أتحقق من فهمي

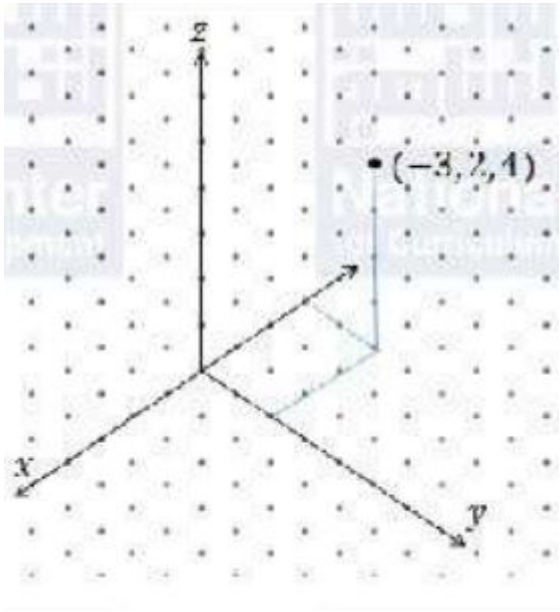
المتجهات في الفضاء

نظام الأحداثيات ثلاثي الأبعاد

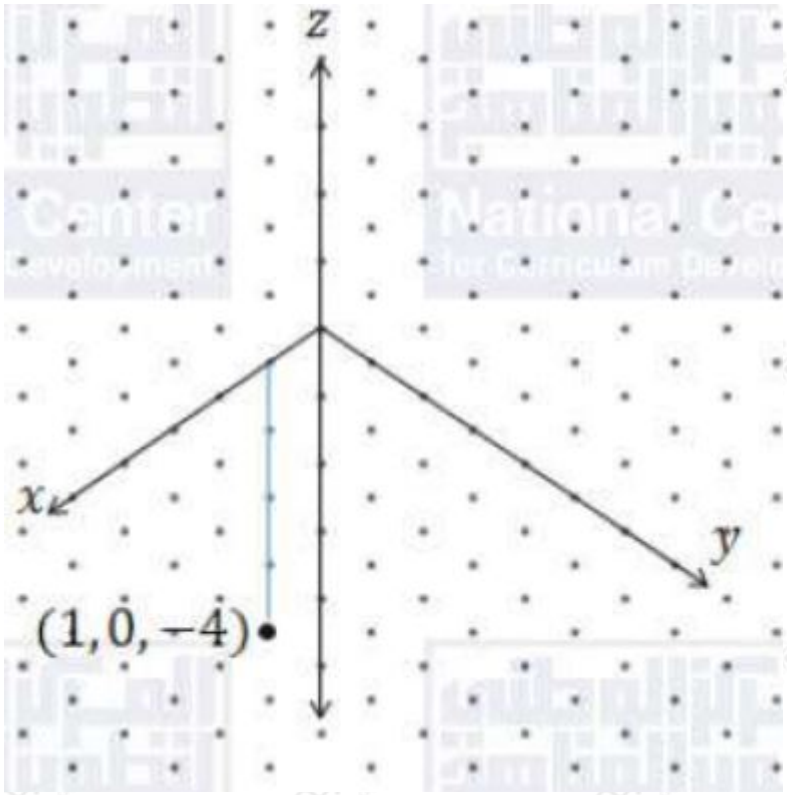
أتحقق من فهمي صفحة (111):

أعين كلاً من النقاط الآتية في نظام الأحداثيات ثلاثي الأبعاد:

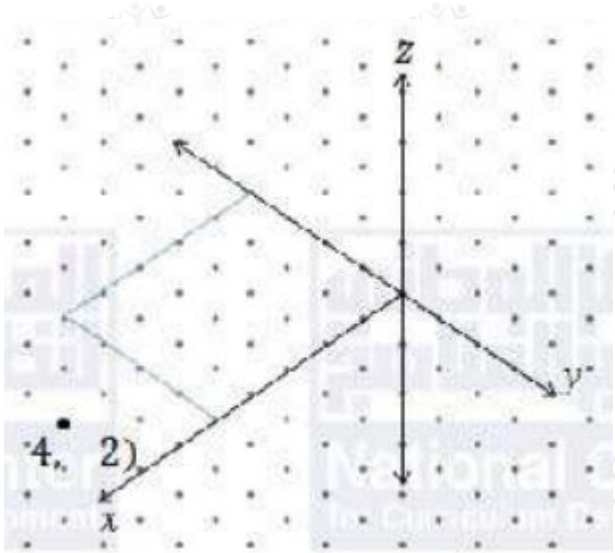
(a) $(3,2,4-)$



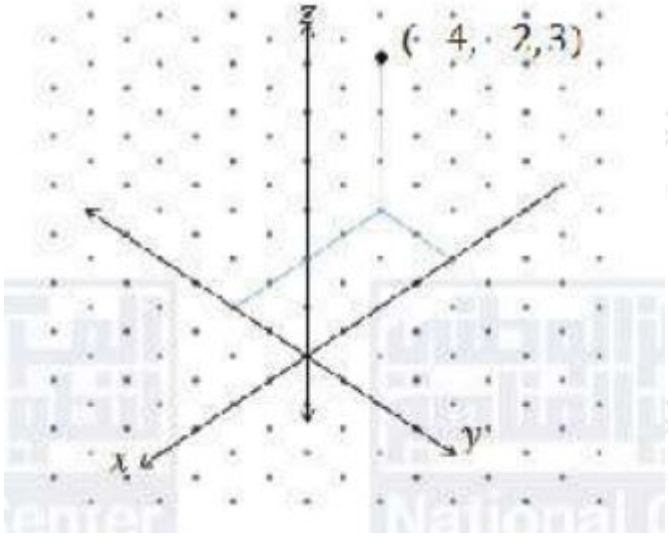
(b) $(4-,1,0)$



(c) (2−,4−,5)



(d) (2,3−,4−)



المسافة بين نقطتين، وإحداثيات نقطة المنتصف في الفضاء

أتحقق من فهمي صفحة (113):

إذا كانت: $N(2,1,-6), M(5,-3,6)$، فأجد كلاً مما يأتي:

(a) المسافة بين N وM.

$$NM=(x2-x1)2+(y2-y1)2+(z2-z1)2=(5-2)2+(-3-1)2+(6-(-6))2=9+16+144=169=13$$

(b) إحداثيات نقطة منتصف $\bar{MN}$.

لتكن K منتصف القطعة المستقيمة $\bar{MN}$، فتكون:

$$(K=(x1+x22,y1+y22,z1+z22)=(2+52,1-32,-6+62)=(72,-1,0$$

مقدار المتجه في الفضاء

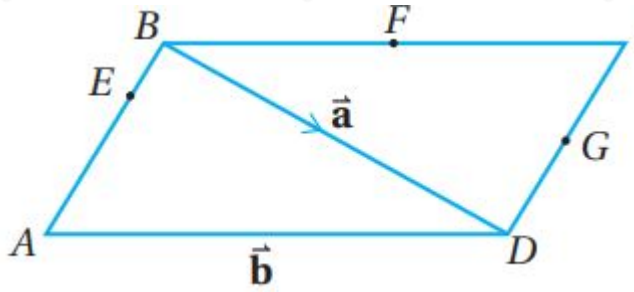
أتحقق من فهمي صفحة (114):

إذا كان: $A(-1,5,3), B(-5,3,-2)$، فأكتب المتجه $\overrightarrow{AB}$ بالصورة الإحداثية، ثم أجد مقداره.

$$AB→=⟨x2-x1,y2-y1,z2-z1⟩=⟨-5-(-1),3-5,-2-3⟩=⟨-4,-2,-5⟩|AB→|=v12+v22+v32=16+4+25=45=35$$

جمع المتجهات وطرحها وضربها في عدد حقيقي هندسياً

أتحقق من فهمي صفحة (116):



في متوازي الأضلاع ABCD المجاور، إذا كانت F نقطة منتصف $\bar{BC}$، وG نقطة منتصف $\bar{DC}$، وكانت: $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{a}$، وكانت: $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{b}$، وكانت: $AE=3EB$، فاكتب كلاً مما يأتي بدلالة $\overrightarrow{a}$ و$\overrightarrow{b}$:

(a) $\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{b}+(-\overrightarrow{a})=\overrightarrow{b}-\overrightarrow{a}$$

(b) $\overrightarrow{EB}$

$$\overrightarrow{AB}=AE+EB=3EB+EB=4EB\Rightarrow EB=\frac{1}{4}AB\quad \overrightarrow{EB}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}\Rightarrow\overrightarrow{EB}=\frac{1}{4}(\overrightarrow{b}-\overrightarrow{a})=\frac{1}{4}\overrightarrow{b}-\frac{1}{4}\overrightarrow{a}$$

(c) $\overrightarrow{EF}$

$$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{EB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

وذلك لأن $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ كون الشكل متوازي الأضلاع $\overrightarrow{EB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=$

$$\frac{1}{4}\overrightarrow{b}-\frac{1}{4}\overrightarrow{a}+\frac{1}{2}\overrightarrow{b}=\frac{3}{4}\overrightarrow{b}-\frac{1}{4}\overrightarrow{a}=$$

جمع المتجهات وطرحها وضربها في عدد حقيقي جبرياً

أتحقق من فهمي صفحة (117):

إذا كان: $\overrightarrow{u}=\langle 4,5,-3\rangle, \overrightarrow{v}=\langle 3,0,-5\rangle, \overrightarrow{w}=\langle 9,-2,-5$، فأجد كلاً مما يأتي:

(a) $3\overrightarrow{v}-4\overrightarrow{u}$

$$\langle 3\overrightarrow{v}-4\overrightarrow{u}=3\langle 3,0,-5\rangle-4\langle 4,5,-3\rangle=\langle 9,0,-15\rangle-\langle 16,20,-12\rangle=\langle -7,-20,-3$$

(b) $3\overrightarrow{u}+5\overrightarrow{v}-2\overrightarrow{w}$

$\langle 3u\rightarrow+5v\rightarrow-2w\rightarrow=3\langle 4,5,-3\rangle+5\langle 3,0,-5\rangle-2\langle 9,-2,-5\rangle=\langle 12,15,-9\rangle+\langle 15,0,-25\rangle+\langle -18,4,10\rangle=\langle 9,19,-24$

تساوي المتجهات

أتحقق من فهمي صفحة (117):

إذا كان: $u\rightarrow=\langle 20,2p-5,-12\rangle, v\rightarrow=\langle 3q+8,0,3r$، وكان: $v\rightarrow=u\rightarrow$، فأجد قيمة كل من r,q,p.

$u\rightarrow=v\rightarrow\Rightarrow 20=3q+8\ ,\ 2p-5=0\ ,\ -12=3r\Rightarrow q=4,p=52,r=-4$

متجها الموقع والإزاحة

أتحقق من فهمي صفحة (119):

إذا كانت: $A(-2,8,13),B(5,-7,-9),C(0,1,-14$ نقاطاً في الفضاء، فأجد كلاً مما يأتي:

(a) متجه موقع كل من النقاط: A وB وC.

$\langle OA\rightarrow=\langle -2,8,13\rangle, OB\rightarrow=\langle 5,-7,-9\rangle, OC\rightarrow=\langle 0,1,-14$

(b) متجه الإزاحة من النقطة B إلى النقطة C.

$\langle BC\rightarrow=OC\rightarrow-OB\rightarrow=\langle -5,8,-5$

(c) المسافة بين النقطة A والنقطة C.

$AC=(x2-x1)2+(y2-y1)2+(z2-z1)2=(0-(-2))2+(1-8)2+(-14-13)2=4+49+729=782$

كتابة المتجه بدلالة متجهات الوحدة الأساسية

أتحقق من فهمي صفحة (121):

اكتب كلاً من المتجهات الآتية بدلالة متجهات الوحدة الأساسية:

(a $g\rightarrow=\langle 9,0,-4\rangle$

^g→=9i^−4k

(AB→:A(2,−1,4),B(7,6,−2) (b

^AB→=⟨7−2,6−(−1),−2−4⟩=⟨5,7,−6⟩=5ı^+7ȷ^−6k

(4m→−5f→:m→=−2i^+3j^−4k^,f→=3i^−5j^+6k^ (c

4m→−5f→=4(−2i^+3ȷ^−4k^)−5(3i^−5ȷ^+6k^)=(−8−15)i^+(12+25)ȷ^+(−16−30)k^=−23i^+37ȷ^^−46k

---

إيجاد متجه وحدة في اتجاه أي متجه

أتحقق من فهمي صفحة (122):

أجد متجه وحدة في اتجاه كل متجه مما يأتي:

(u→=⟨4,−3,5⟩ (a

⟨u→|=16+9+25=50=52u^=152u→=⟨452,−352,552⟩=⟨252,−352,12|

وهذا متجه وحدة في u→

(v→=8i^+15j^−17k^ (b

^v→|=64+225+289=578=172v^=1172v→=8172i^+15172j^−17172k^=8172i^+15172ȷ^−12k|

وهذا متجه وحدة في v→

(AB→:A(−1,4,6),B(3,3,8) (c

AB→=⟨3−(−1),3−4,8−6⟩=⟨4,−1,2⟩|AB→|=16+1+4=21

ليكن u^ متجه وحدة في اتجاه AB→، فيكون:

⟨u^=121AB→=⟨421,−121,221