

إجابات الأسئلة التكامل المحدود

السؤال الأول

احسب قيمة كل مما يأتي :

$$\begin{aligned} \text{(أ)} & \int_1^6 2 - x \, dx \\ \text{(ب)} & \int_8^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \, dx \\ \text{(ج)} & \int_0^6 (2x^2 + 8x^3 - 5x^4 + 7) \, dx \\ \text{(د)} & \int_{-2}^2 (3x^2 - 2)(x + 1) \, dx \end{aligned}$$

الحل :

$$\begin{aligned} \text{(أ)} & \int_1^6 2 - x \, dx = 2x - \frac{x^2}{2} \Big|_1^6 = 2(6) - \frac{6^2}{2} - \left(2(1) - \frac{1^2}{2} \right) = 12 - 18 - \left(2 - \frac{1}{2} \right) = -6 + \frac{1}{2} = -\frac{11}{2} \\ \text{(ب)} & \int_8^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \, dx = \int_8^1 x^{-\frac{1}{3}} \, dx = \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} \Big|_8^1 = \frac{3}{2} \left(1^{\frac{2}{3}} - 8^{\frac{2}{3}} \right) = \frac{3}{2} \left(1 - 4 \right) = -\frac{9}{2} \\ \text{(ج)} & \int_0^6 (2x^2 + 8x^3 - 5x^4 + 7) \, dx = \frac{2}{3} x^3 + 2x^4 - \frac{5}{5} x^5 + 7x \Big|_0^6 = \frac{2}{3} (6^3) + 2(6^4) - (6^5) + 7(6) = \frac{2}{3} (216) + 2(1296) - 7776 + 42 = 288 + 2592 - 7776 + 42 = -5072 \\ \text{(د)} & \int_{-2}^2 (3x^2 - 2)(x + 1) \, dx = \int_{-2}^2 (3x^3 + 3x^2 - 2x - 2) \, dx = \frac{3}{4} x^4 + x^3 - x^2 - 2x \Big|_{-2}^2 = \left(\frac{3}{4} (2^4) + 2^3 - 2^2 - 2(2) \right) - \left(\frac{3}{4} (-2)^4 + (-2)^3 - (-2)^2 - 2(-2) \right) = (12 + 8 - 4 - 4) - (12 - 8 - 4 + 4) = 12 - 12 = 0 \end{aligned}$$

$$(ج) \int_{-2}^2 [(س^2 + س^4 - س^2 - س^4) دس] = (س^2 + س^4 - س^2 - س^4) دس =$$

$$18 = 14 + 32 - 32 + 4 = (صفر) - (2) 7 + (2) - (2) 2 + (2) 2 =$$

$$(د) \int_{-2}^2 (س^3 - س) دس = \int_{-2}^2 (س^3 - س) دس = \int_{-2}^2 (س^3 - س) دس =$$

$$(2- \times 2- \frac{(2-)}{2} + 3(2-)) - (2 \times 2 - \frac{(2)}{2} + 3(2)) = \int_{-2}^2 (س^2 - \frac{س}{2} + 3س) =$$

$$8 = 2- - 6 = (4 + 2 + 8-) - (4 - 2 + 8) =$$

شاهد الفيديو التالي لفهم درس التكامل المحدود

السؤال الثاني

$$\int_{-1}^4 دس = 20 ، \text{ فجد قيمة الثابت م .}$$

الحل :

$$4 = (م - -) 20 = 20 \leq 4 = (م + 1) 20 = 20 \leq 5 = 1 + م \leq 4 = م$$

السؤال الثالث

إذا كان الاقتران ق معرفا على الفترة [١ ، ٥] ، وكان ق(س) = س² + ١ ، فجد قيمة ق(٥) - ق(١)

الحل :

$$\int_{1}^5 ق(س) دس = \int_{1}^5 (س^2 + 1) دس =$$

$$28 = 2 - 30 = (1 + 21) - (5 + 5) = \int_{1}^5 (س^2 + 1) دس =$$

السؤال الرابع

احسب قيمة التكامل الآتي : $\int_2^2 (4s - 2s^2 + 3) ds$.

الحل :

$$\int_2^2 (4s - 2s^2 + 3) ds = \left[2s^2 - \frac{2}{3}s^3 + 3s \right]_2^2 = \left(2(2)^2 - \frac{2}{3}(2)^3 + 3(2) \right) - \left(2(2)^2 - \frac{2}{3}(2)^3 + 3(2) \right) = 0$$

وهذه من خصائص التكامل المحدود $\int_a^a f(x) dx = 0$

السؤال الخامس

احسب قيمة كل من التكاملات الآتية :-

$$(أ) \int_1^2 (4 - 2s^2) ds \quad (ب) \int_1^2 (3 - 2s^2) ds \quad (ج) \int_1^2 \frac{s^2 + 2s - 7}{s - 1} ds$$

الحل :

$$(أ) \int_1^2 (4 - 2s^2) ds = \left[4s - \frac{2}{3}s^3 \right]_1^2 = \left(4(2) - \frac{2}{3}(2)^3 \right) - \left(4(1) - \frac{2}{3}(1)^3 \right) = \left(8 - \frac{16}{3} \right) - \left(4 - \frac{2}{3} \right) = \frac{9}{3} - \frac{18}{3} = -\frac{9}{3} = -3$$

شاهد الفيديو التالي لفهم حل أسئلة درس التكامل المحدود

$$(ب) \left[(3-s)^2 دس = دس (4s^2 - 12s + 9) \right]_1^{-1} = دس \left(\frac{4}{3}s^3 - 6s^2 + 9s \right) \Big|_1^{-1}$$

$$(1 \times 9 + 2 \times 1 \times 6 - 3 \times 1 \times \frac{4}{3}) - (1 \times 9 + 2 \times (-1) \times 6 - 3 \times (-1) \times \frac{4}{3}) =$$

$$\frac{62}{3} - = 18 - \frac{8}{3} - = 3 - \frac{4}{3} - 15 - \frac{4}{3} = (3 + \frac{4}{3}) - (15 - \frac{4}{3}) =$$

$$(ج) \left[دس \frac{s^2 - 6s + 7}{1-s} \right]_1^{-1} = دس \frac{(s-1)(s+7)}{1-s} \Big|_1^{-1}$$

$$12 - = 14 - 2 = \text{صفر} - (2 \times 7 + \frac{2(-)}{2}) = \left[(s^2 + \frac{7}{2}s) \right]_1^{-1} =$$