

أتحقق من فهمي

التكامل بالكسور الجزئية

عوامل المقام كثيرات حدود خطية مختلفة

أتحقق من فهمي صفحة (49):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int (x-7x^2-x-6)dx \quad (a)$$

$$\begin{aligned} x-7x^2-x-6 &= x-7(x-3)(x+2) = Ax-3+Bx+2 \Rightarrow x-7 = A(x+2)+B(x-3)x \\ &= 3 \Rightarrow A = -45x = -2 \Rightarrow B = 95 \int x-7x^2-x-6dx = \int (-45x-3+95x+2)dx = - \\ &|x+2| + C|x-3| + 95\ln 45\ln \end{aligned}$$

$$\int (3x-1x^2-1)dx \quad (b)$$

$$\begin{aligned} 3x-1x^2-1 &= 3x-1(x-1)(x+1) = Ax-1+Bx+1 \Rightarrow 3x-1 = A(x+1)+B(x-1) \\ |x-1|+2|x| &= 1 \Rightarrow A = 1x = -1 \Rightarrow B = 2 \int 3x-1x^2-1dx = \int (1x-1+2x+1)dx = \ln \\ |x+1| &+ Cn \end{aligned}$$

عوامل المقام كثيرات حدود خطية، أحدها مكرر

أتحقق من فهمي صفحة (51):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int (x+4(2x-1)(x-1)^2)dx \quad (a)$$

$$\begin{aligned} x+4(2x-1)(x-1)^2 &= A2x-1+Bx-1+C(x-1)^2 \Rightarrow x+4 = A(x-1)^2+B(2x- \\ 1)(x-1) &+C(2x-1)x=12 \Rightarrow A=18x=1 \Rightarrow C=5x=0 \Rightarrow 4=A+B-C \Rightarrow B=-9 \int x+ \\ |2x-1|-9| &4(2x-1)(x-1)^2dx = \int (182x-1+-9x-1+5(x-1)^2)dx = 182\ln \\ |x-1|-5x-1 &+C|2x-1|-9\ln|x-1|-5x-1+C=9\ln n \end{aligned}$$

$$\int (x^2-2x-4x^3-4x^2+4x)dx \quad (b)$$

$$x^2 - 2x - 4x^3 - 4x^2 + 4x = x^2 - 2x - 4x(x-2)^2 = Ax - 2 + B(x-2)^2 + Cx \Rightarrow x^2 - 2x - 4 = Ax(x-2) + Bx + C(x-2)^2$$

$$x=2 \Rightarrow B = -2, x=0 \Rightarrow C = -1, x=1 \Rightarrow -5 = -A + B + C \Rightarrow A = 2$$

$$\int x^2 - 2x - 4x^3 - 4x^2 + 4x dx = \int (2x - 2 + -2(x-2)^2 + -1x) dx = 2|x| + C|x-2| + 2x + 2 - \ln|x|$$

عوامل المقام كثيرات حدود، أحدها تربيعي غير قابل للتحليل، وغير مكرر

أتحقق من فهمي صفحة (52):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int (3x + 4(x-3)(x^2+4)) dx \quad (a)$$

$$3x + 4(x-3)(x^2+4) = Ax - 3 + Bx + Cx^2 + 4 \Rightarrow 3x + 4 = A(x^2+4) + (Bx+C)(x-3)$$

$$x=3 \Rightarrow A = 1, x=0 \Rightarrow 4 = 4A - 3C \Rightarrow C = 0, x=1 \Rightarrow 7 = 5A - 2B - 2C \Rightarrow B = -1$$

$$\int 3x + 4(x-3)(x^2+4) dx = \int (1x - 3 - x(x^2+4)) dx = \int (1x - 3 - 12x^2 + 4) dx = \ln|x^2+4| + C3 - 12 \ln|x|$$

$$\int (7x^2 - x + 1)(x^3+1) dx \quad (b)$$

$$7x^2 - x + 1(x^3+1) = 7x^2 - x + 1(x+1)(x^2-x+1) = Ax + 1 + Bx + Cx^2 - x + 1 \Rightarrow 7x^2 - x + 1 = A(x^2-x+1) + (Bx+C)(x+1)$$

$$x=-1 \Rightarrow A = 3, x=0 \Rightarrow 1 = A + C \Rightarrow C = -2, x=1 \Rightarrow 7 = A + 2B + 2C \Rightarrow B = 4$$

$$\int 7x^2 - x + 1(x^3+1) dx = \int (3x + 1 + 4x - 2x^2 - x + 1) dx = 3 \ln|x^2-x+1| + C|x+1| + 2 \ln|x| = \int (3x + 1 + 2x^2 - 1x^2 - x + 1) dx = 3 \ln|x^2-x+1| + C|x+1| + 2 \ln|x|$$

درجة كثيرة الحدود في البسط مساوية لدرجة كثيرة الحدود في المقام، أو أكبر منها

أتحقق من فهمي صفحة (53):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int (4x^3 - 52x^2 - x - 1) dx \quad (a)$$

$$4x^3 - 52x^2 - x - 1 = \int (2x + 1 + 3x - 42x^2 - x - 1) dx = 3x^2 - 42x^2 - x - 1 = 3x^2 - 38x^2 - x - 1$$

$$-4(2x+1)(x-1)=A(2x+1)+B(x-1)\Rightarrow 3x-4=A(x-1)+B(2x+1)x=-12\Rightarrow A=113x=1\Rightarrow B=-13\int 4x^3-5x^2-x-1dx=\int (2x+1+1132x+1+-13x-1|x-1|+C|2x+1|-13\ln)dx=x^2+x+116\ln$$

$$(x^2+x-1x^2-x)dx \text{ (b)}$$

$$|x^2-x|+Cx^2+x-1x^2-x)dx=\int (1+2x-1x^2-x)dx=x+\ln$$

التكامل بالكسور الجزئية لتكاملات محدودة

أتحقق من فهمي صفحة (54):

أجد كل قيمة من التكاملين الآتيين:

$$(342x^3+x^2-2x-4x^2-4)dx \text{ (a)}$$

$$|x^2-342x^3+x^2-2x-4x^2-4)dx=\int 34(2x+1+6xx^2-4)dx=(x^2+x+3\ln|1255)=8+3\ln(12)-(12+3\ln(4))|34=(20+3\ln$$

$$(563x-10x^2-7x+12)dx \text{ (b)}$$

$$3x-10x^2-7x+12=3x-10(x-3)(x-4)=A(x-3)+B(x-4)\Rightarrow 3x-10=A(x-4)+B(x-3)x=3\Rightarrow A=1x=4\Rightarrow B=2\int 563x-10x^2-7x+12dx=\int 56(1x-3+2x62=\ln(3)+\ln(1))=\ln(2)+2\ln(2)-(\ln(3)+2\ln(4))|56=\ln|x-3|+2\ln|x-4)dx=(\ln$$

التكامل بالكسور الجزئية، والتكامل بالتعويض

أتحقق من فهمي صفحة (57):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(x-1)dx \text{ (a)} \quad \tan^2 \sec^2$$

$$xu^2-x-1dx=\int \sec^2 x \tan^2 x \int \sec^2 x \Rightarrow dx=du \sec^2 x \Rightarrow \frac{du}{dx}=\sec^2 u=\tan x=\int \frac{1}{u^2-1} du \frac{1}{u^2-1}=\frac{1}{(u-1)(u+1)}=A(u-1)+B(u+1)\Rightarrow 1=A(u+1)+B(u-1)$$

$$\begin{aligned} &)+B(u-1)u=1 \Rightarrow A=12, u=-1 \Rightarrow B=-12 \\ &\int \frac{1}{u^2-1} du = \int \frac{1}{(u-1)(u+1)} du = \int \frac{1}{2} \left(\frac{1}{u-1} - \frac{1}{u+1} \right) du \\ &= \frac{1}{2} \ln|u-1| - \frac{1}{2} \ln|u+1| + C = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{u-1}{u+1} \right| + C \\ &= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C \end{aligned}$$

$$(ex(ex-1)(ex+4)dx) \quad (b)$$

$$\begin{aligned} &u=ex \Rightarrow du=ex \Rightarrow dx=\frac{du}{u} \\ &\int \frac{ex(ex-1)(ex+4)dx}{ex} = \int \frac{(u-1)(u+4)du}{u} \\ &= \int \frac{(u-1)(u+4)}{u} du = \int \left(\frac{u^2+3u-4}{u} \right) du = \int \left(u+3-\frac{4}{u} \right) du \\ &= \frac{1}{2}u^2 + 3u - 4\ln|u| + C = \frac{1}{2}ex^2 + 3ex - 4\ln|ex| + C \\ &= \frac{1}{2}ex^2 + 3ex - 4\ln|ex| + C \end{aligned}$$