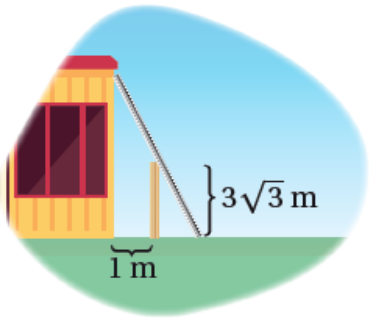
مسألة اليوم

تطبيقات القيم القصوى

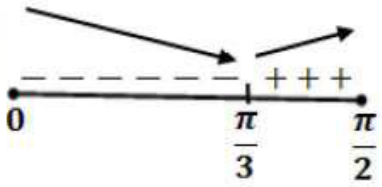


m يحيط سياج ارتفاعه بمبنى، ويبعد عنه مسافة 1 كما في الشكل المجاور. أجد طول أقصر سُلم قد يصل من الأرض إلى المبنى، ويمر فوق السياج ملامساً له.

ليكن θ قياس الزاوية بين السلم والأرض، L طول السلم، كما في الشكل:

$$\sin\theta=\frac{3}{3L_1},\cos\theta=\frac{1}{L_2},0<\theta<\frac{\pi}{2}L=L_1+L_2=\frac{3}{\sin\theta}+\frac{1}{\cos\theta}\frac{dL}{d\theta}=-\frac{3}{\cos\theta\sin^2\theta}+\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}\frac{dL}{d\theta}=0\rightarrow\frac{3}{\cos\theta\sin^2\theta}=\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}\rightarrow\sin^3\theta=\cos^3\theta\rightarrow\tan\theta=\frac{3}{3}=\sqrt{3}\rightarrow\tan\theta=\sqrt{3}\rightarrow\theta=\frac{\pi}{3}$$

$\theta=\frac{\pi}{3}$ قيمة حرجة وحيدة، نستخدم اختبار المشتقة الأولى وندرس إشارة $\frac{dL}{d\theta}$:



L للاقتران قيمة صغرى محلية عندما $\theta=\frac{\pi}{3}$

إذن أقل طول ممكن للسلم هو:

$$L(\frac{\pi}{3})=\frac{3}{\sin\frac{\pi}{3}}+\frac{1}{\cos\frac{\pi}{3}}=6+2=8m$$