

مسألة اليوم

المعادلات التفاضلية



تتغير درجة حرارة سائل كيميائي بارد، بعد وضعه في غرفة دافئة، بمعدل يمكن نمذجته بالمعادلة التفاضلية: $\frac{dA}{dt} = 2(20 - A)$ ، حيث A درجة حرارة السائل بمقياس سيلسيوس، و t الزمن بالساعات:

(1) أحل المعادلة التفاضلية لإيجاد درجة حرارة السائل بعد t ساعة، علماً بأن درجة حرارته عند وضعه في الغرفة هي 5°C .

$$115 = 0 + K \Rightarrow K = -\ln|20 - A| = 2t + K - \ln \frac{dA}{dt} = 2(20 - A) \int \frac{dA}{20 - A} = \int 2dt - \ln|1520 - A| = 2t \quad 15 \Rightarrow \ln|20 - A| = 2t - \ln 5 \Rightarrow -\ln$$

إذن، يمكن نمذجة درجة الحرارة C بعد t ساعة بالعلاقة:

$$|1520 - A| = 2t \ln$$

(2) بعد كم ساعة تصبح درجة حرارة السائل 18°C ؟

نعوض $A = 18$ في العلاقة $|1520 - A| = 2t \ln$ فينتج:

$$22 \approx 115 - \ln 152 = \ln|1520 - 18| = 2t \Rightarrow t = 12 \ln$$

إذن، تصبح درجة حرارة السائل 18°C بعد مرور ساعة واحدة تقريباً بعد وضعه في الغرفة.