

$$x^2 - 2x + 4 dx = \int 3x - 3u \times du \quad 2x - 2 = \int 3(x-1)u \times du \quad 2(x-1) = \int 32u - 12 du = 3u^2 + C = 3x^2 - 2x + 4 + C$$

$$(x dx) \quad (81x \ln f$$

$$|x dx = \int 1xu \times x du = \int 1u du = \ln x \Rightarrow du dx = 1x \Rightarrow dx = x du \int 1x \ln x dx = \ln 1x \ln f x| + C | \ln u| + C = \ln$$

$$(x)4 dx \quad (9x(1 + \cos \sin f$$

$$x(1 + \cos x) \int \sin x \Rightarrow dx = du - \sin x \Rightarrow du dx = -\sin x)4 dx u = 1 + \cos x(1 + \cos \sin f x)5 + C x = \int -u^4 du = -15u^5 + C = -15(1 + \cos x u^4 \times du - \sin x)4 dx = \int \sin$$

$$(2x dx) \quad (102x \cos \sin 5 f$$

$$2x \cos 2x \int \sin 5 2x \Rightarrow dx = du \quad 2 \cos 2x \Rightarrow du dx = 2 \cos 2x dx u = \sin 2x \cos bbb \int \sin 5 2x)6 + C 2x = \int 12u^5 du = 112u^6 + C = 112(\sin 2x \times du \quad 2 \cos 2x dx = \int u^5 \cos$$

$$((1x)x^2 dx) \quad (11 \sin f$$

$$(u)x^2(1x)x^2 dx = \int \sin(1x)x^2 dx u = 1x \Rightarrow du dx = -1x^2 \Rightarrow dx = -x^2 du \int \sin \sin f (1x) + C u + C = \cos u du = \cos x - x^2 du = \int -\sin$$

$$(x dx) \quad (12x \sin \cos f$$

$$x e dx = \int \cos x \sin x \int \cos x \Rightarrow dx = du \cos x \Rightarrow du dx = \cos x dx u = \sin x \sin \cos f x + C x + C = -1 \sin x = \int 1 e du = \int e^{-u} du = -e^{-u} + C = -e^{-\sin x} \times du \cos$$

$$(e x(2 + e x)5 dx) \quad (13 f$$

$$e x(2 + e x)5 dx u = 2 + e x \Rightarrow du dx = e x \Rightarrow dx = du e x \int e x(2 + e x)5 dx = \int e x u^5 \times d f u e x = \int u^5 du = 16u^6 + C = 16(2 + e x)^6 + C$$

$$(x) x dx \quad (14(\ln \cos f$$

$$(u)x \times x du = x) x dx = \int \cos(\ln x \Rightarrow du dx = 1x \Rightarrow dx = x du \int \cos x) x dx u = \ln(\ln \cos f x) + C(\ln u + C = \sin u du = \sin \int \cos$$

$$(3x^2 - 2x - 1)(x^3 - x^2 - x)4 dx \quad (15) f$$

$$\int (3x^2 - 2x - 1)(x^3 - x^2 - x)^4 dx \quad u = x^3 - x^2 - x \Rightarrow du = 3x^2 - 2x - 1 \Rightarrow dx = du \int (3x^2 - 2x - 1)u^4 \times du = \int (3x^2 - 2x - 1)u^4 \times du = \int u^4 du = \frac{1}{5}u^5 + C = \frac{1}{5}(x^3 - x^2 - x)^5 + C$$

أجد قيمة كل من التكاملات الآتية:

$$\int (2x-1)e^{x^2-x} dx \quad (16)$$

$$u = x^2 - x \Rightarrow du = 2x - 1 \Rightarrow dx = du \int (2x-1)e^{x^2-x} dx = \int (2x-1)e^u du \quad 2x-1=0 \Rightarrow u=0 \quad 2-2=0 \Rightarrow u=0 \quad 2-0=2 \quad \int_0^2 (2x-1)e^{x^2-x} dx = \int_0^2 (2x-1)e^u du = e^u \Big|_0^2 = e^2 - e^0 = e^2 - 1$$

$$\int 12e^{1/x} x^2 dx \quad (17)$$

$$u = 1/x \Rightarrow du = -1/x^2 \Rightarrow dx = -x^2 du \quad 12e^{1/x} x^2 dx = \int 12e^u (-x^2 du) = -12 \int e^u du = -12e^u + C = -12e^{1/x} + C$$

$$\int x e^{x^3} dx \quad (18)$$

$$u = x^3 \Rightarrow du = 3x^2 \Rightarrow dx = du/3 \quad \int x e^{x^3} dx = \int \frac{1}{3} e^u du = \frac{1}{3} e^u + C = \frac{1}{3} e^{x^3} + C$$

$$\int (x^3 + x)x^4 + 2x^2 + 1 dx \quad (19)$$

$$u = x^4 + 2x^2 + 1 \Rightarrow du = 4x^3 + 4x \Rightarrow dx = du/4 \quad \int (x^3 + x)x^4 + 2x^2 + 1 dx = \int \frac{1}{4} u du = \frac{1}{8} u^2 + C = \frac{1}{8} (x^4 + 2x^2 + 1)^2 + C$$

$$\int (3x^2 + 1) dx \quad (20)$$

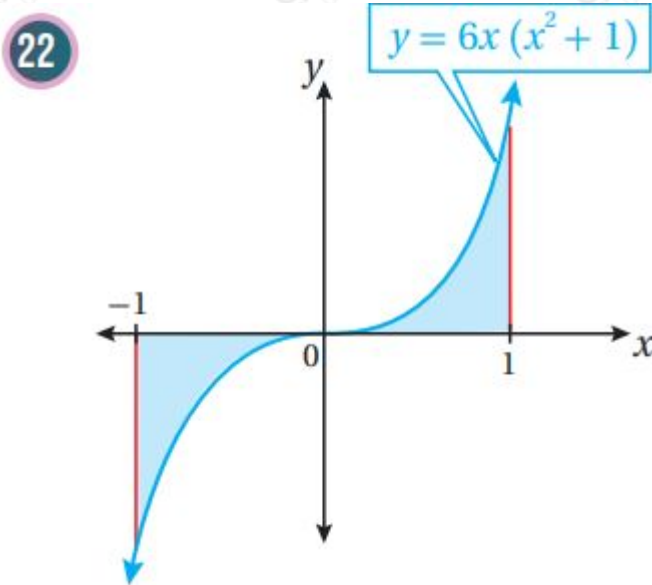
$$u = x^2 + 1 \Rightarrow du = 2x \Rightarrow dx = du/2 \quad \int (3x^2 + 1) dx = \int \frac{3}{2} u du = \frac{3}{4} u^2 + C = \frac{3}{4} (x^2 + 1)^2 + C$$

$$\int (2x+1)(x^2+x+4)^3 dx \quad (21)$$

$$u = x^2 + x + 4 \Rightarrow du = 2x + 1 \Rightarrow dx = du \quad \int (2x+1)(x^2+x+4)^3 dx = \int u^3 du = \frac{1}{4} u^4 + C = \frac{1}{4} (x^2 + x + 4)^4 + C$$

$$= (2)^2 + 2 + 4 = 10 \quad x=1 \Rightarrow u = (1)^2 + 1 + 4 = 6 \quad \int_{-1}^1 2x+1(x^2+x+4)^3 dx = \int_{6}^{10} 2u-2 du = -\frac{1}{2}u^2 \Big|_6^{10} = -\frac{1}{2}(10^2 - 6^2) = -\frac{1}{2}(100 - 36) = -\frac{1}{2}(64) = -32$$

أجد مساحة المنطقة المظللة في كل من التمثيلين البيانيين الآتيين:



$$A = -\int_{-1}^0 6x(x^2+1) dx + \int_0^1 6x(x^2+1) dx$$

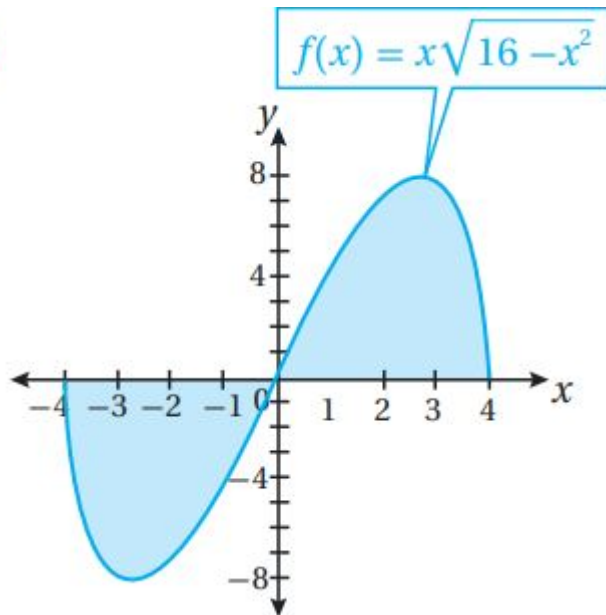
هناك طريقتان للحل: إما التكامل بالتعويض، أو تكامل كثير حدود بعد توزيع الأقواس.

طريقة التكامل بالتعويض:

$$u = x^2 + 1 \Rightarrow \frac{du}{dx} = 2x \Rightarrow dx = \frac{du}{2x} \quad x=0 \Rightarrow u = (0)^2 + 1 = 1 \quad x=-1 \Rightarrow u = (-1)^2 + 1 = 2 \quad x=1 \Rightarrow u = (1)^2 + 1 = 2 \quad A = -\int_{-1}^0 6x(x^2+1) dx + \int_0^1 6x(x^2+1) dx = -\int_2^1 3u du + \int_1^2 3u du = -\frac{3}{2}u^2 \Big|_2^1 + \frac{3}{2}u^2 \Big|_1^2 = -\frac{3}{2}(1^2 - 2^2) + \frac{3}{2}(2^2 - 1^2) = -\frac{3}{2}(1 - 4) + \frac{3}{2}(4 - 1) = -\frac{3}{2}(-3) + \frac{3}{2}(3) = \frac{9}{2} + \frac{9}{2} = 9$$

ومنه مساحة المنطقة المظللة هي 9 وحدات مربعة.

23



$$A = -\int_{-4}^0 x\sqrt{16-x^2} dx + \int_0^4 x\sqrt{16-x^2} dx$$

$$u = 16 - x^2 \Rightarrow du = -2x dx \Rightarrow dx = \frac{du}{-2x}$$

$$2x = 0 \Rightarrow u = 16 - (0)^2 = 16$$

$$x = -4 \Rightarrow u = 16 - (-4)^2 = 0$$

$$x = 4 \Rightarrow u = 16 - (4)^2 = 0$$

$$A = -\int_{16}^0 \frac{1}{2} \sqrt{u} du + \int_0^{16} \frac{1}{2} \sqrt{u} du$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} u^{3/2} \Big|_{16}^0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} u^{3/2} \Big|_0^{16}$$

$$= -\frac{1}{3} (0 - 16^{3/2}) + \frac{1}{3} (16^{3/2} - 0)$$

$$= \frac{1}{3} (16^{3/2} + 16^{3/2}) = \frac{2}{3} (16^{3/2}) = \frac{2}{3} (64) = \frac{128}{3}$$

ومنه مساحة المنطقة المظللة هي 1283 وحدات مربعة.

في كل مما يأتي المشتقة الأولى للاقتران $f(x)$ ، ونقطة يمر بها منحنى $y=f(x)$ أستمعمل المعلومات المعطاة لإيجاد قاعدة الاقتران $f(x)$:

(24) $f'(x) = xe^{4-x^2}; (-2, 1)$

$$f(x) = \int xe^{4-x^2} dx$$

$$u = 4 - x^2 \Rightarrow du = -2x dx \Rightarrow dx = \frac{du}{-2x}$$

$$f(x) = \int \frac{1}{2} e^u du = \frac{1}{2} e^u + C = \frac{1}{2} e^{4-x^2} + C$$

لإيجاد ثابت التكامل، نعوض النقطة -2,1:

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{4-x^2} + C \Rightarrow f(-2) = \frac{1}{2} e^{4-(-2)^2} + C \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} e^0 + C \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} + C \Rightarrow C = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{4-x^2} + \frac{1}{2}$$

(25) $f'(x) = 2x(1-x^2)^2; (0, -1)$

$$f(x) = \int 2x(1-x^2)^2 dx$$

$$u = 1 - x^2 \Rightarrow du = -2x dx \Rightarrow dx = \frac{du}{-2x}$$

$$f(x) = \int -1 (1-u)^2 du = -\int (1-u)^2 du$$

$$= \int 2xu^2 \times du - 2x = \int -u - 2du = u - 1 + C = 11 - x^2 + C$$

لإيجاد ثابت التكامل، نعوض النقطة 0, -1:

$$f(x) = 11 - x^2 + C \Rightarrow f(0) = 11 - 0^2 + C \Rightarrow -1 = 1 + C \Rightarrow C = -2$$

(26) يتحرك جسيم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران:
 $l(t) = -2t(1+t^2)^3$ ، حيث t الزمن بالثواني، و v سرعته المتجهة بالمتري لكل ثانية. إذا
 كان الموقع الابتدائي للجسيم m 4، فأجد موقع الجسيم بعد t ثانية من بدء الحركة.

$$s(t) = \int -2t(1+t^2)^3 dt \quad u = 1+t^2 \Rightarrow du/dt = 2t \Rightarrow dt = du/2t$$

$$\int -2t(1+t^2)^3 dt = \int -2t \times du/2t = \int -du = -u + C = -1 - t^2 + C$$

بما أن الموقع الابتدائي للجسيم m 4، إذن، $s(0) = 4$:

$$s(t) = -1 - t^2 + C \Rightarrow s(0) = -1 - 0^2 + C = 4 \Rightarrow C = 5$$



(27) زراعة: يمثل الاقتران $V(t)$ سعر دونم أرض
 زراعية في الأغوار الأردنية (بالدينار) بعد t سنة من
 الآن. إذا كان: $V'(t) = 0.4t^3 + 0.2t^4 + 8000$ هو
 معدل التغير في سعر دونم الأرض، فأجد $V(t)$ ، علماً
 بأن سعره الآن 5000 JD.

$$V(t) = \int (0.4t^3 + 0.2t^4 + 8000) dt = 0.1t^4 + 0.04t^5 + 8000t + C$$

$$V(t) = \int (0.4t^3 + 0.2t^4 + 8000) dx = \int 0.4t^3 u^3 \times du/0.8t^3 = \int 1/2 u^3 du = 1/8 u^4 + C$$

$$= 1/8 (0.2t^4 + 8000)^4 + C$$

بما أن سعر دونم الأرض الآن هو 5000 دينار، إذن، $V(0) = 5000$ ومنه:

$$V(t) = 1/8 (0.2t^4 + 8000)^4 + C$$

$$V(0) = 1/8 (0.2(0)^4 + 8000)^4 + C = 5000$$

$$1/8 (8000)^4 + C = 5000$$

$$C = 5000 - 1/8 (8000)^4$$

(28) سكان: أشارت دراسة إلى أن عدد السكان في إحدى المدن يتغير سنوياً بمعدل
 يمكن نمذجته بالاقتران: $P'(t) = 4e^{0.2t^4} + e^{0.2t}$ ، حيث t عدد السنوات منذ عام

2015 م، و $P(t)$ عدد السكان بالآلاف. أجد مقدار الزيادة في عدد السكان عام 2015 م إلى عام 2025 م.

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= 0.2P - 10 \Rightarrow \frac{dP}{P-50} = 0.2 dt \Rightarrow \int \frac{dP}{P-50} = \int 0.2 dt \Rightarrow \ln|P-50| = 0.2t + C \\ P-50 &= e^{0.2t+C} = e^{0.2t} \cdot e^C \Rightarrow P = 50 + e^{0.2t} \cdot e^C \\ P(0) &= 104 \Rightarrow 104 = 50 + e^C \Rightarrow e^C = 54 \Rightarrow P = 50 + 54e^{0.2t} \\ P(10) &= 50 + 54e^{0.2(10)} = 50 + 54e^2 \approx 50 + 54 \cdot 7.389 = 50 + 399.106 = 449.106 \end{aligned}$$

إذن يزداد عدد سكان هذه المدينة بحوالي 46 ألف شخص من 2015 م إلى 2025 م.