

مهارات التفكير العليا

التكامل بالتعويض

(29) أكتشف المختلف: التكاملات الآتية مختلف، مبرراً إجابتي؟

$$\int \frac{2x+3}{(x^2+3x)^2} dx$$

$$\int 3x^2 e^{1+x^3} dx$$

$$\int x \cos x^2 dx$$

$$\int x(x^3+1) dx$$

المختلف هو $\int x(x^3+1)dx$ لأنه الوحيد الذي لا يحل بطريقة التكامل بالتعويض.

(30) أكتشف الخطأ: أوجدت سعاد ناتج التكامل: $\int 0.18x(x^2+1)^3 dx$, وكان حلها على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} \int_0^1 8x(x^2+1)^3 dx &= \int_0^1 8x \times u^3 \times \frac{du}{2x} \\ &= \int_0^1 4u^3 du \\ &= u^4 \Big|_0^1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

أكتشف الخطأ في حل سعاد، ثم أصححه.

الخطأ الذي ارتكبه سعاد هو أنها لم تغير حدود التكامل.

$$\begin{aligned} 0.18x(x^2+1)^3 dx &= x^2+1 \Rightarrow du = 2x \Rightarrow dt = \frac{du}{2x} \Rightarrow u = \frac{1}{2}x^2+1 = \frac{1}{2}x^2+1 \\ \Rightarrow u = \frac{1}{2}(2)^2+1 &= 2+1=3 \int 0.18x(x^2+1)^3 dx = \int 0.18 \times \frac{du}{2} u^3 = \frac{0.09}{2} \int u^3 du = \frac{0.09}{2} \times \frac{u^4}{4} \Big|_2^3 \\ &= \frac{0.09}{8} (3^4 - 2^4) = \frac{0.09}{8} (81 - 16) = \frac{0.09}{8} \times 65 = \frac{5.85}{8} = 0.73125 \end{aligned}$$

(31) تحد: إذ كان: $\int_0^k kx^2 e^{x^3} dx = 23(e^8 - 1)$, فأوجد قيمة الثابت k .

$$0 \leq kx^2 e^{x^3} dx = x^3 \Rightarrow du = 3x^2 \Rightarrow dt = \frac{du}{3x^2} \Rightarrow u = \frac{1}{3}x^3 = k \Rightarrow u = \frac{1}{3}kx^3 = 0 \Rightarrow u = \frac{1}{3}k(8) = \frac{8k}{3} = 0 \Rightarrow k = 0$$

$$\int_0^8 kx^2 e^{x^3} dx = \int_0^8 kx^2 e^{u^3} \cdot 3u^2 du = 3 \int_0^8 kx^2 e^{x^3} dx = 23(e^8 - 1) \Rightarrow k^3 e^k - k^3 = 23(e^8 - 1) = \int_0^8 k^3 k^3 e^{u^3} du = k^3 e^u \Big|_0^8 - k^3 e^0 = k^3 e^k - k^3$$