أتحقق من فهمي

التكامل بالأجزاء

التكامل بالأجزاء

أتحقق من فهمي صفحة (63):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

(xdx (axsin∫

xdx=−xcosx−∫−cosxdx=−xcosx∫xsinxdxdu=dxv=−cosu=xdv=sin x+Cx+sin

(xdx (bx2ln∫

x−∫13x2dx=13x3lxdx=13x3lnxdv=x2dxdu=1xdxv=13x3∫x2lnu=ln x−19x3+Cn

(2x7−3xdx (c∫

ملاحظة: يمكن حل هذه المسألة بطريقة التعويض u=7−3x أو u=7−3x

وتالياً حلها بالأجزاء:

u=xdv=(7−3x)12dxdu=dxv=−29(7−3x)32∫x7−3xdx=−29x(7−3x) 32−∫−29(7−3x)32dx=−29x(7−3x)32−4135(7−3x)52+C

(3xe4xdx (d∫

u=3xdv=e4xdxdu=3dxv=14e4x∫3xe4xdx=34xe4x−∫34e4xdx=34x e4x−316e4x+C

تكرار التكامل بالأجزاء

أتحقق من فهمي صفحة (64):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

(xdx (ax2sin∫

xdxx−∫−2xcosxdx=−x2cosx∫x2sinxdxdu=2xdxv=−cosu=x2dv=sinx∫x2sxdxdu=2dxv=sinxdxu=2xdv=cosx+∫2xcosxdx=−x2cos∫x2sinx+Cx+2cosx+2xsinxdx=−x2cosx−∫2sinx+2xsinxdx=−x2cosin

(x3e4xdx (b∫

u=x3dv=e4xdxdu=3x2dxv=14e4x∫x3e4xdx=14x3e4x−∫34x2e4xdxu=34x2dv=e4xdxdu=32xdxv=14e4x∫x3e4xdx=14x3e4x−316x2e4x+∫38xe4xdxu=38xdv=e4xdxdu=38dxv=14e4x∫x3e4xdx=14x3e4x−316x2e4x+332xe4x−∫332e4xdx=14x3e4x−316x2e4x+332xe4x−3128e4x+C

التكاملات الدورية

أتحقق من فهمي صفحة (66):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

(xexdx (asin∫

xexdxv=−e−x∫sinxdv=e−xdxdu=cosxe−xdxu=sinxexdx=∫sinsin∫xdxe−x+∫e−xcosxe−xdx=−sinxdx∫sinxe−x−∫−e−xcos−xdx=−sinxe−x+e−xe−xdx=−sinxdxv=−e−x∫sinxdv=e−xdxdu=−sinxu=cosxe−xdxx)+C∫sinx+cosxe−xdx=e−x(−sinxdx⇒2∫sinx−∫e−xsinxcosx)+Cx+cos=13e−x(−sin

(xdx (bsec3∫

x−∫sextanxdx=secx∫sec3xdxv=tanxtanxdxdu=secxdv=sec2u=secxdx+∫sex−∫sec3xtanx−1)dx=secx(sec2x−∫secxtanxdx=secxtan2cx)sex+tanx(secx+∫secxtanxdx=secx+∫secxtanxdx=secxdx2∫sec3c

x+lnxtanxdx=secx+tanxsecxtanx+secx+∫sec2xtanxdx=secx+tanc
x|)+Cx+tan|secx+lnxtanxdx=12(secx|∫sec3x+tan|sec

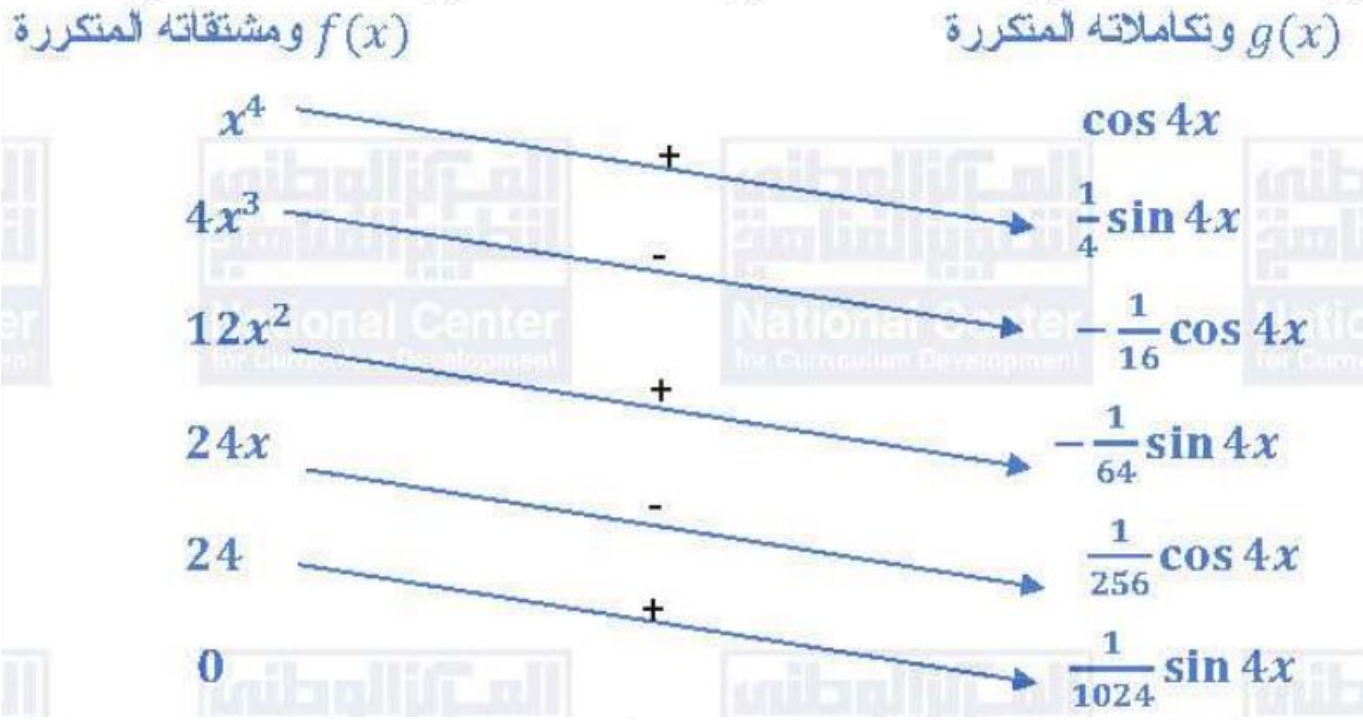
تكرار التكامل بالأجزاء باستعمال طريقة الجدول

أتحقق من فهمي صفحة (67):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

(4xdx (ax4cos∫

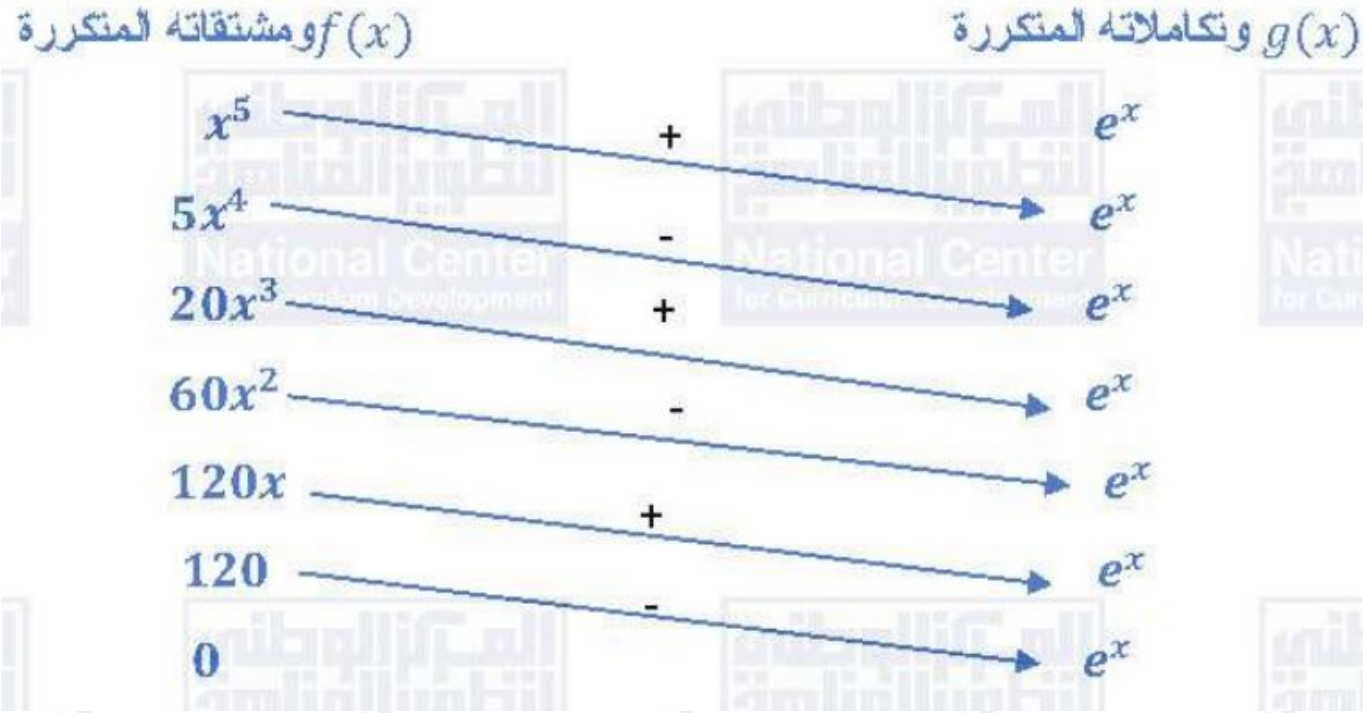
نفرض أن: cos=g(x),x4=4xf(x)، استخدم طريقة الجدول للتكامل بالأجزاء:



4x+3124x−332xcos4x−316x2sin4x+14x3cos4xdx=14x4sinx4cos∫
4x+C8sin

(x5exdx (b∫

نفرض أن: ex=g(x),x5=f(x)، استخدم طريقة الجدول للتكامل بالأجزاء:



$$\int x^5 e^x dx = e^x(x^5 - 5x^4 + 20x^3 - 60x^2 + 120x - 120) + C$$

أتحقق من فهمي صفحة (68):

التكلفة الحدية: يمثل الاقتران: $C'(x) = (0.1x + 1)e^{0.03x}$ التكلفة الحدية لكل قطعة (بالدينار) تنتج في إحدى الشركات، حيث x عدد القطع المنتجة، و$C(x)$ تكلفة إنتاج x قطعة بالدينار. أجد اقتران التكلفة $C(x)$، علماً بأن $C(10) = 200$.

$$C(x) = \int (0.1x + 1)e^{0.03x} dx \quad u = 0.1x + 1 \quad dv = e^{0.03x} dx \quad du = 0.1 dx \quad v = 10.03e^{0.03x}$$
$$\int (0.1x + 1)e^{0.03x} dx = (0.1x + 1)(10.03e^{0.03x}) - \int 0.1 \cdot 10.03e^{0.03x} dx$$
$$= 103(x + 10)e^{0.03x} - 10009e^{0.03x} + C$$
$$C(10) = 2003e^{0.3} - 10009e^{0.3} + C = 200 \Rightarrow C \approx 260 \Rightarrow C(x) = 103e^{0.03x}(x - 703) + 260$$

التكامل بالأجزاء لتكاملات محدودة

أتحقق من فهمي صفحة (70):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int (a1e\ln x)(x2dx$$

xx|1e+∫1ex−2dx=xx2dx=−lnxdv=x−2dxdu=1xdxv=−1x∫1elnu=ln xx|1e+(−1x)|1e=−1e−1e+1=1−2e−ln

(01xe−2xdx (b∫

u=xdv=e−2xdxdu=dxv=−12e−2x∫01xe−2xdx=−12xe−2x|01+∫01 12e−2xdx=−12xe−2x|01+−14e−2x|01=−e−22−e−24+14=14−3 4e2

التكامل بالأجزاء، والتكامل بالتعويض

أتحقق من فهمي صفحة (71):

أجد قيمة كل من التكاملين الآتيين:

(x2dx (ax3+x5)sin)∫

x2dxx2dx+∫x5sinx2dx=∫x3sinx3+x5)sin)∫

نجد كل تكامل على حدة. فنجد التكامل الأيسر كما يأتي:

ydy=ydy2x=12∫x2sinx2dx=∫x3siny=x2⇒dydx=2x⇒dx=dy2x∫x3sin ydyy−∫−cosydy=−ycosy∫ysinydu=dyv=−cosydyu=ydv=sin12∫ysin x2+Cx2+12sinx2dx=−12x2cos∫x3sin

ونجد التكامل الأيمن كما يأتي:

ydydyu=y2dv=sinydy=12∫y2sinydy2x=12∫x4sinx2dx=∫x5sinx5sin∫ y+2ysinydy=−y2cosy−∫−2ycosydy=−y2cosy∫y2sinu=2ydyv=−cos x2+x2sx2dx=−12x4cosy∫x5siny+2cosy+2ysinydy=−y2cosy−2∫sin x2x2−12x4cosx2+12sinx2dx=−12x2cosx2+C∫(x3+x5)sinx2+cosin x2+Cx2+cos+x2sin

(x5ex2dx (b∫

y=x2⇒dydx=2x⇒dx=dy2x∫x5ex2dx=∫x5eydy2x=∫12x4eydy

$$=12\int y2eydyu=y2dv=eydydu=2ydyv=ey\int y2eydy=y2ey-\int 2yeydy=y2ey-2yey+\int 2eydy=y2ey-2yey+2ey=(y2-2y+2)ey\int x5ex2dx=(12x4-x2+1)ex2+C$$