادسَ.

يمكنُني أيضًا أنْ أجدَ أيَّ حدٍّ في المُتتاليةِ إذا علمْتُ العلاقةَ التي تربطُ بينَ أيِّ حدٍّ في المتتاليةِ ورتبتِهِ. وتُسمّى هذهِ العلاقةُ قاعدةَ **الحدِّ العامِّ** (nth term). يمكنُني بهذهِ الطريقةِ أنْ أجدَ الحدَّ المطلوبَ منْ دونِ الحاجةِ إلى إيجادِ جميعِ الحدودِ التي تسبقُهُ. أليسَ هذا أفضلَ؟

أتعلَّمُ

رتبةُ الحدِّ هيَ ترتيبُ موقعِهِ بالنسبةِ إلى الحدودِ الأخرى في المتتاليةِ.

مثال 2

إذا كانَتْ قاعدةُ الحدِّ العامِّ لمتتاليةٍ هيَ: أضربُ رتبةَ الحدِّ في 3 ثمَّ أجمعُ 2، فأجدُ كلًّا مِنَ الحدودِ: السادسِ والسابعِ والثامنِ.

رتبةُ الحدِّ السادسِ هيَ 6، ولإيجادِ هذا الحدِّ فإنَّني أطبِّقُ قاعدةَ الحدِّ العامِّ على رتبتِهِ:

أضربُ الرتبةَ في 3، ثمَّ أجمعُ 2 معَ الناتجِ.

		الحدُّ				الرُّتبةُ
الحدُّ السادسُ:	$6 \times 3 + 2 = 20$	20	+2	18	× 3	6
الحدُّ السابعُ:	$7 \times 3 + 2 = 23$	23	+2	21	× 3	7
الحدُّ الثامنُ:	$8 \times 3 + 2 = 26$	26	+2	24	× 3	8

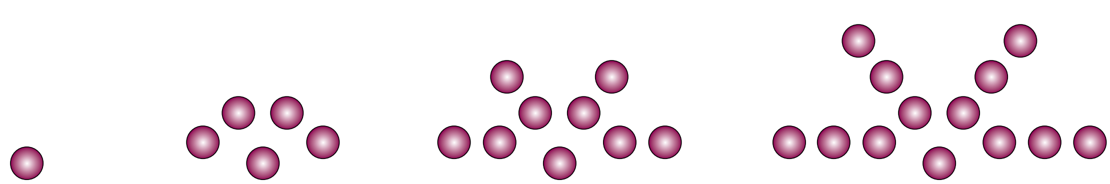
أتحقَّقُ من فهمي:

إذا كانَتْ قاعدةُ الحدِّ العامِّ لمتتاليةٍ هيَ: أضربُ رتبةَ الحدِّ في 5 ثمَّ أطرحُ 7، فأجدُ كلًّا منَ الحدودِ: السابعِ والثامنِ والتاسعِ.

يمكنُني أنْ أجِدَ قاعدةَ الحدِّ العامِّ للمتتاليةِ بملاحظةِ القاعدةِ التي تربطُ كلَّ حدٍّ في المتتاليةِ بالحدِّ الذي يليهِ، وبملاحظةِ العلاقةِ بينَ رتبةِ كلِّ حدٍّ وقيمتِهِ.

مثال 3

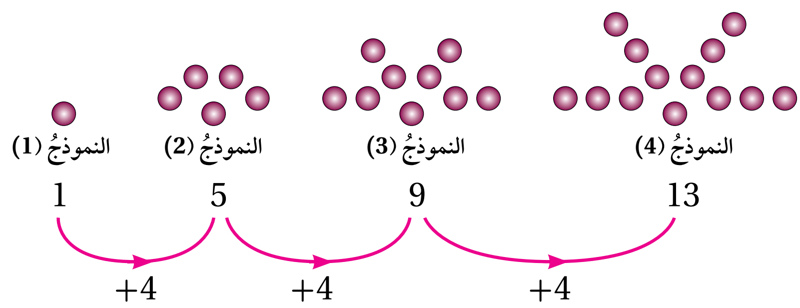
في ما يأتي نَمَطٌ هندسيٌّ يشكِّلُ عددُ الدوائرِ فيهِ متتاليةً:



النموذجُ (4) النموذجُ (3) النموذجُ (2) النموذجُ (1)

1 أجدُ القاعدةَ التي تربطُ كلَّ حدٍّ في المتتاليةِ بالحدِّ الذي يليهِ:

بالانتقالِ منَ الحدِّ إلى الحدِّ الذي يليهِ، أجدُ أنَّ 4 دوائرَ قدْ أُضيفَتْ. إذنْ، كلُّ حدٍّ أكبرُ منَ الحدِّ الذي يسبِقُهُ بـِ 4 .



2 أكتبُ قاعدةَ الحدِّ العامِّ.

تزدادُ الحدودُ في المتتاليةِ بمقدارِ 4، وهذا يذكِّرُني بجدولِ ضربِ العددِ 4؛ إذْ إنَّ الفرقَ بينَ كلِّ ناتجَيْنِ يساوي 4، لكنَّ حدودَ المتتاليةِ أقلُّ بمقدارِ 3 منَ النواتجِ في جدولِ ضربِ العددِ 4. إذنْ، قاعدةُ الحدِّ العامِّ هيَ: أضربُ رتبةَ الحدِّ في 4، ثمَّ أطرحُ 3 .

رُتبةُ الحدِّ				الحدُّ
1	$\times 4$	4	-3	1
2	$\times 4$	8	-3	5
3	$\times 4$	12	-3	9
4	$\times 4$	16	-3	13

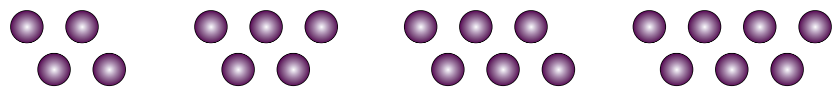
3 ما عددُ الدوائرِ في الحدِّ الذي رتبتُهُ 15؟

لإيجادِ عددِ الدوائرِ، فإنَّني أطبِّقُ قاعدةَ الحدِّ العامِّ على الحدِّ الذي رتبتُهُ 15؛ أضربُ الرتبَةَ في 4، ثمَّ أطرحُ 3 منَ الناتجِ.

الرُّتبةُ				الحدُّ
15	$\times 4$	60	-3	57

أتحقَّقُ منْ فهمي:

في ما يأتي نَمَطٌ هندسِيٌّ يشكِّلُ عددُ الدوائرِ فيهِ متتاليةً:



النموذجُ (4) النموذجُ (3) النموذجُ (2) النموذجُ (1)

4 أجدُ القاعدةَ التي تربطُ كلَّ حدٍّ في المتتاليةِ بالحدِّ الذي يليهِ.

5 أكتبُ قاعدةَ الحدِّ العامِّ.

6 ما عددُ الدوائرِ في الحدِّ الذي رتبتُهُ 12؟

يمكنُني استعمالُ مقدارٍ جبريٍّ لكتابةِ الحدِّ العامِّ للمتتاليةِ.

مثال 4

الحدُّ العامُّ لمتتاليةٍ هوَ (أضربُ رتبةَ الحدِّ في $\frac{1}{4}$ ثمَّ أجمعُ $\frac{27}{4}$). أكتبُ الحدَّ العامَّ باستخدامِ مقدارٍ جبريٍّ، ثمَّ أستخدمُهُ لأجدَ الحدودَ الثلاثةَ الأولى.

يمكنُني أنْ أكتبَ الحدَّ العامَّ المُعطى على صورةِ (أيُّ حدٍّ يســاوي $\frac{1}{4}$ مضروبًا في رتبةِ الحدِّ مُضافًا إليْهِ $\frac{27}{4}$)؛ لأرمزَ إلى رتبةِ أيِّ حدٍّ في المتتاليةِ بالمتغيِّرِ n، ولأرمزَ إلى الحدِّ نفسِهِ بالرمزِ T_n.

أكتبُ هذهِ العبارةَ بالرموزِ كما يأتي:

$$T_n = \frac{1}{4}n + \frac{27}{4}$$

أستخدمُ الحدَّ العامَّ؛ لأجدَ الحدودَ الثلاثةَ الأولى:

$$T_n = \frac{1}{4}n + \frac{27}{4}$$ قاعدةُ الحدِّ العامِّ

$$T_1 = \frac{1}{4}(1) + \frac{27}{4}$$ أُعوِّضُ رتبةَ الحدِّ الأوّلِ $(n = 1)$

$T_1 = \frac{28}{4} = 7$ أُبسِّطُ

$T_2 = \frac{1}{4}(2) + \frac{27}{4}$ أُعوِّضُ رتبةَ الحدِّ الثاني $(n = 2)$

$T_2 = \frac{29}{4} = 7\frac{1}{4}$ أُبسِّطُ

$T_3 = \frac{1}{4}(3) + \frac{27}{4}$ أُعوِّضُ رتبةَ الحدِّ الثالثِ $(n = 3)$

$T_3 = \frac{30}{4} = 7\frac{1}{2}$ أُبسِّطُ

إذنْ، الحدودُ الثلاثةُ الأولى في المتتاليةِ هيَ: $7 , 7\frac{1}{4} , 7\frac{1}{2}$

أتحقَّقُ من فهمي:

الحدُّ العامُّ لمتتاليةٍ هوَ (أضربُ رتبةَ الحدِّ في $\frac{1}{6}$ ثمَّ أطرحُ $\frac{5}{6}$). أكتبُ الحدَّ العامَّ باستخدامِ مقدارٍ جبريٍّ، ثمَّ أستخدمُهُ لأجدَ الحدودَ الثلاثةَ الأولى.

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أجدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ في كلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:

1. $67, 78, 89, 100, \ldots$
2. $101, 95, 89, 83, \ldots$
3. $-17, -13, -9, -5, \ldots$
4. $1.2, 1.5, 1.8, 2.1, \ldots$
5. $3.2, 2.8, 2.4, 2, \ldots$
6. $\frac{1}{7}, \frac{5}{7}, \frac{9}{7}, \frac{13}{7}, \ldots$

أتذكَّرُ

لإيجادِ قاعدةِ الحدِّ العامِّ للمتتاليةِ، يجبُ أنْ ألاحظَ القاعدةَ التي تربطُ كلَّ حدٍّ بالحدِّ الذي يليهِ، والعلاقةَ بينَ رُتبةِ كلِّ حدٍّ وقيمتِهِ.

في كلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي، أجدُ القاعدةَ التي تربطُ كلَّ حدٍّ بالحدِّ الذي يليهِ، وأستخدمُها لإيجادِ الحدِّ السابعِ:

8) $19, 28, 37, 46, \ldots$

7) $130, 118, 106, 94, \ldots$

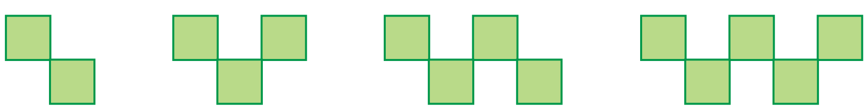
10) $-25, -18, -11, -4, \ldots$

9) $17, 11, 5, -1, \ldots$

12) $2\frac{3}{4}, 4, 5\frac{1}{4}, 6\frac{1}{2}, \ldots$

11) $3.1, 3.6, 4.1, 4.6, \ldots$

في ما يأتي نمطٌ هندسيٌّ يشكِّلُ عددُ المربّعاتِ فيهِ متتاليةً:



النموذجُ (4) النموذجُ (3) النموذجُ (2) النموذجُ (1)

13) أجدُ القاعدةَ التي تربطُ كلَّ حدٍّ في المتتاليةِ بالحدِّ الذي يليهِ.

14) أكتبُ قاعدةَ الحدِّ العامِّ.

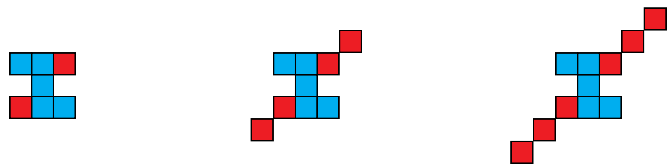
15) ما عددُ المربّعاتِ في الحدِّ الذي رتبتُهُ 10؟

16) الحدُّ العامُّ لمتتاليةٍ هوَ (أضربُ رتبةَ الحدِّ في $\frac{3}{4}$ ثمَّ أجمعُ $\frac{3}{4}$). أكتبُ الحدَّ العامَّ باستخدامِ مقدارٍ جبريٍّ، ثمَّ أستخدمُهُ لأجِدَ الحدودَ الثلاثةَ الأولى.

في ما يأتي أنماطٌ هندسيَّةٌ يشكِّلُ عددُ المربّعاتِ في كلٍّ منْها متتاليةً.

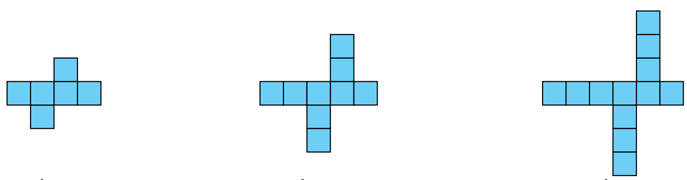
أجِدُ الحدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ:

17



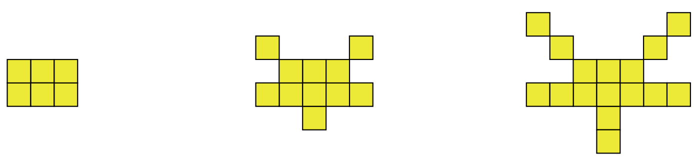
النموذجُ (1) النموذجُ (2) النموذجُ (3)

18



النموذجُ (1) النموذجُ (2) النموذجُ (3)

19



النموذجُ (1) النموذجُ (2) النموذجُ (3)

20 **آبارٌ:** تتقاضى شركةٌ لحفرِ الآبارِ 50 دينارًا عنْ حفرِ المترِ الأولِ، وَ 52.5 دينارًا عنْ حفرِ الثاني، وَ55 دينارًا عنْ حفرِ الثالثِ، وهكذا. كمْ تتقاضى الشركةُ عنْ حفرِ المترِ رقْمِ 40؟

21 ما قيمةُ الحدِّ الذي رتبتُهُ 30 في المتتاليةِ الآتيةِ:

$$60, 52, 44, 36, 28, \ldots\ldots$$

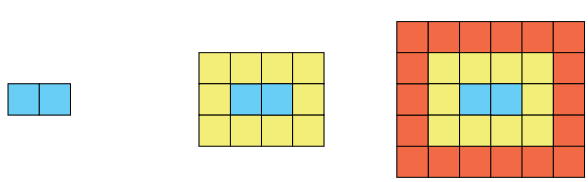
إرشادٌ

يمكنُني أنْ أبدأَ بكتابةِ عبارةٍ جبريَّةٍ تمثلُ المربّعاتِ الزرقاءَ، وعبارةٍ جبريّةٍ أخرى تمثلُ المربّعاتِ الحمراءَ، ثمَّ أجمعَ العبارتينِ الجبريّتيْنِ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

22 **تحدٍّ:** متتاليةٌ حدودُها ...,2, 9, 16، ما رتبةُ الحدِّ الذي قيمتُهُ 352؟

23 **تحدٍّ:** يبيِّنُ الشكلُ الآتي ثلاثةَ حدودٍ في متتاليةٍ، أجدُ عددَ المربَّعاتِ في الشكلِ رقْمِ 50.



النموذجُ (1) النموذجُ (2) النموذجُ (3)

أُفكِّرُ

ما علاقةُ مساحةِ المستطيلِ برتبةِ الحدِّ؟

24 **أكتبُ** أوضِّحُ خطواتِ إيجادِ الحدِّ العامِّ لمتتاليةٍ إذا علمْتُ بعضَ حدودِها.

اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1 إذا قُسِمَ عددٌ على 6 وطُرِحَ منَ الناتجِ 10 أصبحَ الناتجُ 2، المعادلةُ التي تُعبِّرُ عنْ هذهِ العلاقةِ هيَ:

a) $\frac{x-10}{6}=2$ b) $\frac{x}{6}-10=2$

c) $10-\frac{x}{6}=2$ d) $\frac{10-x}{6}=2$

2 الكسرُ الفعليُّ الذي يكافئُ الكسرَ العشريَّ الدوريَّ $0.5\overline{3}$ هوَ:

a) $\frac{8}{15}$ b) $\frac{53}{99}$ c) $\frac{5}{99}$ d) $\frac{7}{15}$

3 الحدُّ العامُّ للمتتاليةِ .... ,2, 5, 8, 11 هوَ:

a) $T_n = 2n+3$ b) $T_n = 3n+3$

c) $T_n = 3n-1$ d) $T_n = n+3$

4 حلُّ المعادلةِ: $5(x+9) = -10$ هوَ:

a) $x = -11$ b) $x = 11$

c) $x = -7$ d) $x = 7$

5 $x = 2$ هوَ حلٌّ للمعادلةِ:

a) $x+3=6$ b) $2x-3=5x-1$

c) $3(2x-1)=9$ d) $5=2x-1$

6 الكسرُ الذي يكافئُ $2 \times 0.\overline{45}$ هوَ:

a) $\frac{1}{11}$ b) $\frac{10}{11}$ c) $\frac{5}{11}$ d) $\frac{11}{10}$

7 الحدُّ الخامسُ في المتتاليةِ التي حدُّها العامُّ $T_n = 2n+3$ هوَ:

a) 8 b) 13 c) 10 d) 5

8 قسّمَ خبّازٌ قالبَ حَلْوياتٍ إلى 9 أقسامٍ متساويةٍ باعَ منها 7 أقسامٍ. أكتبُ الكسرَ الذي يمثّلُ الأقسامَ المبيعةَ على صورةِ كسرٍ عشريٍّ دوريٍّ.

9 الحدُّ العامُّ للمتتاليةِ .... ,0.7, 0.9, 1.1 هوَ:

a) $T_n = 0.7 + 0.2n$

b) $T_n = 0.5 + 2n$

c) $T_n = 0.5 + 0.2n$

d) $T_n = 0, 7n$

أجدُ الحدَّ المفقودَ في المتتاليتينِ الآتيتينِ:

10 3, ..., ..., 24, 48, 96

11 64, 32, ..., ..., 4

أحلُّ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي، ثمَّ أتحقّقُ منْ صحّةِ الحلِّ:

12 $2x-12=-11$

13 $-6w+3=15-3w$

14 $2(2y-3)+8=y-9$

15 $3(k+4)=4(2k-5)+17$

16 عددٌ إذا أَضفْنا رُبْعَهُ إلى نِصفِهِ كانَ الناتجُ 15، ما ذلكَ العددُ؟

حقلٌ مستطيلُ الشكلِ محيطُهُ 150 m، يزيدُ طولُهُ على عرضِهِ بمقدارِ 15 m:

17 أكتبُ معادلةً تمثّلُ هذِهِ البياناتِ.

18 أحلُّ المعادلةَ في الفرعِ السابقِ لأجدَ عرضَ الحقلِ.

19 أجدُ طولَ الحقلِ.

20 ما قيمةُ الحدِّ الذي رتبتُهُ 35 في المتتاليةِ الآتيةِ:

$9 , 11 , 13 , 15 , ...$

ما الحدُّ العامُّ لكلٍّ منَ المتتاليتينِ الآتيتيْنِ:

21 $17 , 13, 9 , 5 , ...$

22 $-7 , -3 , 1 , 5 , 9 ....$

23 معَ عبيرَ دينارٌ واحدٌ، وهيَ تدَّخِرُ كلَّ أسبوعٍ 5 دنانيرَ. أكتبُ الحدَّ العامَّ الذي يعبِّرُ عنْ مقدارِ ما تدَّخِرُ عبيرُ بعدَ أيِّ عددٍ منَ الأسابيعِ.

24 3 أمثالِ عُمْرِ ليلى قبلَ 5 سنواتٍ يساوي مِثْلَيْ عُمْرِها الآنَ مُضافًا إليهِ 4 سنواتٍ. ما عُمْرُ لَيْلى الآنَ؟

يمثّلُ الجدولُ الآتي العلاقةَ بينَ عددِ ساعاتِ العملِ والأجرةِ المُمثَّلةِ بمُتتاليةٍ كَما يظهرُ في الجدولِ الآتي:

عددُ ساعاتِ العملِ	1	2	3	4
الأجرةُ	5	8	11	14

25 أكتبُ الحدَّ العامَّ لمُتتاليةِ الأجورِ.

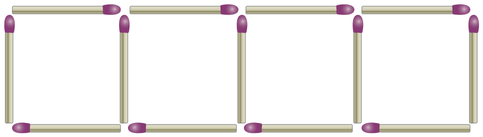
26 ما مقدارُ الأجرِ مقابلَ 8 ساعاتِ عملٍ؟

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوْليّةِ:

27 يزيدُ ثمنُ قلمِ حبرٍ نصفَ دينارٍ على ثمنِ قلمِ رصاصٍ. إذا اشترى سفيانُ قَلَمَيْ حِبْرٍ وَ 3 أقلامِ رصاصٍ بـ 1.7 دينارًا، فكمْ دينارًا سيدفعُ صديقُهُ وائِلٌ إذا اشترى قَلَمَ حبرٍ واحدًا وقَلَمَيْ رصاصٍ؟

a) 0.92 b) 24.1 c) 87.0 d) 4.3

28 يظهرُ في الشكلِ 13 عودُ ثقابٍ تكوّنُ 4 مربّعاتٍ. كمْ مربّعًا يمكنُ بناؤُهُ بالطريقةِ نفسِها باستخدامِ 73 عودَ ثقابٍ؟



a) 18 b) 24

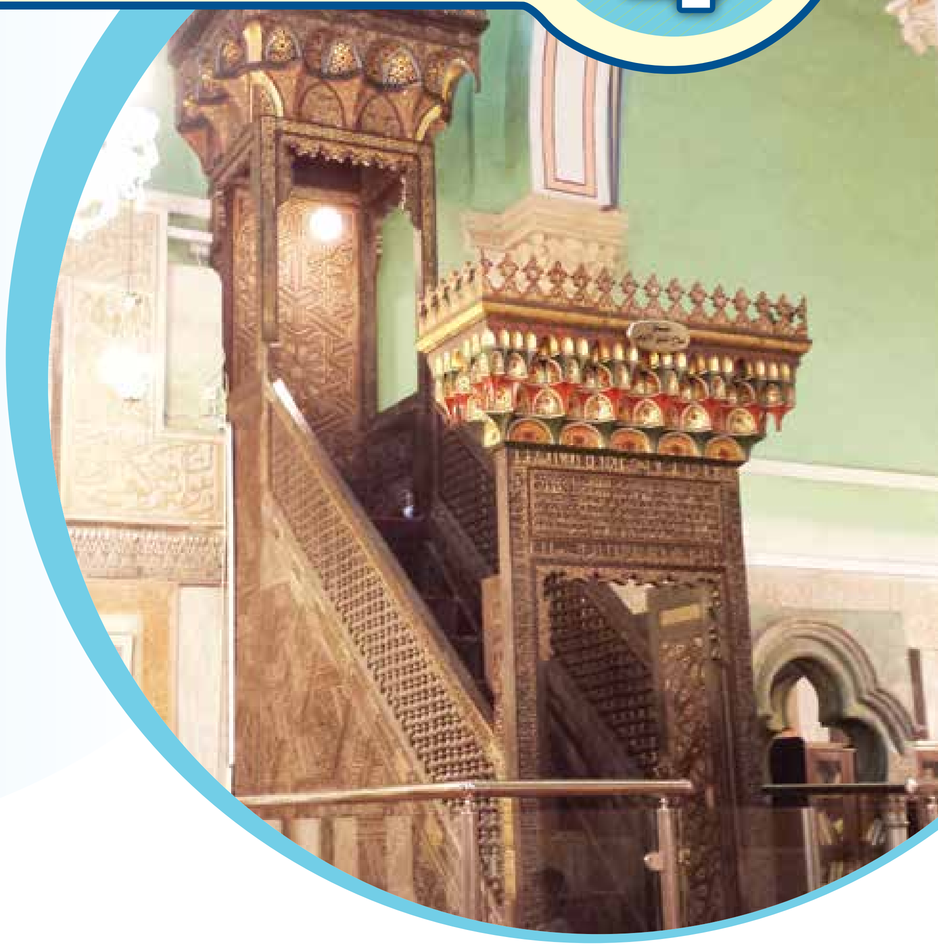
c) 14 d) 15

29 إذا كانَ 4 أمثالِ عددٍ هوَ 48 ، فما $\frac{1}{3}$ هذا العددِ؟

a) 4 b) 8 c) 21 d) 61

الوحدةُ 4

الزَّوايا والمُضلَّعاتُ والتَّحويلاتُ الهندسيّةُ



ما أَهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

تُستعملُ خصائصُ الزوايا والمضلّعاتِ والتحويلاتِ الهندسيّةِ في كثيرٍ منَ المهنِ، مثلِ تصميمِ الزخارفِ الإسلاميّةِ التي تعتمدُ كثيرًا على تَكرارِ مضلّعاتٍ مختلفةٍ وتَداخُلِها، ويبدو ذلكَ واضحًا في منبرِ صلاحِ الدينِ الأيوبيِّ في المسجدِ الأقصى الذي أُعيدَ بناؤهُ عامَ 2007م بتبرُّعٍ شخصيٍّ منْ جلالةِ الملكِ عبدِ اللهِ الثاني ابنِ الحسينِ حفظَهُ اللهُ.

تعلَّمْتُ سابِقًا:

- ✓ أنواعَ الزوايا وكيفيَّةَ قياسِها وتنصيفِها.
- ✓ الأشكالَ الرباعيَّةَ وخصائصَها.
- ✓ أنواعَ المثلّثاتِ وخصائصَها.
- ✓ تحديدَ محورِ التماثُلِ لأشكالٍ ثنائيّةِ البُعْدِ.

سأتعلّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- الزوايا الناتجةَ منْ تقاطُعِ مستقيمينِ.
- الزوايا الناتجةَ منْ مستقيمينِ متوازيينِ وقاطعٍ.
- العلاقةَ بينَ الزوايا الداخليّةِ والزوايا الخارجيّةِ لمثلَّثٍ.
- مجموعَ قياساتِ الزاويا الداخليّةِ لمضلَّعٍ.
- رسْمَ دورانٍ على المستوى الإحداثيِّ.

مشروعُ الوحدةِ: الهندسةُ حولَنا

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الذي نستخدمُ فيهِ ما سنتعلَّمُهُ في هذهِ الوحدةِ عنِ الزوايا والمضلّعاتِ والتحويلاتِ الهندسيّةِ.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

المَهمّةُ 1:

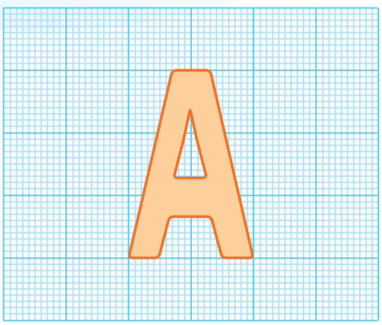
1. أبحثُ في أشياءَ حولي عنْ مستقيمٍ يقطعُ مستقيمينِ آخرَيْنِ غيرَ متوازيَيْنِ، وعنْ مستقيمٍ آخرَ يقطعُ مستقيمينِ متوازيَيْنِ، وألتقطُ صورةً لكلٍّ منْهُما ثُمَّ أطبعُها.
2. أكتبُ على الصورتينِ رمزًا لكلِّ زاويةٍ ناتجةٍ منْ تقاطعِ المستقيماتِ، ثمَّ أكملُ الجدولَ الآتيَ:

أزواجُ الزوايا	الصورةُ (1)	الصورةُ (2)
المُتقابلةُ بالرأسِ		
المُتجاورةُ		
المُتكاملةُ		
المُتبادلةُ داخليًّا		
المُتبادلةُ خارجيًّا		
المُتناظِرةُ		

3. في الصورةِ الثانيةِ: أُقدِّرُ قياسَ واحدةٍ منَ الزوايا، ثمَّ أجِدُ قياساتِ الزوايا الأخرى، وأبيّنُ الخصائصَ التي اعتمَدْتُ عليْها في الحلِّ.

المَهمّةُ 2:

1. أرسمُ الحرفَ الأولَ منَ اسمي على ورقةِ رسمٍ بيانيٍّ كما في الشكلِ المجاورِ، ثمَّ أنفِّذُ ما يأتي:



2. أرسُمُ انسحابًا للحرفِ، واصفًا قاعدةَ الانسحابِ.
3. أُجري دورانًا لصورةِ الانسحابِ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، وزاويتُهُ إحدى الزوايا الرُّبعيّةِ.

المَهمّةُ 3:

أصمِّمُ نموذجًا أُثبتُ بهِ صِحّةَ إحدى خصائصِ الزوايا التي تعلَّمْتُها في هذه الوحدةِ. مثلًا: مجموعُ قياساتِ زوايا المضلّعِ الخماسيِّ هوَ $540°$.

عرضُ النتائجِ:

- أصمِّمُ مطويّةً أضعُ فيها الصورَ والأشكالَ والجداولَ التي أنشأتُها.
- أكتبُ في المطويّةِ أيَّ معلومةٍ جديدةٍ عرفْتُها في أثناءِ عملِ المشروعِ.
- أعرضُ المطويّةَ والنّموذجَ الذي صمّمتُهُ في المَهمّةِ 3 أمامَ طلبةِ الصّفِّ.

الدرسُ 1 العلاقاتُ بينَ الزوايا

فكرةُ الدرسِ

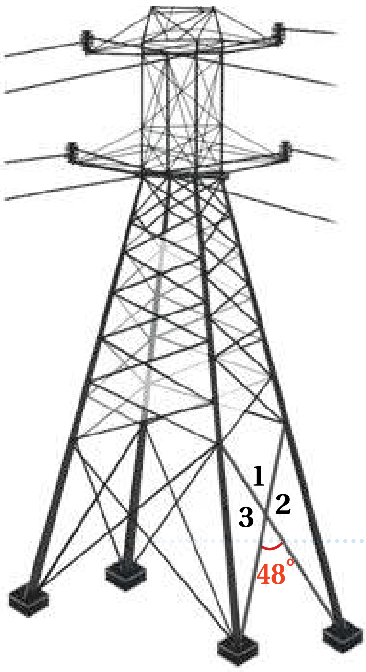
أتعرَّفُ العلاقاتِ بينَ الزوايا، وأستخدمُها لحلِّ المسائلِ.

المصطلحاتُ

الزاويتانِ المتجاورتانِ، الزاويتانِ المتقابلتانِ بالرأسِ، الزاويتانِ المتتامَّتانِ، الزاويتانِ المتكاملتانِ.

أستكشفُ

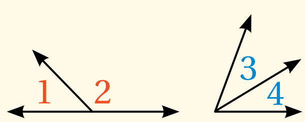
حينَ يصمِّمُ المهندسونَ أبراجَ نقلِ الطاقةِ الكهربائيَّةِ فإنهَّم أحيانًا يحتاجونَ إلى معرفةِ قياساتِ الزوايا الناتجةِ منْ تقاطعِ دعائمِ البرجِ. هلْ يمكنُ إيجادُ قياساتِ الزوايا المجهولةِ في الشكلِ المجاورِ منْ دونِ استخدامِ المنقلةِ؟



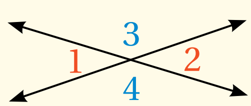
تساعدُ بعضُ الأزواجِ الخاصةِ منَ الزوايا على إيجادِ قياساتِ زوايا مجهولةٍ.

مفهومٌ أساسيٌّ — أنواعُ أزواجِ الزوايا

الزاويتانِ المُتجاوِرتانِ (adjacent angles) هما زاويتانِ لهُما الرأسُ نفسُهُ، ولهُما ضِلْعٌ مُشترَكٌ، لكنَّهُما لا تتداخلانِ.



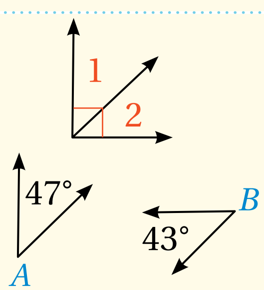
الزاويتانِ المُتقابِلتانِ بالرأسِ (vertical angle) هما زاويتانِ مُتقابِلتانِ تَنتُجانِ منْ تقاطعِ مستقيميْنِ. وكلُّ زاويتيْنِ مُتقابِلتيْنِ بالرأسِ لهُما القياسُ نفسُهُ.



$m\angle 1 = m\angle 2$

$m\angle 3 = m\angle 4$

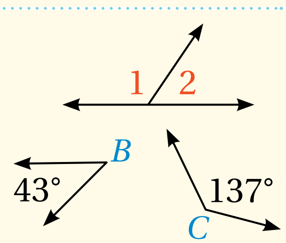
الزاويتانِ المُتتامَّتانِ (complementary angles) هما زاويتانِ مجموعُ قياسَيْهِما (90°).



$m\angle 1 + m\angle 2 = 90°$

$m\angle A + m\angle B = 90°$

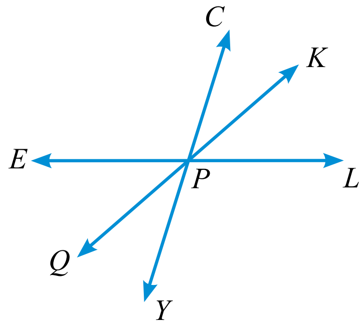
الزاويتانِ المُتكامِلتانِ (supplementary angles) هما زاويتانِ مجموعُ قياسَيْهِما (180°)



$m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$

$m\angle A + m\angle B = 180°$

مثال 1



اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، أُسَمّي:

1 زاويتينِ متقابلتَيْنِ بالرأسِ:

$\angle CPK, \angle QPY$؛ لأنَّهُما نَتَجَتا منْ تقاطعِ المستقيمينِ $\overleftrightarrow{QK}, \overleftrightarrow{CY}$

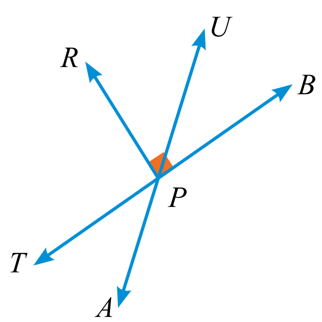
2 زاويتينِ مُتكامِلتَيْنِ:

$\angle CPE, \angle CPL$؛ لأنَّ مجموعَ قياسَيْهِما $180°$، وهما تشكِّلانِ زاويةً مستقيمةً.

3 زاويتينِ مُتجاوِرتَيْنِ:

$\angle KPL, \angle LPY$؛ لأنَّ لهُما رأسًا مشترَكًا (P)، وضلعًا مشترَكًا $\overrightarrow{PL}$، ولا تَتَداخلانِ.

أتحقَّقُ منْ فهمي:



اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، أُسَمّي:

4 زاويتينِ متقابلتَيْنِ بالرأسِ.

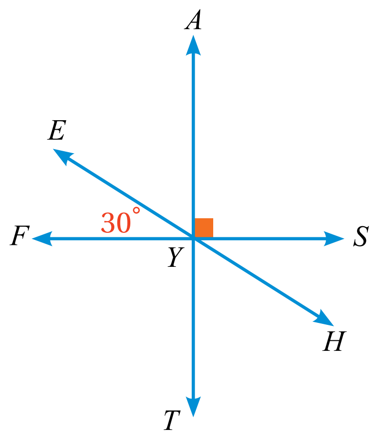
5 زاويتينِ مُتكامِلتَيْنِ.

6 زاويتينِ مُتجاوِرتَيْنِ.

7 زاويتينِ مُتتامّتينِ.

يمكنُ استخدامُ العلاقاتِ بينَ الزوايا والمعادلاتِ في إيجادِ قياساتِ زوايا مجهولةٍ.

مثال 2



أستخدمُ الشكلَ المجاورَ لإيجادِ قيمةِ كلٍّ ممّا يأتي:

1 $m\angle SYH$

$m\angle SYH = m\angle EYF$ زاويتانِ متقابلتانِ بالرأسِ

$m\angle SYH = 30°$

2 $m\angle AYE$

$m\angle SYA + m\angle AYE + m\angle EYF = 180°$ زوايا متجاورةٌ على مستقيمٍ

$90° + m\angle AYE + 30° = 180°$ أُعوِّضُ

$m\angle AYE + 120° = 180°$ أجمعُ

$m\angle AYE = 60°$ أطرحُ $120°$ منَ الطرفَيْنِ

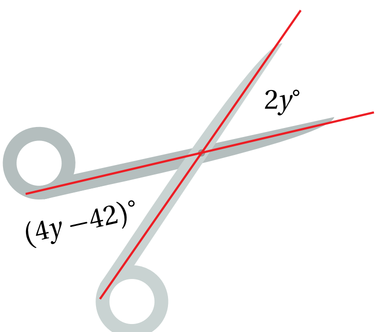
أتحقَّقُ منْ فهمي:

3 $m\angle TYH$

4 $m\angle FYT$

مثال 3: منَ الحياةِ

أجدُ قيمةَ y في الشكلِ المجاورِ.



بما أنَّ العبارتيْنِ الجبريَّتيْنِ هُما قياسا زاويتينِ متقابلتيْنِ بالرأسِ، فإنَّهُ يمكنُ كتابةُ المعادلةِ الآتيةِ:

$$4y - 42 = 2y$$

أطرحُ $4y$ منَ الطرفَيْنِ

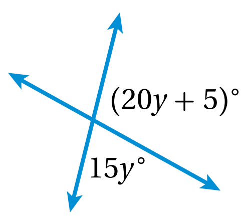
$$-42 = -2y$$

أقسمُ الطرفَيْنِ على -2

$$21 = y$$

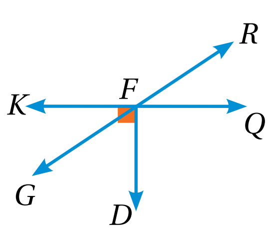
أتحقَّقُ منْ فهمي:

أجدُ قيمةَ y في الشكلِ المجاورِ.



أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، أُسَمّي:



1 زاويتينِ متقابلتينِ بالرأسِ.

2 زاويتينِ متجاورتينِ.

3 زاويتينِ متكاملتينِ.

4 زاويتينِ متتامَّتينِ.

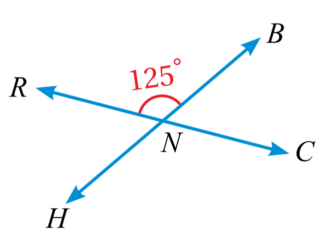
أتذكَّرُ
مجموعُ قياساتِ الزوايا حولَ نقطةٍ هوَ $360°$

أستخدمُ الشكلَ التاليَ لإيجادِ قيمةِ كلٍّ ممّا يأتي:

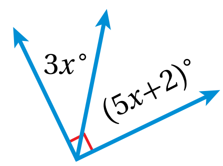
7 $m\angle RNH$

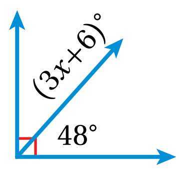
6 $m\angle CNH$

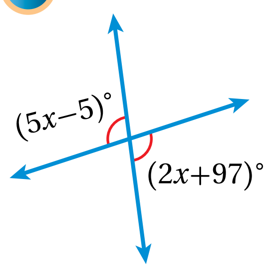
5 $m\angle BNC$



جبرٌ: أجدُ قيمةَ x في كلٍّ منَ الأشكالِ الآتيةِ:

10


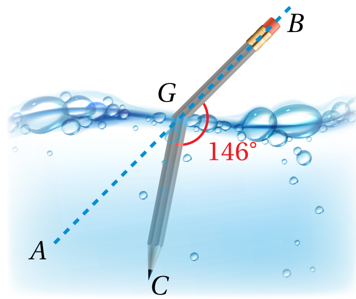
9


8


معلومةٌ

حينَ أنظرُ إلى قلمِ الرصاصِ في الماءِ يبدو كأنَّهُ مكسورٌ. هذهِ الظاهرةُ ناتجةٌ منَ انكسارِ الضَّوءِ عندما ينتقلُ منْ مادّةٍ إلى أخرى.

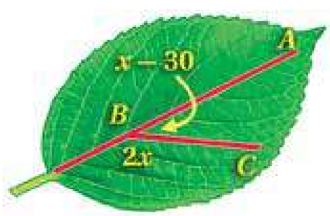
11 **علومٌ:** بالاعتمادِ على الشكلِ المجاورِ، أجدُ $m\angle AGC$.



معلومةٌ

عروقُ أوراقِ الشجرِ هيَ نهايةُ النسيجِ الوعائيِّ، ووظيفتُها توصيلُ الأملاحِ والغذاءِ والماءِ إلى الورقةِ.

12 **أشجارٌ:** بالاعتمادِ على الشكلِ المجاورِ، أكتبُ معادلةً، ثمَّ أحلُّها لإيجادِ $m\angle ABC$.



مهاراتُ التفكيرِ العُليا

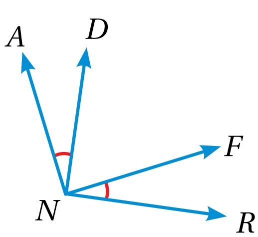
13 **تبريرٌ:** أحدِّدُ إذا كانَتِ العبارةُ المجاورةُ صحيحةً دائمًا، أوْ أحيانًا، أوْ غيرَ صحيحةٍ، وأبرِّرُ إجابتي.

«إذا كانَتْ إحدى الزوايا الناتجةِ منْ تقاطعِ مستقيمينِ حادَّةً، فإنَّ الزوايا الثلاثَ الأخرى الناتجةَ منْ هذا التقاطعِ حادَّةٌ أيضًا».

معلومةٌ

زها حديد: معماريةٌ عراقيةٌ أبدعَتْ بتصميماتِها الهندسيّةِ التي وظَّفَتْ فيها المستقيماتِ والزّوايا.

14 **أكتشفُ الخطأَ:** قالَ بدرٌ: إنَّ الزاويتينِ $\angle RNF$, $\angle AND$ متقابلتانِ بالرأسِ.
هلْ ما قالَهُ صحيحٌ؟ أبرِّرُ إجابتي.



15 **تحدٍّ:** متى تكونُ قياساتُ جميعِ الزوايا الناتجةِ منْ تقاطعِ مستقيمينِ لها القياسُ نفسُهُ. أبرِّرُ إجابتي.

16 **أكتبُ** كيفَ أجدُ قياساتِ الزوايا الأربعِ الناتجةِ منْ تقاطعِ مستقيمينِ، منْ دونِ استخدامِ المنقلةِ، إذا علمْتُ قياسَ إحدى هذهِ الزوايا.

الدرسُ 2 المستقيماتُ المتوازيةُ والقاطعُ

فكرةُ الدرسِ

أتعرَّفُ العلاقاتِ بينَ الزوايا الناتجةِ منْ تقاطعِ مستقيمٍ معَ مستقيمينِ متوازيينِ.

المصطلحاتُ

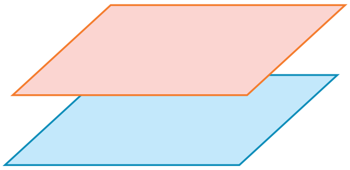
المستوى، القاطِعُ، زاويتانِ متناظِرتانِ، زاويتانِ مُتبادَلتانِ داخليًّا، زاويتانِ مُتبادَلتانِ خارجيًّا، زاويتانِ داخليّتانِ في جهةٍ واحدةٍ.

أستكشفُ

صنعَتْ رحمةُ نموذجَ سياجٍ باستعمالِ أعوادِ المثلَّجاتِ.

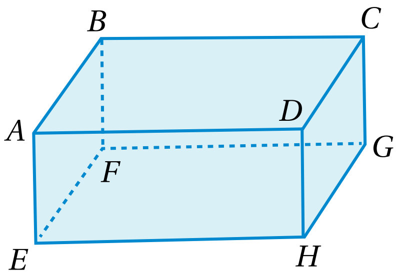
كيفَ أتحقَّقُ منْ أنَّ الأعمدةَ الرأسيّةَ في السّياجِ متوازيةٌ؟

المستوى (plane) هوَ سطحٌ مستوٍ يمتدُّ بلا نهايةٍ في جميعِ الاتجاهاتِ. وقدْ يتوازى مستويانِ، فلا يتقاطعانِ أبدًا.



مثال 1

أستعينُ بمتوازي المستطيلاتِ المجاورِ للإجابةِ عنِ الأسئلةِ الآتيةِ:



1. أيُّ القطعِ المستقيمةِ توازي $\overline{AB}$ ؟

$\overline{EF}$, $\overline{DC}$, $\overline{HG}$

2. أُسمّي مستويَيْنِ متوازيَيْنِ.

المستوى $ABCD$ يوازي المستوى $EFGH$.

3. أُسمّي قطعتيْنِ مستقيمتيْنِ موازيتيْنِ للمستوى $BCGF$.

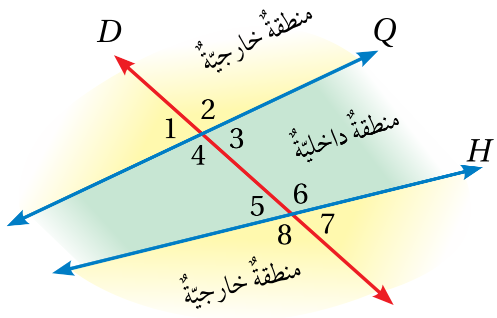
$\overline{AD}$ و $\overline{DH}$

أتحقَّقُ منْ فهمي:

4. أيُّ القطعِ المستقيمةِ توازي $\overline{EH}$ ؟

5. أُسمّي مستوًى موازيًا للمستوى $ABFE$.

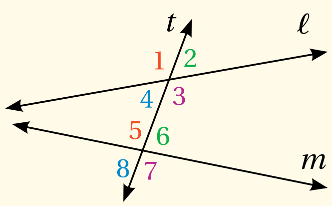
6. أُسمّي قطعتيْنِ مستقيمتيْنِ موازيتيْنِ للمستوى $EFGH$.



القاطِعُ (transversal) هوَ مســتقيمٌ يقطعُ مســتقيمينِ في المستوى نفسِهِ في نقطتينِ مختلفتَينِ. في الشكلِ المجاورِ، المستقيمانِ $\overleftrightarrow{H}$ ، $\overleftrightarrow{Q}$ يقعانِ في المستوى نفسِــهِ ويقطعُهُما القاطعُ $\overleftrightarrow{D}$، وينتجُ منْ هذا التقاطعِ ثماني زوايا. ولهذهِ الزوايا تسمياتٌ خاصَّةٌ مبيّنةٌ في ما يأتي.

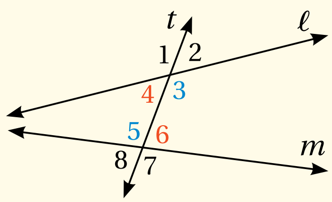
مفهومٌ أساسيٌّ — أزواجُ الزوايا الناتجةُ منَ القاطعِ

الزاويتانِ المُتناظِرتانِ (corresponding angles) هما زاويتانِ غيرُ متجاورتيْنِ تقعانِ في جهةٍ واحدةٍ منَ القاطعِ، وتكونُ إحداهُما داخليةً، والأُخرى خارجيةً.



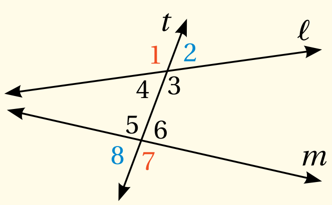
∠1 و ∠5
∠4 و ∠8
∠2 و ∠6
∠3 و ∠7

الزاويتانِ المُتبادَلتانِ داخليًّا (alternate interior angles) همــا زاويتانِ غيــرُ متجاورتيْنِ، تقعانِ في المنطقةِ الداخليةِ، وفي جهتيْنِ مختلفتيْنِ منَ القاطعِ.



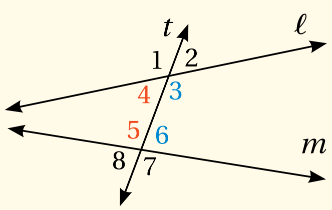
∠4 و ∠6
∠3 و ∠5

الزاويتانِ المُتبادَلتانِ خارجيًّا (alternate exterior angles) همــا زاويتانِ غيرُ متجاورتيْــنِ تقعانِ في المنطقةِ الخارجيةِ، وفي جهتيْنِ مختلفتيْنِ منَ القاطعِ.



∠1 و ∠7
∠2 و ∠8

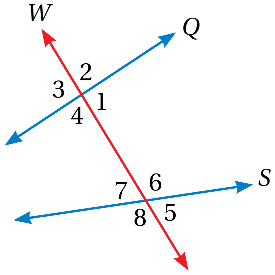
الزاويتانِ الداخليتانِ فــي جهةٍ واحدةٍ (same side interior angles) هما زاويتانِ تقعانِ في المنطقةِ الداخليةِ، وفي جهةٍ واحدةٍ منَ القاطعِ.



∠4 و ∠5
∠3 و ∠6

مثال 2

اختيارٌ منْ مُتعدِّدٍ: في الشكلِ المجاورِ أيُّ أزواجِ الزوايا الآتيةِ متناظرةٌ؟



a) $\angle 1, \angle 7$ **b)** $\angle 2, \angle 6$

c) $\angle 3, \angle 5$ **d)** $\angle 4, \angle 7$

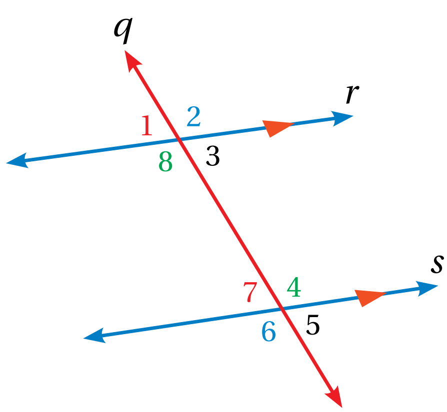
الزاويتـانِ 2 وَ 6 مُتناظِرتـانِ؛ لأنَّهُمـا غيـرُ متجاورتيْـنِ، وتقعـانِ فـي جهةٍ واحـدةٍ منَ القاطـعِ (W)، وإحداهُمـا داخليةٌ (بيـنَ Q وَ S)، والأُخـرى خارجيةٌ.

الإجابةُ الصحيحةُ هيَ: **b**.

أتحقَّقُ منْ فهمي: اختيارٌ منْ مُتعدِّدٍ: في الشكلِ السابقِ، أيُّ أزواجِ الزوايا الآتيةِ مُتبادَلتانِ داخليًّا؟

a) $\angle 1, \angle 6$ **b)** $\angle 3, \angle 7$ **c)** $\angle 3, \angle 5$ **d)** $\angle 1, \angle 7$

إذا قَطعَ مســتقيمٌ مســتقيمينِ متوازيينِ، وعُرِفَ قياسُ إحدى الزوايا الثماني، فإنَّهُ يمكنُ إيجادُ قياســاتِ الزوايا الأخرى عنْ طريقِ العلاقاتِ الآتيةِ:



- كلُّ زاويتينِ متناظرتينِ لـهُما القياسُ نفسُهُ.

$$m\angle 1 = m\angle 7$$

- كلُّ زاويتينِ متبادلتينِ داخليًّا لـهُما القياسُ نفسُهُ.

$$m\angle 4 = m\angle 8$$

- كلُّ زاويتينِ متبادلتينِ خارجيًّا لـهُما القياسُ نفسُهُ.

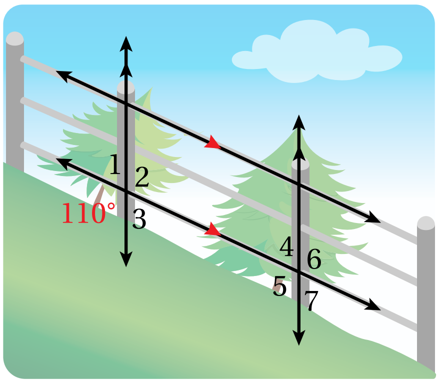
$$m\angle 2 = m\angle 6$$

- كلُّ زاويتينِ داخِليَّتينِ في جهَةٍ واحدةٍ منَ القاطعِ تتكاملانِ، ومجموعُ قياسَيْهِما $180°$ (وتُسمَّيانِ زاويتيْنِ متحالِفتَيْنِ).

$$m\angle 7 + m\angle 8 = 180°$$

مثال 3: منَ الحياةِ

سياجٌ: في الشكلِ المجاورِ، أجدُ قياسَ كلٍّ منَ الزوايا الآتيةِ:



1 $m\angle 2$

$m\angle 2 = 110°$ تُقابِلُ بالرأسِ الزاويةَ التي قياسُها $110°$

2 $m\angle 5$

$m\angle 5 = 110°$ تُناظِرُ الزاويةَ التي قياسُها $110°$

3 $m\angle 3$

$m\angle 3 + m\angle 5 = 180°$ — زاويتانِ متحالفتانِ

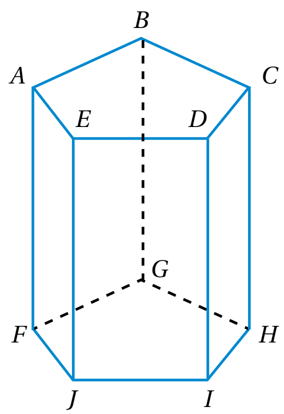
$m\angle 3 + 110° = 180°$ — أُعوِّضُ قيمةَ $m\angle 5$

$m\angle 3 = 70°$ — أطرحُ $110°$ منَ الطّرَفَينِ

أتحقَّقُ منْ فهمي:

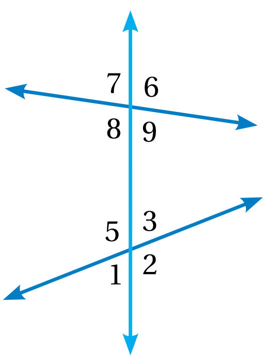
4 $m\angle 1$ **5** $m\angle 4$ **6** $m\angle 6$ **7** $m\angle 7$

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ



أستعينُ بالمنشورِ الخماسيِ المجاورِ للإجابةِ عنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

1. أيُّ القطعِ المستقيمةِ توازي $\overline{AB}$؟
2. أُسمّي مستويَيْنِ متوازِيَيْنِ.
3. أُسمّي قطعتَيْنِ مستقيمتَيْنِ موازيتَيْنِ للمستوى $AEJF$.



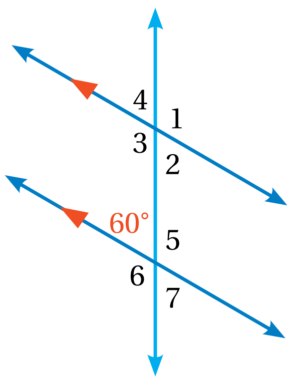
اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، أُسَمّي:

4. زاويتينِ متناظرتينِ.
5. زاويتينِ متبادلتينِ داخليًّا.
6. زاويتينِ متبادلتينِ خارجيًّا.
7. زاويتينِ داخليَّتينِ في جهةٍ واحدةٍ.

مستشفياتٌ: في الشكلِ المجاورِ سريرٌ طبِّيٌّ ذو سِياجٍ لحمايةِ المريضِ منْ خطرِ السقوطِ. إذا كانَ هذا السياجُ مُوازيًا لِسَطحِ السريرِ، والدّعاماتُ موازِيةٌ بعضَها، فأجدُ ما يأتي:

8 $m\angle 1$ **9** $m\angle 2$ **10** $m\angle 3$ **11** $m\angle 4$

في الشكلِ المجاورِ، أجدُ قياسَ كلٍّ منَ الزوايا الآتيةِ:



13 $m\angle 5$ **12** $m\angle 3$

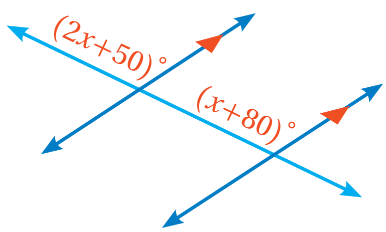
15 $m\angle 2$ **14** $m\angle 4$

17 $m\angle 6$ **16** $m\angle 1$

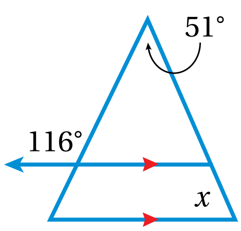
أتعلَّمُ

إذا قطعَ مستقيمٌ مستقيمينِ، وتساوَتْ قياساتُ الزوايا المتبادلةِ والمتناظرةِ، أوْ تكاملَتِ الزوايا المتحالفةُ، فإنَّ المستقيمينِ متوازيانِ.

18 جَبْرٌ: بالاعتمادِ على الشكلِ المجاورِ، أكتبُ معادلةً ثمَّ أحلُّها لأجدَ قيمةَ x .

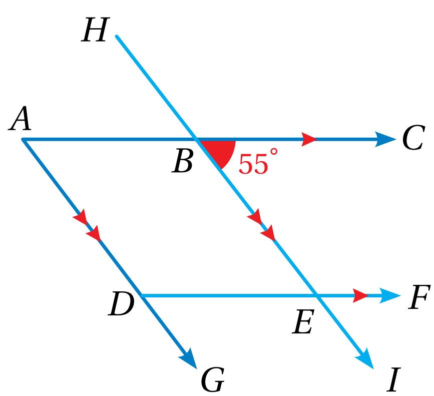


19 أجدُ قيمةَ x في الشكلِ المجاورِ.



مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: بالاعتمادِ على الشكلِ المجاورِ، أيُّ العباراتِ الآتيةِ صحيحةٌ، وأيُّها خطأٌ؟ أبرّرُ إجابتي:



20 $\angle FDG$ ، $\angle CAG$ متناظرتانِ.

21 $m\angle HBC = m\angle BED$

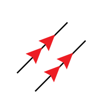
22 $\angle EDG$ ، $\angle BED$ متبادلتانِ داخليًّا.

23 $m\angle BED = 55°$

24 $\angle ADF$ ، $\angle ABE$ متناظرتانِ.

أتعلَّمُ

يمكنُني الاستدلالُ على زوجِ المستقيماتِ المتوازيةِ في الشكلِ عنْ طريقِ عددِ رؤوسِ الأسهمِ المرسومةِ عليْها.



25 تبريرٌ: متى تتساوى جميعُ قياساتِ الزوايا الناتجةِ منْ تقاطعِ مستقيمٍ معَ مستقيمينِ متوازيينِ؟ أبرِّرُ إجابتي.

26 أكتبُ كيفَ أجدُ قياسَ جميعِ الزوايا الثمانيةِ الناتجةِ منْ تقاطعِ مستقيمٍ معَ مستقيمينِ متوازيينِ إذا علمْتُ قياسَ واحدةٍ منْها؟

الدرسُ 3 زوايا المثلّثِ

فكرةُ الدرسِ

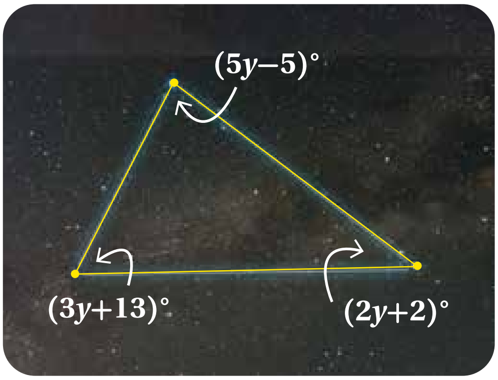
أبرّرُ العلاقاتِ بينَ الزوايا الداخليةِ والزوايا الخارجيةِ في مثلّثٍ.

المصطلحاتُ

الزاويةُ الداخليةُ، الزاويةُ الخارجيةُ.

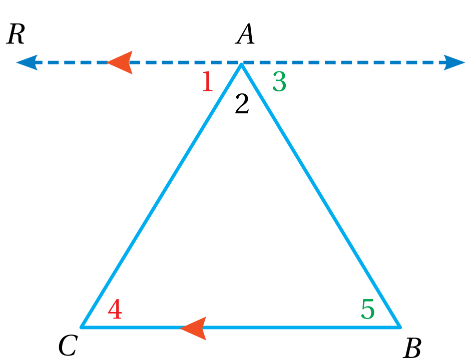
أستكشفُ

مثلثُ الصيفِ في الفَلَكِ هوَ تشكيلٌ مُكوَّنٌ منْ ثلاثةِ نجومٍ شديدةِ السطوعِ، تظهرُ صيفًا في سماءِ نصفِ الكرةِ الأرضيةِ الشماليِّ. ما قياساتُ زوايا هذا المثلثِ؟



يُشكِّلُ كلُّ ضِلعينِ في مثلّثٍ **زاويةً داخليةً** (interior angle)، ومجموعُ قياساتِ هذهِ الزوايا الداخليةِ الثلاثِ يساوي 180°؛ أتحقّقُ منْ ذلكَ باستعمالِ ما تعلَّمْتُهُ عنِ الزوايا الناتجةِ منْ تقاطعِ مستقيمٍ معَ مستقيمينِ متوازيينِ.

عندَ رَسْمِ المستقيمِ $\overleftrightarrow{AR}$ الذي يوازي ضلعَ المثلّثِ $\overline{CB}$، نلاحظُ ما يأتي:



زاويتانِ متبادلتانِ داخليًّا $m\angle 1 = m\angle 4$

زاويتانِ متبادلتانِ داخليًّا $m\angle 3 = m\angle 5$

زوايا متجاورةٌ على مستقيمٍ $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$

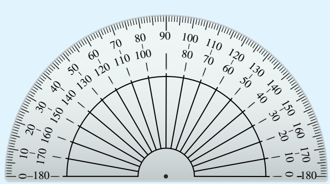
أُعوِّضُ عنِ الزاويةِ $m\angle 1$ بـ $m\angle 4$ وَ $m\angle 3$ بـ $m\angle 5$ $m\angle 4 + m\angle 2 + m\angle 5 = 180^\circ$

إذنْ، مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ الداخليّةِ هوَ 180°

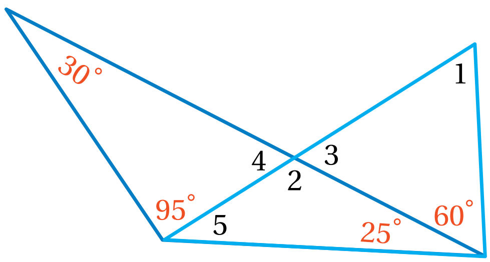
يمكنُ استخدامُ العلاقةِ بينَ مجموعِ قياساتِ زوايا المثلثِ لإيجادِ قياساتِ زوايا مجهولةٍ.

أتعلّمُ

أتحقّقُ منْ أنَّ مجموعَ قياساتِ زوايا المثلثِ الداخليّةِ هوَ 180° باستعمالِ المنقلةِ.



مثال 1 بالاعتمادِ على الشكلِ المجاورِ، أجدُ كلًّا ممّا يأتي:



1) $m\angle 4$

زوايا داخليةٌ في مثلثٍ	$30° + 95° + m\angle 4 = 180°$
أجمعُ	$125° + m\angle 4 = 180°$
أطرحُ °125	$m\angle 4 = 55°$

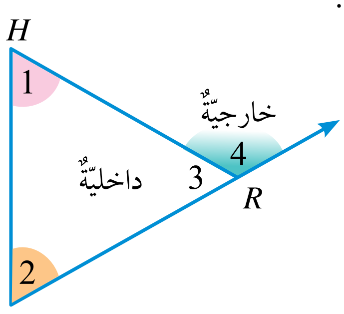
2) $m\angle 2$

زاويتانِ متجاورتانِ على مستقيمٍ	$m\angle 2 + m\angle 4 = 180°$
أعوِّضُ $m\angle 4$	$m\angle 2 + 55° = 180°$
أطرحُ °55	$m\angle 2 = 125°$

أتحقَّقُ منْ فهمي:

3) $m\angle 5$ 4) $m\angle 3$ 5) $m\angle 1$

الزاويةُ الخارجيّةُ (exterior angle) للمثلثِ هيَ الزاويةُ الّتي تتشــكَّلُ منْ أحدِ أضلاعِ المثلّثِ وامتدادِ الضّلعِ المجاورِ له، وقياسُ أيِّ زاويةٍ خارجيةٍ في المثلثِ يساوي مجموعَ قياسَي الزاويتينِ الداخليتَيْنِ البعيدَتَيْنِ.



في الرسمِ المجاورِ، $\angle 4$ خارجيةٌ للمثلثِ؛ ولذلكَ $m\angle 4 = m\angle 1 + m\angle 2$

أتحقَّقُ منْ ذلكَ عنْ طريقِ ما تعلَّمْتُهُ عنْ حقائقِ الزوايا.

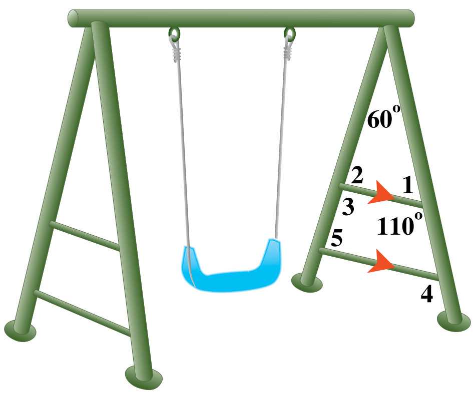
في المثلّثِ $\triangle HRL$:

زوايا داخليةٌ في مثلثٍ	$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180°$
زاويتانِ متجاورتانِ على مستقيمٍ	$m\angle 4 + m\angle 3 = 180°$
أعوِّضُ	$m\angle 4 + m\angle 3 = m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3$
أطرحُ $m\angle 3$ منَ الطرفينِ	$m\angle 4 = m\angle 1 + m\angle 2$

يمكنُني استخدامُ خاصيةِ الزاويةِ الخارجيةِ للمثلثِ لإيجادِ قياساتِ زوايا مجهولةٍ.

مثال 2: منَ الحياةِ

أرجوحةٌ: تُشكِّلُ دعاماتُ أرجوحةٍ مُثلَّثًا كما في الشكلِ المجاورِ، أجدُ قياسَ كلٍّ منَ الزوايا الآتيةِ بالاعتمادِ على الشكلِ:



1 $m\angle 2$

$110° = 60° + m\angle 2$ زاويةٌ خارجيةٌ للمثلثِ

$m\angle 2 = 50°$ أطرحُ °60 منَ الطرفينِ

2 $m\angle 1$

$m\angle 1 + m\angle 2 + 60° = 180°$ زوايا داخليةٌ في مثلثٍ

$m\angle 1 + 50° + 60° = 180°$ أعوِّضُ $m\angle 2$

$m\angle 1 + 110° = 180°$ أجمعُ

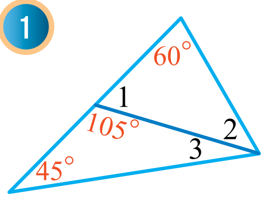
$m\angle 1 = 70°$ أطرحُ °110 منَ الطرفينِ

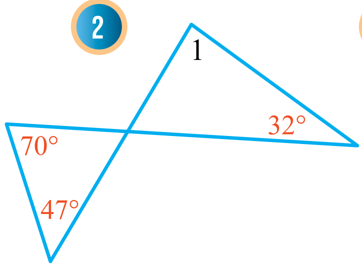
أتحقَّقُ منْ فهمي:

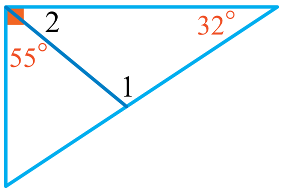
3 $m\angle 3$ 4 $m\angle 4$ 5 $m\angle 5$

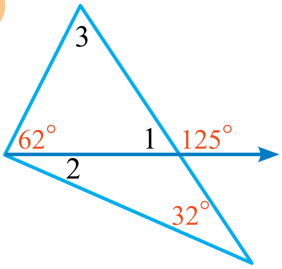
أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

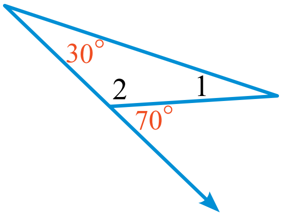
أجدُ قياساتِ الزوايا المرقَّمةِ في كلٍّ منَ الأشكالِ الآتيةِ:

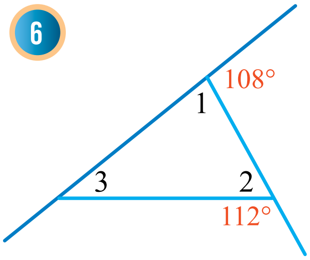
1 

2 

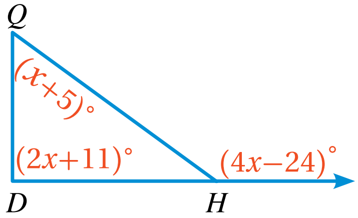
3 

4 

5 

6 

7 **جَبْرٌ:** أصنِّفُ $\triangle QHD$ إلى حادِّ الزوايا، أوْ قائمِ الزاويةِ، أوْ منفرِجِ الزاويةِ.

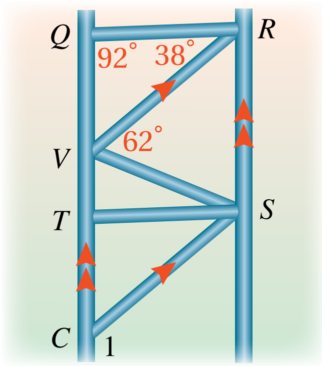


أتذكَّرُ

تُسمّى المثلَّثاتُ بحسبِ زواياها:

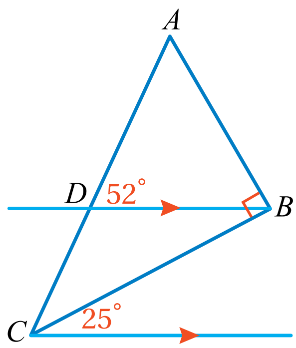
- حادّةَ الزوايا وفيها ثلاثُ زوايا حادَّةٌ.
- قائمةَ الزاويةِ وفيها زاويةٌ قائمةٌ واحدةٌ.
- منفرِجةَ الزاويةِ وفيها زاويةٌ منفرجةٌ واحدةٌ.

8 **إنشاءاتٌ:** يمثلُ الشكلُ المجاورُ سِقالَةً تُستخدَمُ في أعمالِ البناءِ. أستعينُ بهِ لِإيجادِ $m\angle 1$.

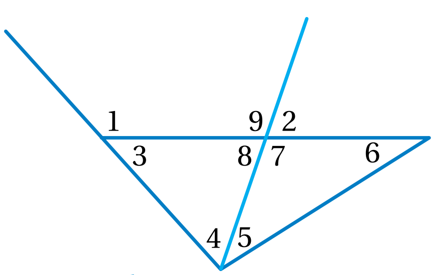


مهاراتُ التفكيرِ العُليا

9 **تبريرٌ:** قالَتْ فاطمةُ: إنَّ $m\angle BCD = 25°$؛ لأنَّ لها نفسَ قياسِ الزاويةِ المجاورةِ لها. لكنَّ ما قالتْهُ غيرُ صحيحٍ، أوضِّحُ لها كيفيَّةَ إيجادِ $m\angle BCD$، وأبرِّرُ إجابتي.



تبريرٌ: أعتمدُ على الشكلِ المجاورِ لإيجادِ الزاويةِ التي تحقِّقُ الشرطَ المُعْطى، وأبرِّرُ إجابتي:



إرشادٌ

أعتمدُ في التبريرِ على العلاقاتِ بينَ زوايا المثلَّثِ الداخليّةِ والخارجيّةِ، ولا أستخدمُ المنقلةَ.

10 قياسُها أصغرُ منْ $m\angle 2$

11 قياسُها أكبرُ منْ $m\angle 4$

12 **تبريرٌ:** أحدِّدُ إذا كانَتِ العبارةُ المجاورةُ صحيحةً دائمًا، أوْ أحيانًا، أوْ غيرَ صحيحةٍ أبدًا، وأبرِّرُ إجابتي.

أتذكَّرُ

مجموعُ قياساتِ الزوايا الخارجيةِ للمثلثِ (واحدةٌ لكلِّ رأسٍ) هوَ $360°$

13 **أكتبُ** أوضِّحُ بالاستعانةِ بالرسمِ العلاقةَ بينَ أيِّ زاويةٍ خارجيةٍ للمثلثِ والزاويتينِ الداخليّتينِ غيرِ المجاورتينِ لها.

الدرسُ 4 زوايا المُضلَّعِ

فكرةُ الدرسِ

- أجدُ مجموعَ قياساتِ زوايا مضلَّعٍ مُعطًى.
- أجدُ قياسَ الزاويةِ الداخليةِ والزاويةِ الخارجيةِ لمضلَّعٍ مُنْتَظَمٍ.

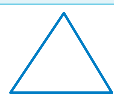
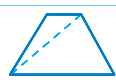
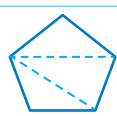
المصطلحاتُ

المضلَّعُ المنتظَمُ.

أستكشفُ

نشاطٌ: بعدَ أنْ أُكملَ الجدولَ الآتيَ، أجدُ:

- عددَ المثلثاتِ ومجموعَ قياساتِ الزوايا في مضلَّعٍ له سبعةُ أضلاعٍ.
- مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ عددَ المثلثاتِ ومجموعَ قياساتِ الزوايا لمضلَّعٍ عددُ أضلاعِه n.

مجموعُ قياساتِ الزوايا	عددُ المثلثاتِ	الشكلُ	عددُ الأضلاعِ
$1 \times 180°$	1		3
$2 \times 180°$	2		4
$3 \times 180°$	3		5
			6

الزاويةُ الداخليةُ لمضلَّعٍ هيَ الزاويةُ الناتجةُ منَ التقاءِ ضِلْعينِ متجاورينِ في المضلَّعِ، وتقعُ داخلَهُ، ومجموعُ قياساتِ الزوايا الداخليةِ (S) لمضلَّعٍ هوَ $S = (n - 2) \times 180°$، حيثُ n تمثِّلُ عددَ الأضلاعِ.

لغةُ الرياضياتِ

يُسمّى المضلَّعُ بحسبِ عددِ أضلاعِهِ؛ فالمضلَّعُ الذي لهُ سبعةُ أضلاعٍ يسمّى مضلعًا سُباعيًّا، والمضلّعُ الذي له تسعةُ أضلاعٍ يسمّى تُساعيًّا.

مثال 1

أجدُ مجموعَ قياساتِ الزوايا الداخليةِ لكلِّ مُضلَّعٍ ممّا يأتي:

1 السُّباعيُّ:

$S = (n - 2) \times 180°$ صيغةُ مجموعِ قياساتِ زوايا المضلّعِ الداخليةِ

$S = (7 - 2) \times 180°$ أعوِّضُ $n = 7$

$S = (5) \times 180° = 900°$ أُبسِّطُ

2 العُشاريُّ:

صيغةُ مجموعِ قياساتِ زوايا المضلّعِ $S=(n-2)\times180^\circ$

أعوِّضُ $n=10$ $S=(10-2)\times180^\circ$

أُبسِّطُ $S=(8)\times180^\circ=1440^\circ$

أتحقَّقُ من فهمي:

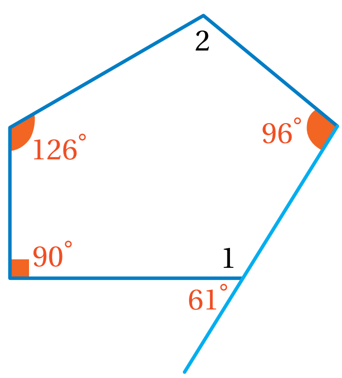
3 التُّساعيُّ.

4 ذو أربعةَ عشرَ ضِلْعًا.

5 ذو ثمانيةَ عشرَ ضِلْعًا.

يمكنُني استخدامُ مجموعِ قياساتِ زوايا مُضلَّعٍ لإيجادِ قياساتِ زوايا مجهولةٍ فيه.

مثال 2 أجدُ قياساتِ الزوايا المجهولةِ في الشكلِ المجاورِ:



1 $m\angle1$

زاويتانِ متجاورتانِ على مستقيمٍ $m\angle1+61^\circ=180^\circ$

أطرحُ 61° منَ الطرفينِ $m\angle1=119^\circ$

2 $m\angle2$

أولًا: أجدُ مجموعَ قياساتِ زوايا المضلَّعِ المُعْطى.

صيغةُ مجموعِ قياساتِ زوايا المضلَّعِ $S=(n-2)\times180^\circ$

أعوِّضُ $n=5$، فالشكلُ خماسيٌّ $S=(5-2)\times180^\circ$

أُبسِّطُ $S=(3)\times180^\circ=540^\circ$

ثانيًا: أستعملُ مجموعَ قياساتِ الزوايا لإيجادِ قياسِ الزاويةِ المجهولةِ.

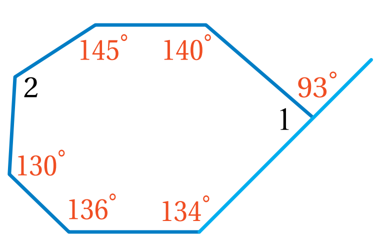
أجمعُ قياساتِ الزوايا الداخليةِ، وَأساويها بـ 540° $m\angle2+119^\circ+96^\circ+126^\circ+90^\circ=540^\circ$

أجمعُ $m\angle2+431^\circ=540^\circ$

أطرحُ 431° منَ الطرفينِ $m\angle2=109^\circ$

أتحقَّقُ من فهمي:

أجدُ قياساتِ الزوايا المجهولةِ في الشكلِ المجاورِ:



3 $m\angle1$

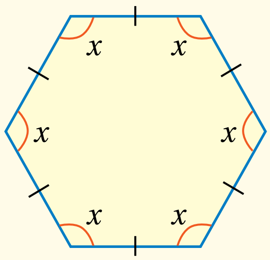
4 $m\angle2$

المضلّعُ المُنتظَمُ (regular polygon) هوَ مُضلّعٌ جميعُ أضلاعِهِ لها الطولُ نفسُهُ، وزواياهُ الداخليةُ جميعُها لها القياسُ نفسُهُ.

مفهومٌ أساسيٌّ: قياسُ الزاويةِ الداخليةِ للمضلعِ المنتظمِ

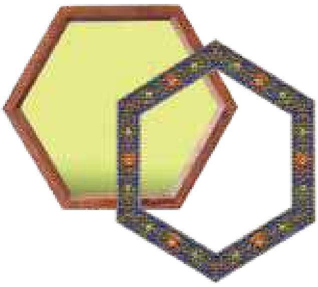
قياسُ الزاويــةِ الداخليةِ (x) لمضلَّــعٍ مُنْتَظَمٍ عددُ أضلاعِهِ n يُســاوي مجموعَ قياساتِ زواياهُ الداخليةِ (s) مقسومًا على عددِ أضلاعِهِ.

$$x^{\circ}=\frac{(n-2)\times 180^{\circ}}{n}$$



مثال 3: منَ الحياةِ

صمّمَتْ ماجدةُ إطاراتٍ خشبيّةً على شكلِ مضلعاتٍ سُداسيّةٍ منتظمةٍ. أجِدُ قياسَ الزاويةِ الداخليةِ لتلكَ الإطاراتِ.



صيغةُ قياسِ الزاويةِ الداخليةِ للمضلَّعِ المنتظَمِ
$$x^{\circ}=\frac{(n-2)\times 180^{\circ}}{n}$$

أعوِّضُ $n=6$
$$x^{\circ}=\frac{(6-2)\times 180^{\circ}}{6}$$

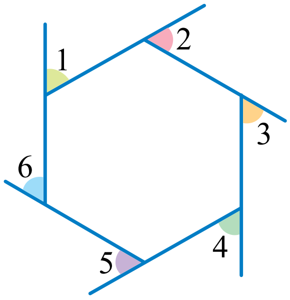
أُبسِّطُ
$$x^{\circ}=120^{\circ}$$

أتحقَّقُ منْ فهمي: أجدُ قياسَ الزاويةِ الداخليةِ لكلِّ مُضلَّعٍ منتظمٍ ممّا يأتي:

1) الثُّماني المنتظَمُ.
2) العُشاريُّ المنتظَمُ.

الزاويةُ الخارجيّةُ للمضلّعِ هيَ الزاويةُ المتشكّلةُ منْ أحدِ الأضلاعِ وامتدادِ الضلعِ المجاورِ لهُ. ومجموعُ قياساتِ الزوايا الخارجيّةِ لأيِّ مضلّعٍ منتظمٍ عددُ أضلاعِهِ (n) – زاويةٌ واحدةٌ لكلِّ رأسٍ – هوَ 360°، وفي هذهِ الحالةِ يكونُ قياسُ كلِّ زاويةٍ خارجيّةٍ (x) منْ هذهِ الزوايا:

$$x^{\circ}=\frac{360^{\circ}}{n}$$



مثال 4

أجدُ قياسَ الزاويةِ الخارجيةِ لكلٍّ منِ المضلّعاتِ الآتيةِ لأقربِ درجةٍ:

1 **السُّباعيُّ المنتظَمُ:**

أكتبُ المعادلةَ $x° = \dfrac{360°}{n}$

أعوِّضُ $n = 7$ $x° = \dfrac{360°}{7}$

أُبسِّطُ $x° \approx 51°$

أتحقَّقُ منْ فهمي:

2 السُّداسِيُّ المنتظَمُ. 3 العُشاريُّ المنتظَمُ. 4 ذو خمسةَ عشرَ ضلعًا منتظمًا.

أستخدمُ المعادلاتِ الخطِّيَّةَ لإيجادِ عددِ أضلاعِ مضلَّعٍ منتظمٍ أعلَمُ قياسَ زاويتِهِ الداخليّةِ.

مثال 5

أجدُ عددَ أضلاعِ مضلَّعٍ منتظَمٍ قياسُ زاويتِهِ الداخليّةِ $135°$.

أفترضُ أنَّ عددَ الأضلاعِ يُساوي n

بِما أنَّ المضلَّعَ منتظَمٌ، فإنَّ زواياهُ جميعَها لها القياسُ نفسُهُ $S = n\times135°$

صيغةُ مجموعِ قياساتِ زوايا المضلَّعِ $S = (n-2)\times180°$

أكتبُ معادلةً $n\times135° = (n-2)\times180°$

خاصيةُ التوزيعِ $135°n = 180°n - 360°$

أطرحُ $180°n$ منْ طرفَيِ المعادلةِ $-45°n = -360°$

أُقسِّمُ على $-45°$ $n = 8$

إذنْ، عددُ أضلاعِ المضلَّعِ ثمانيةٌ.

أتحقَّقُ منْ فهمي:

أجدُ عددَ أضلاعِ مضلَّعٍ منتظَمٍ قياسُ زاويتِهِ الداخليةِ $140°$.

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أجدُ مجموعَ قياساتِ الزوايا الداخليّةِ للمضلَّعِ المُعطى عددُ أضلاعِهِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1 11 ضلعًا.
2 13 ضلعًا.
3 20 ضلعًا.
4 32 ضلعًا.

أجدُ قياسَ الزاويةِ الداخليةِ للمضلَّعِ المنتظمِ المُعْطى عَددُ أضلاعِهِ في كلٍّ ممّا يأتي (أُقرِّبُ إجابتي إلى أَقْرَبِ درجةٍ):

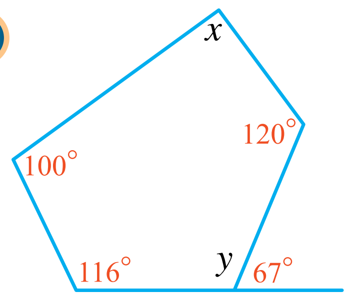
5 9 أضلاعٍ.
6 11 ضلعًا.
7 12 ضلعًا.
8 20 ضلعًا.

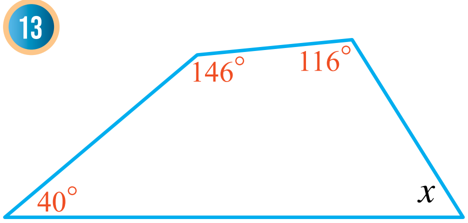
أجدُ قياسَ الزاويةِ الخارجيةِ لكلٍّ منَ المضلّعاتِ المنتظمةِ الآتيةِ (أُقرِّبُ إجابتي إلى أَقْرَبِ درجةٍ):

9 خماسيٌّ.
10 ثمانيٌّ.
11 تساعيٌّ.
12 ذو عشرينَ ضلعًا.

إرشادٌ
يمكنُني استخدامُ طريقةٍ أخرى لإيجادِ قياسِ الزاويةِ الخارجيَّةِ للمضلَّعِ المُنتَظَمِ، وذلك بإيجادِ قياسِ زاويتِهِ الداخليَّةِ، ثمَّ طَرْحِ هذا القياسِ منْ $180°$

أجدُ قياسَ الزاويةِ المجهولةِ في كلِّ شكلٍ ممّا يأتي:

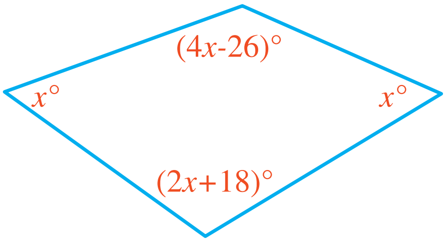
14


13


أجدُ عددَ أضلاعِ المضلَّعِ المنتظَمِ المُعْطى قياسُ زاويتِهِ الداخليةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

17 $150°$
16 $144°$
15 $162°$

18 **جَبْرٌ:** أكتبُ معادلةً، ثمَّ أحلُّها بإيجادِ قياسِ زوايا المضلَّعِ المجاورِ.



19 يريــدُ مــحمدٌ صُنْعَ إطارٍ على شكلِ مضلَّعٍ تُســاعيٍّ منتظِمٍ باستعمالِ ألواحٍ خشبيةٍ. ما الزاويةُ التي سيقطعُ بها كلَّ لوحٍ عندَ طرفَيْهِ؛ ليتمكَّنَ منْ جَمْعِ الألواحِ بعضِها معَ بعضٍ لتشــكيلِ الإطارِ المطلوبِ؟ أبرِّرُ إجابتي.

20 **عُملاتٌ:** تمثِّلُ القطعــةُ النقديّةُ منْ فئةِ رُبْعِ الدينارِ مُضلَّعًا منتظَمًا. أجــدُ قياسَ كلٍّ مــنْ زاويتِهِ الداخليــةِ وزاويتِهِ الخارجيةِ.

معلومةٌ

تولّى مجلسُ النقــدِ الأردنيُّ مهمّةَ إصدارِ النقدِ الأردنيِّ منذُ عامِ 1949م حتّى عامِ 1964م، وبعدَ أنْ تأسَّــسَ البنكُ المركزيُّ الأردنيُّ عامَ 1964م تولّى تلــكَ المهمّةَ إلى يومِنا هذا.

قياسُ الزاويةِ الداخليةِ لمضلعٍ منتظمٍ يساوي $4x$، وقياسُ زاويتِهِ الخارجيةِ يساوي $2x$:

21 أجدُ قيمةَ x .

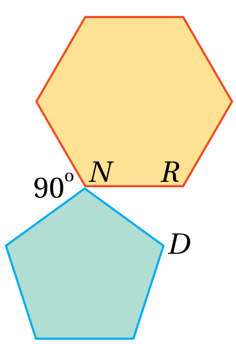
22 أجدُ قياسَ الزاويةِ الداخليةِ وقياسَ الزاويةِ الخارجيةِ.

23 أجدُ عددَ أضلاعِ المضلعِ المنتظمِ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

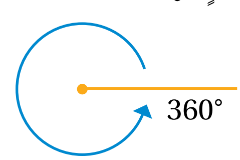
24 **تبريرٌ:** هلْ يوجدُ مضلّعٌ منتظَمٌ قياسُ زاويتِهِ الداخليةِ $160°$؟ أبرِّرُ إجابتي.

25 **تحدٍّ:** إذا كانَ المضلّعانِ في الشكلِ المجاورِ منتظَمينِ، فأجدُ $m\angle RND$ ، وأبرّرُ إجابتي.



إرشادٌ

مجموعُ قياساتِ الزوايا حولَ نقطةٍ هوَ (360°).



26 **أكتبُ** أكتبُ فقــرةً قصيرةً أبيِّنُ فيها العلاقةَ بينَ عددِ أضــلاعِ المضلّعِ المنتظَمِ وقياسِ زاويتِهِ الداخليةِ.

فكرةُ الدرسِ

- أرسمُ دورانًا على المستوى الإحداثيِّ.
- أتعرّفُ التماثلَ الدورانيَّ ورُتبتَهُ.

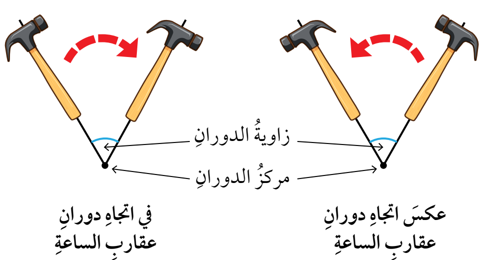
المصطلحاتُ

الدورانُ ، مركزُ الدورانِ.

أستكشفُ

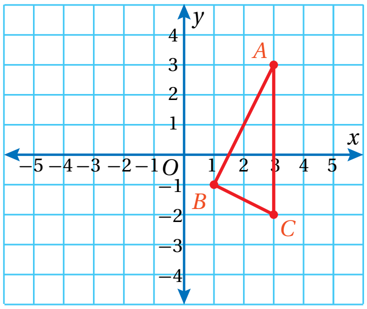
تُعدُّ الرياحُ منْ أهمِّ مصادرِ الطاقةِ المتجددةِ؛ فهيَ تديرُ مراوحَ كبيرةً متصلةً بتوربيناتٍ تحوِّلُ الطاقةَ الحركيةَ إلى طاقةٍ كهربائيةٍ. أَصِفُ حركةَ ذراعِ المروحةِ التي تجعلُ النقطةَ A منطبِقَةً على النقطةِ $A´$.

يعملُ **الدورانُ** (rotation) على تحريكِ كلِّ نقطةٍ في الشكلِ الأصليِّ بزاويةٍ محددةٍ واتجاهٍ محددٍ حولَ نقطةٍ ثابتةٍ تُسمّى **مركزَ الدورانِ** (center of rotation) معَ المحافظةِ على أبعادِ الشكلِ الأصليِّ وزواياهُ. يمكنُ استعمالُ ورقةٍ شفّافةٍ لرسمِ صورةِ شكلٍ تحتَ تأثيرِ دورانٍ بزاويةٍ مُحدَّدةٍ حولَ مركزِ دورانٍ.



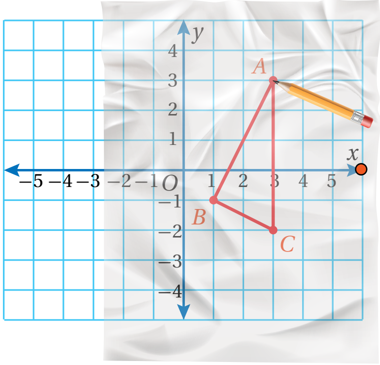
مثال 1

أستعملُ ورقةً شفّافةً لرسمِ صورةِ ΔABC في الشكلِ المجاورِ الناتجةِ منْ دورانٍ مركزِهِ نقطةُ الأصلِ بزاويةِ ($90°$) عكسَ عقاربِ الساعةِ، ثمَّ أكتبُ إحداثياتِ رؤوسِ الصورةِ $\Delta A'B'C'$.



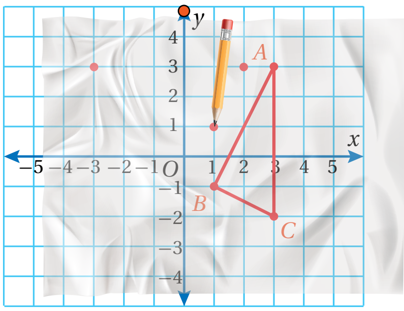
الخطوةُ 1 **أرسمُ رؤوسَ المثلثِ على ورقةٍ شفّافةٍ.**

أضعُ الورقةَ فوقَ المثلثِ بحيثُ تغطّي أيضًا مركزَ الدورانِ، ثمَّ أرسمُ بالقلمِ رؤوسَ المثلثِ وأضعُ إشارةً مقابلَ محورِ x الموجبِ.



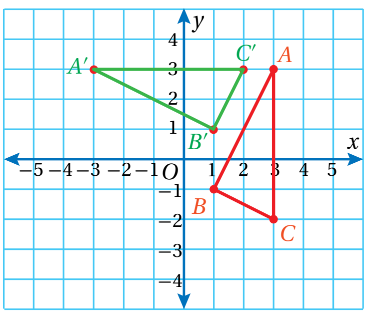
الخطوةُ 2 **أُدوِّرُ الشكلَ، ثمَّ أُحدِّدُ رؤوسَ الصورة.**

أضغطُ برأسِ القلمِ عندَ مركزِ الدورانِ (نقطةُ الأصلِ)، ثمَّ أُدوِّرُ الورقةَ بزاويةِ (90°) عكس عقاربِ الساعةِ، بحيثُ تصبحُ الإشارةُ التي رسمتُها مقابلَ محورِ y الموجبِ، ثمَّ أُحدِّدُ رؤوسِ الصورةِ.



الخطوةُ 3 **أرسمُ الصورةَ.**

أرسمُ الصورةَ بالتوصيلِ بينَ إحداثياتِ رؤوسِها، ثمَّ أُسمّيها $\Delta A'B'C'$.

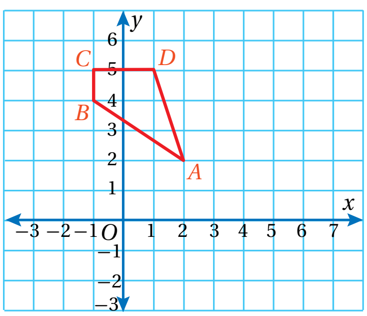


إحداثياتُ رؤوسِ الصورةِ $\Delta A'B'C'$ هيَ:

$$A'(-3, 3), B'(1, 1), C'(2, 3)$$

أتحقَّقُ منْ فهمي:

أستعملُ ورقةً شفّافةً لرسمِ صورةِ $ABCD$ الناتجةِ منْ دورانٍ مركزهِ (نقطةُ الأصلِ) بزاويةِ (90°) مع عقاربِ الساعةِ، ثمَّ أكتبُ إحداثياتِ رؤوسِ الصورةِ $A'B'C'D'$.



مفهومٌ أساسيٌّ — الدورانُ حولَ نقطةِ الأصلِ

- **بالكلماتِ:**

عندَ دورانِ النقطةِ (a, b) حولَ نقطةِ الأصلِ، فإنَّ إحداثيَّيها يتغيرانِ بحسبِ القواعدِ الآتيةِ:

- الدورانُ بزاويةِ (90°) عكس عقاربِ الساعةِ (أو 270° مع عقاربِ الساعةِ):

$$(a, b) \rightarrow (-b, a)$$

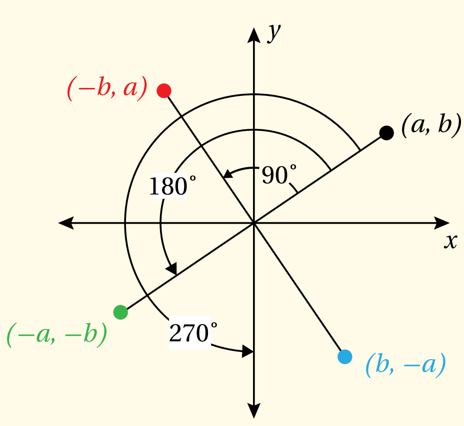
- الدورانُ بزاويةِ (180°) عكس عقاربِ الساعةِ (أو 180° مع عقاربِ الساعةِ):

$$(a, b) \rightarrow (-a, -b)$$

- الدورانُ بزاويةِ (270°) عكس عقاربِ الساعةِ (أو 90° مع عقاربِ الساعةِ):

$$(a, b) \rightarrow (b, -a)$$

- **بالنماذجِ:**



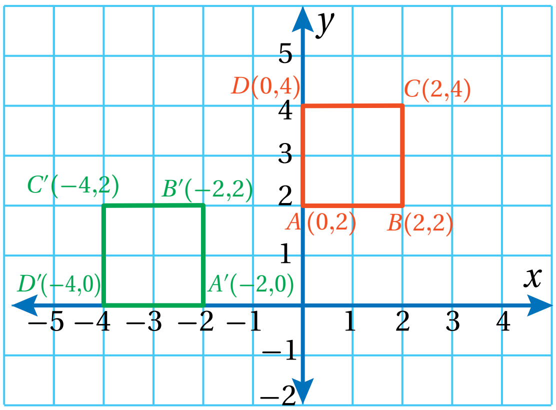
مثال 2

أرسمُ في المستوى الإحداثيِّ المربّعَ الذي إحداثياتُ رؤوسِهِ $A(0,2), B(2,2), C(2,4), D(0,4)$، ثمَّ أجدُ صورَتَهُ تحتَ تأثيرِ:

1 دورانٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بزاويةِ °270 مع عقاربِ الساعةِ.

أبدِّلُ موقعَ الإحداثيّاتِ (x, y)، ثمَّ أضرِبُ y في -1

$$(x , y) \longrightarrow (-y , x)$$
$$A\,(0, 2) \longrightarrow A'\,(-2, 0)$$
$$B\,(2, 2) \longrightarrow B'\,(-2, 2)$$
$$C\,(2, 4) \longrightarrow C'\,(-4, 2)$$
$$D\,(0, 4) \longrightarrow D'\,(-4, 0)$$



أتحقَّقُ من فهمي:

2 دورانٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بزاويةِ °90 عكس عقاربِ الساعةِ.

أتذكَّرُ

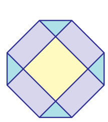
دوران بزاوية °90 عكس عقارب الساعة يُعادل دوران °270 مع عقارب الساعة.

يكونُ الشكلُ ذا **تماثلٍ دورانيٍّ** (rotational symmetry) إذا عادَ إلى وضعِهِ الأصليِّ مرَّتيْنِ أوْ أكثرَ في أثناءِ تدويرِهِ بزاويةِ (°360) (دورةٌ كاملةٌ) حولَ مركزِهِ. تُعرَّفُ **رتبةُ التماثلِ الدورانيِّ** (order of rotational symmetry) بأنَّها عددُ المرّاتِ التي يعودُ فيها الشكلُ ذو التماثلِ الدورانيِّ إلى وضعِهِ الأصليِّ خلالَ دورةٍ كاملةٍ حولَ مركزِهِ.

مثال 3

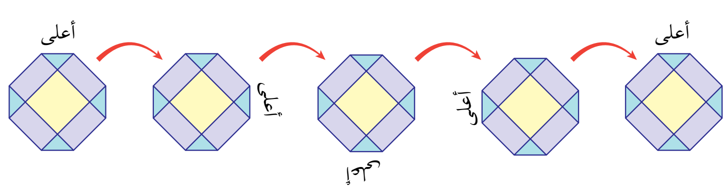
أُحدِّدُ إذا كانَ الشكلُ ذا تماثلٍ دورانيٍّ أمْ لا، ثمَّ أُحدِّدُ رتبةَ الدورانِ (إنْ وُجِدَتْ) في كلٍّ ممّا يأتي:

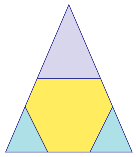
1



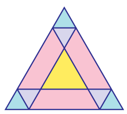
الشكلُ ذو تماثلٍ دورانيٍّ؛ لأنَّهُ يعودُ إلى وضعِهِ الأصليِّ أربعَ مرّاتٍ عندَ تدويرِهِ بزاويةِ (°360) حولَ مركزِهِ.

إذنْ، رتبةُ التماثلِ الدورانيِّ هيَ 4.



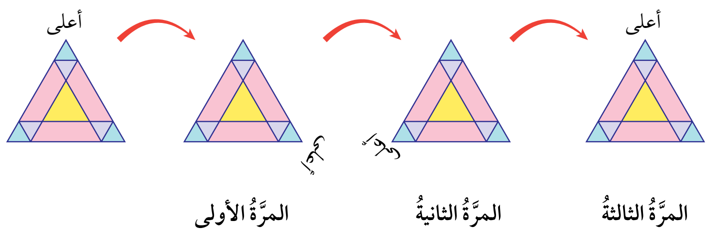
2 

الشـــكلُ ليسَ ذا تماثلٍ دورانيٍّ؛ لأنَّهُ يعودُ إلى وضعِهِ الأصليِّ مرَّةً واحدةً فقطْ عندَ تدويرِهِ بزاويةِ (°360) حولَ مركزِهِ.

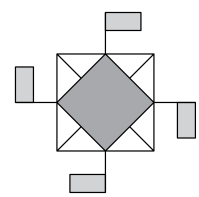
3 

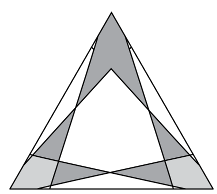
الشـــكلُ ذو تماثلٍ دورانيٍّ؛ لأنَّهُ يعودُ إلى وضعِهِ الأصليِّ ثلاثَ مرّاتٍ عندَ تدويرِهِ بزاويةِ (°360) حولَ مركزِهِ.

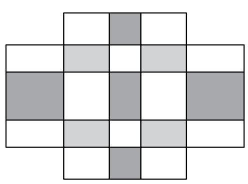
إذنْ، رتبةُ التماثلِ الدورانيِّ هيَ 3.



أتحقَّقُ منْ فهمي:

6 

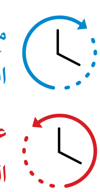
5 

4 

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أستعملُ ورقةً شفّافةً لرسمِ صورةِ الشّكلِ النّاتجِ منْ دورانٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، وبالزّاويةِ والاتجاهِ المحددينِ في كُلٍّ ممّا يأتي:

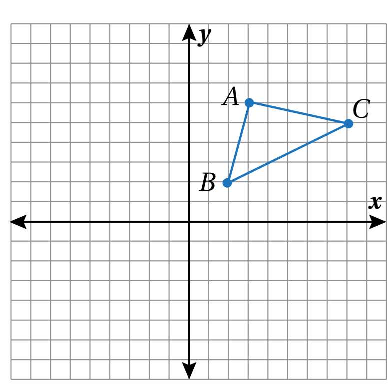
إرشادٌ



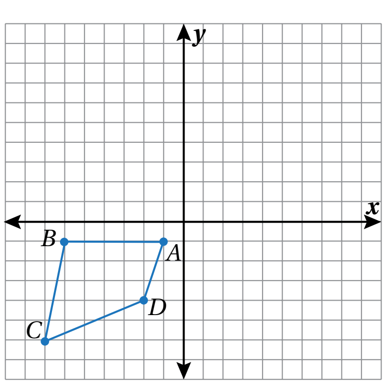
مع عقاربِ الساعةِ.

عكسَ عقاربِ الساعةِ.

1 °90 عكسَ عقاربِ الساعةِ.



2 °180 مع عقاربِ الساعةِ.

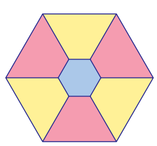


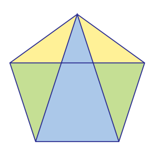
أرسمُ في المستوى الإحداثيِّ الشكلَ وصورَتَهُ الناتجةَ عنْ دورانٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بالاتجاهِ والزاويةِ المعطاةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

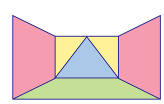
3 مربّعٌ إحداثيّاتُ رؤوسِهِ $(2,3)$, $(5,3)$, $(5,0)$, $(2,0)$ ، بزاويةِ دورانٍ $90°$ باتّجاهِ عقاربِ الساعةِ.

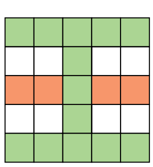
4 مستطيلٌ إحداثيّاتُ رؤوسِهِ $(-5,2)$, $(-5,4)$, $(2,2)$, $(2,4)$ ، بزاويةِ دورانٍ $180°$ عكسَ عقاربِ الساعةِ.

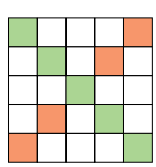
أُحدِّدُ إذا كانَ الشكلُ ذا تماثلٍ دورانيٍّ أمْ لا، ثمَّ أُحدِّدُ رتبةَ الدورانِ (إنْ وُجِدَتْ) في كلٍّ ممّا يأتي:

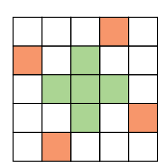
5 

6 

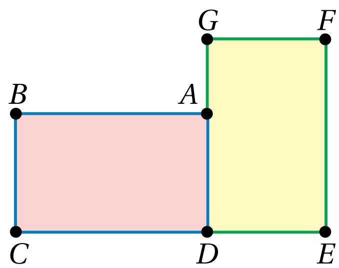
7 

8 

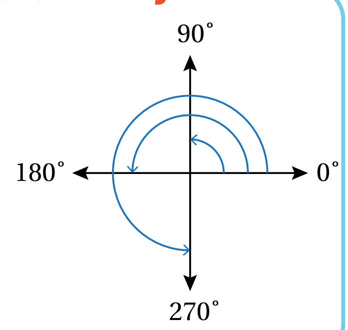
9 

10 

11 أُحدِّدُ النقطةَ التي تمثِّلُ مركزَ دورانِ المستطيلِ $BADC$ إلى صورتِهِ $GFED$، وأبرِّرُ إجابتي.



أتذكّرُ

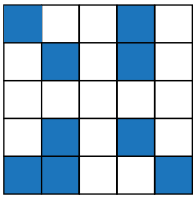


مثلثٌ إحداثيّاتُ رؤوسِهِ $A(0, 0), B(0, 3), C(4, 0)$. أجدُ إحداثيّاتِ رؤوسِهِ تحتَ تأثيرِ كلٍّ ممّا يأتي:

12 انسحابُ وحدتينِ إلى اليسارِ، وَ 7 وحداتٍ إلى الأسفلِ.

13 دورانٌ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بزاويةِ $270°$ عكسَ عقاربِ الساعةِ.

14 أنسخُ الشكلَ المجاورَ، ثمَّ أُلوِّنُ 4 مربعاتٍ إضافيةٍ ليصبحَ الشكلُ ذا تماثلٍ دورانيٍّ منَ الرتبةِ 4.

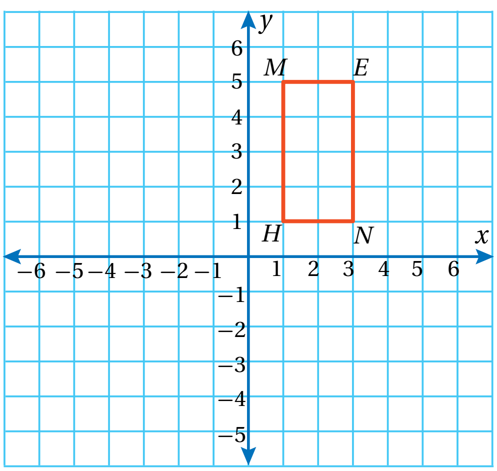


مهاراتُ التفكيرِ العُليا

إرشادٌ

أُجري التحويلاتِ الهندسيَّةَ وفقَ الترتيب الذي وردَ في السؤالِ: الانسحابُ أوَّلاً، ثمَّ الدورانُ.

15 **تحدٍّ** إذا أُجريَ انسحابٌ للشكلِ المجاورِ بمقدارِ وحدتينِ إلى الأعلى وَ 3 وحداتٍ إلى اليمينِ، ثمَّ أجريَ لهُ دورانٌ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بزاويةِ °90 في اتجاهِ دورانِ عقاربِ الساعةِ، فما إحداثيّاتُ رؤوسِ الشكلِ الناتجِ؟



أتعلَّمُ

عندَ إجراءِ تحويلٍ هندسيٍّ على شكلٍ، ثمَّ إجراءِ تحويلٍ هندسيٍّ آخرَ على صورتِهِ، فإنَّ التحويلَ الذي ينقلُ الشكلَ الأصليَّ إلى صورتِهِ النهائيَّةِ يُسمّى تحويلًا هندسيًّا مركَّبًا.

16 **تبريرٌ:** إذا أُجريَ لشكلٍ ما دورانانِ في اتجاهِ دورانِ عقاربِ الساعةِ، مركزُهُما نقطةُ الأصلِ، وأحدُهُما بزاويةِ (°90)، والآخرُ بزاويةِ (°180)، فهلْ لترتيبِ الدورانينِ تأثيرٌ في موقعِ الصورةِ الناتجةِ؟ أبرِّرُ إجابتي.

17 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أرسمُ شكلًا على المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أصِفُ دورانًا زاويتُهُ لا تساوي صفرًا، ويكونُ فيهِ كلٌّ منَ الصورةِ والشكلِ الأصليِّ منطبقيْنِ على بعضِهِما.

18 **أكتبُ** أكتبُ المعلوماتِ التي أحتاجُ إليْها؛ لكي أُجريَ دورانًا لشكلٍ ما.

معمل برمجية جيو جبرا

الدورانُ

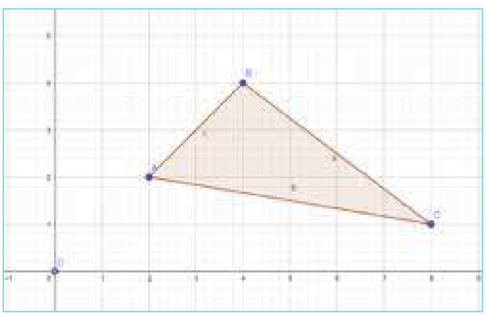
يمكنُ استعمالُ برمجيةِ جيوجبرا (GeoGebra) لإجراءِ دورانٍ لأيِّ شكلٍ على المستوى الإحداثيِّ؛ فهي مجانيَّةٌ وسهلةُ الاستخدامِ. أستعملُ الرابطَ www.geogebra.org/download لتثبيتِ نسخةٍ منْ هذهِ البرمجيةِ في جهازِ الحاسوبِ. يمكنُني أيضًا استعمالُ النسخةِ المتوافرةِ في شبكةِ الإنترنتْ منْ دونِ حاجةٍ إلى تثبيتِها في جهازِ الحاسوبِ عنْ طريقِ الرابطِ الآتي: www.geogebra.org/classic

مثال

أستخدمُ برمجيةَ جيوجبرا؛ لأجِدَ صورةَ المثلثِ الذي إحداثيّاتُ رؤوسِهِ $A(2, 2), B(4, 4), C(8, 1)$ بعدَ إجراءِ دورانٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، وبزاويةِ $90°$ في اتجاهِ دورانِ عقاربِ الساعةِ.

الخطوةُ 1 أرسمُ المثلّثَ ABC :

- أختارُ أيقونةَ من شريطِ الأدواتِ، ثمَّ أنقُرُ بالمؤشِّرِ مواقعَ الأزواجِ المرتّبةِ التي تقعُ عندها رؤوسُ المثلثِ على المستوى الإحداثيِّ. ولإغلاقِ الشكلِ، أنقرُ الرأسَ الأولَ مرةً أخرى.



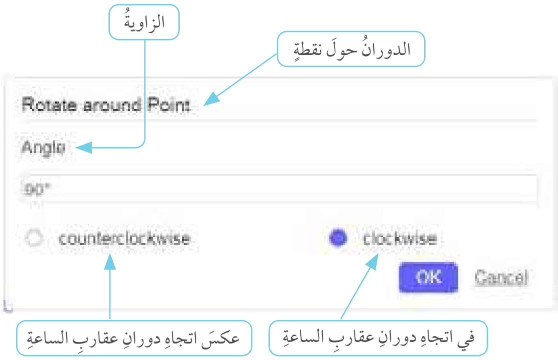
الخطوةُ 2 أحدِّدُ مركزَ الدورانِ:

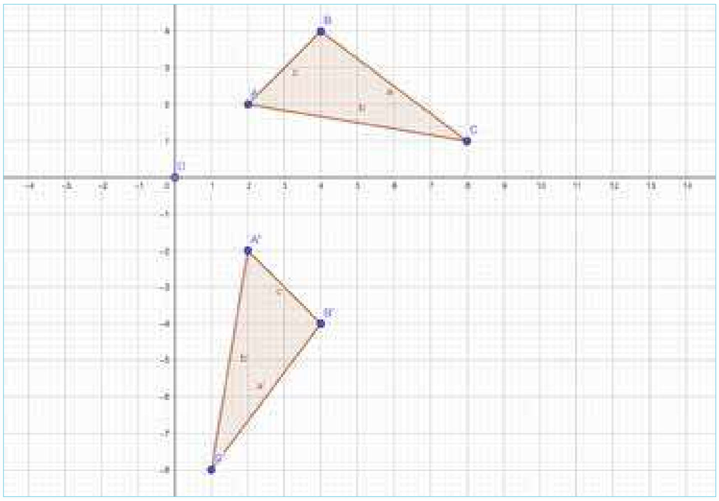
- أختارُ أيقونةَ Point منْ شريطِ الأدواتِ.
- أنقرُ بالمؤشِّرِ نقطةَ الأصلِ (مركزُ الدورانِ).

الخطوةُ 3 أجري الدورانَ:

- منْ شريطِ الأدواتِ، أختارُ أيقونةَ Rotate around Point .

- أنقرُ بالمؤشِّرِ وسطَ المثلّثِ، ثمَّ أنقرُ مركزَ الدورانِ، ثمَّ أحدِّدُ زاويةَ الـدورانِ واتّجاهَهُ في صندوقِ الحوارِ الذي يظهرُ، ثمَّ أنقرُ OK .





مقارنةُ قياساتِ المثلّثِ ABC وصورتِهِ

- أجدُ أطوالَ أضلاعِ المثلّثِ ABC وصورتَهُ $A'B'C'$ باستخدامِ أداةِ قياسِ أطوالِ الأضلاعِ cm ، ثمَّ أنقرُ الضلعَ المطلوبَ.
- أجدُ قياساتِ زوايا المثلّثِ ABC وصورتَهُ $A'B'C'$ باستخدامِ أداةِ قياسِ الزوايا ، ثمَّ أنقرُ ضِلْعَيِ الزاويةِ المطلوبةِ.
- ماذا ألاحِظُ؟

أتدرَّبُ

أستخدمُ برمجيةَ جيوجبرا؛ لأُجريَ دورانًا مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، وبزاويةِ °90 في اتجاهِ دورانِ عقاربِ الساعةِ للمثلّثيْنِ المعطى إحداثيّاتُ رؤوسِهِما في ما يأتي:

1. $A(-6, -8), B(-5, -3), C(-3, -7)$
2. $A(5, 4), B(7, 9), C(12, 5)$

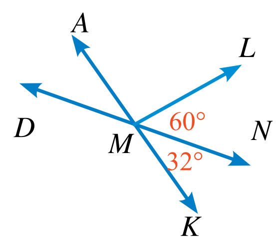
اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1. إذا كانَتْ $\angle 1, \angle 2$ متتامَّتينِ وَ $m\angle 1 = 70°$، فإنَّ $m\angle 2$ يساوي:

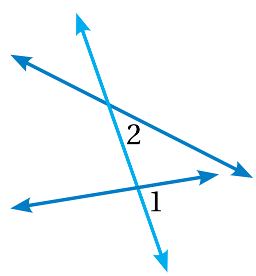
a) $70°$ b) $110°$
c) $20°$ d) $30°$

2. في الشكلِ المجاورِ، $m\angle AML$ يساوي:



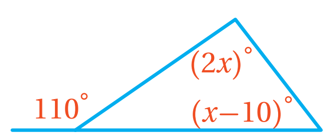
a) $88°$ b) $32°$
c) 30 d) $120°$

3. في الشكلِ المجاورِ $\angle 1, \angle 2$ زاويتانِ:



a) متبادلتانِ داخليًّا.
b) متبادلتانِ خارجيًّا.
c) متناظرتانِ.
d) متحالفتانِ.

4. قيمةُ x في الشكلِ المجاورِ هيَ:

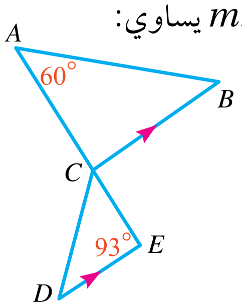


a) 70 b) 80
c) 40 d) 55

5. عددُ أضلاعِ المضلَّعِ المنتظَمِ الذي قياسُ زاويتِهِ الداخليّةِ $165°$ هوَ:

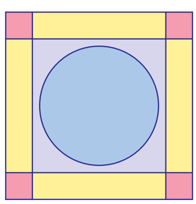
a) 24 b) 22 c) 20 d) 25

6. في الشكلِ المجاورِ، $m\angle ABC$ يساوي:



a) $33°$
b) $87°$
c) $60°$
d) $48°$

7. رتبةُ الدورانِ للشكلِ المجاورِ تساوي:

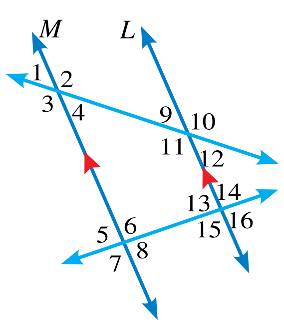


a) 0 b) 4
c) 1 d) 2

8. إذا كانَ عددُ أضلاعِ مضلَّعٍ منتظَمٍ 20 ضلعًا، فإنَّ قياسَ زاويتِهِ الخارجيّةِ هوَ:

a) $18°$ b) $162°$
c) $198°$ d) $55°$

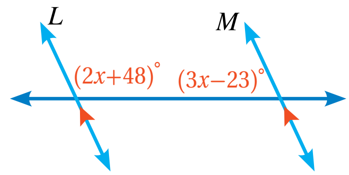
في الشكلِ المجاورِ، $m\angle 1 = 65°, m\angle 8 = 86°$.
أجدُ قياسَ الزوايا الآتيةِ، وأبرِّرُ خطواتِ الحلِّ جميعَها:



9. $m\angle 16$
10. $m\angle 11$
11. $m\angle 5$
12. $m\angle 13$

اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

13 في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $L \| M$، فما قيمةُ x؟ أبرّرُ خطواتِ الحلِّ جميعَها.

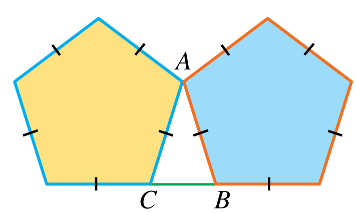


بالاعتمادِ على الشكلِ المجاورِ، أجيبُ عمّا يأتي:

14 أجدُ $m\angle 1,\ m\angle 2$

15 إذا كانَتِ الدّعامةُ الرافعةُ للغطاءِ أقصرَ مِنْ طولِها الحاليِّ، فأصِفُ التغييرَ في $m\angle 1,\ m\angle 2$، وأبرّرُ إجابتي.

16 أجدُ قياساتِ زوايا ΔABC في الرسمِ الآتي:

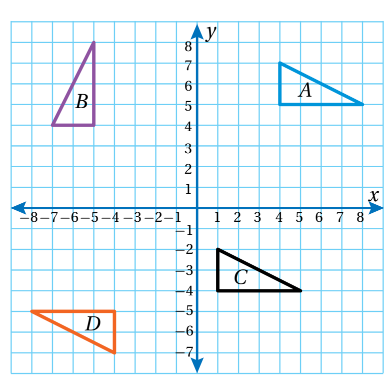


في الشكلِ المجاورِ، أصنِّفُ التّحويلاتِ الهندسيّةَ الآتيةَ إلى دورانٍ وانسحابٍ، وأوضّحُ القاعدةَ:

17 $A \longrightarrow B$

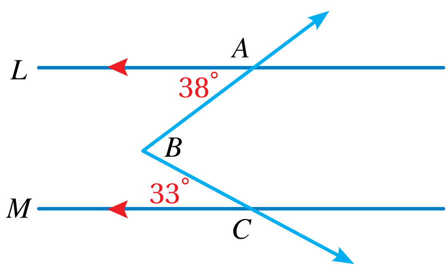
18 $A \longrightarrow C$

19 $A \longrightarrow D$



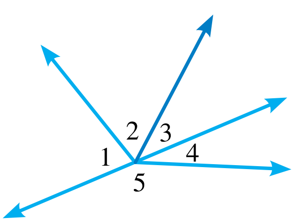
تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ:

20 في الشكلِ الآتي، إذا علمْتُ أنَّ $L \| M$، فإنَّ $m\angle ABC$ يساوي:



a) 71° **b)** 109° **c)** 38° **d)** 77°

21 في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَتْ 4 وَ 5 زاويتينِ متجاورتينِ على مستقيمٍ، $m\angle 1 = 2x$، $m\angle 2 = 3x-20$، $m\angle 3 = x-4$، فإنَّ $m\angle 3$ يساوي:



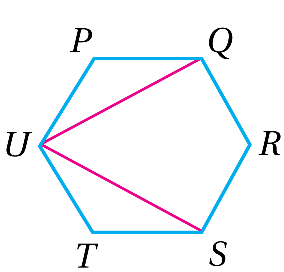
a) 26°

b) 28°

c) 30°

d) 32°

22 إذا كانَ $PQRSTU$ سداسيًّا منتظمًا، فإنَّ $M\angle QUS$ يساوي:



a) 30° **b)** 60°

c) 90° **d)** 20°