

أتحقق من فهمي

التكامل بالتعويض

التكامل بالتعويض للتكاملات غير المحدودة

أتحقق من فهمي صفحة (58):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int (6x^2(2x^3-3)^4) dx \quad (a)$$

$$6x^2(2x^3-3)^4 dx \quad u=2x^3-3 \Rightarrow du/dx=6x^2 \Rightarrow dx=du/6x^2 \Rightarrow \int 6x^2(2x^3-3)^4 dx = \int 6x^2 u^4 \times du/6x^2 = \int u^4 du = \frac{1}{5} u^5 + C = \frac{1}{5} (2x^3-3)^5 + C$$

$$\int (x e^{x^2+1}) dx \quad (b)$$

$$x e^{x^2+1} dx \quad u=x^2+1 \Rightarrow du/dx=2x \Rightarrow dx=du/2x \Rightarrow \int x e^{x^2+1} dx = \int x e^u \times du/2x = \frac{1}{2} \int e^u du = \frac{1}{2} e^u + C = \frac{1}{2} e^{x^2+1} + C$$

$$\int (4x+8)(2x^2+8x) dx \quad (c)$$

$$(4x+8)(2x^2+8x) dx \quad u=2x^2+8x \Rightarrow du/dx=4x+8 \Rightarrow dx=du/(4x+8) \Rightarrow \int (4x+8)(2x^2+8x) dx = \int (4x+8) u \times du/(4x+8) = \int u du = \frac{1}{2} u^2 + C = \frac{1}{2} (2x^2+8x)^2 + C$$

$$\int (x e^{x^2+1}) dx \quad (d)$$

$$x^2 dx = \int u^2 \times x du = \int u^2 du = \frac{1}{3} u^3 + C = \frac{1}{3} (x^2+1)^3 + C$$

$$\int ((x^4-5) \cos x^3) dx$$

$$(x^4-5) \cos x^3 dx = (x^4-5) \cos u \quad u=x^3 \Rightarrow du/dx=3x^2 \Rightarrow dx=du/3x^2 \Rightarrow \int (x^4-5) \cos x^3 dx = \int (x^4-5) \cos u \times du/3x^2 = \frac{1}{3} \int (x^4-5) \cos u du = \frac{1}{3} \sin u + C = \frac{1}{3} \sin x^3 + C$$

$$\int (x^4 \sin x^3 \cos^4 x^3) dx$$

$$x^4 \sin x^3 \cos^4 x^3 dx = \int u^4 \sin u \cos^4 u du \quad u=x^3 \Rightarrow du/dx=3x^2 \Rightarrow dx=du/3x^2 \Rightarrow \int x^4 \sin x^3 \cos^4 x^3 dx = \frac{1}{3} \int u^2 \sin u \cos^4 u du = -\frac{1}{3} \cos^5 u + C = -\frac{1}{3} \cos^5 x^3 + C$$

أتحقق من فهمي صفحة (60):

تجارة: يمثل الاقتران $p(x)$ سعر القطعة الواحدة (بالدينار) من منتج معين، حيث x عدد القطع المباعة (بالمئات) من المنتج، إذا كان $p'(x) = -300x(36+x^2)^3$ هو معدل التغير في سعر القطعة الواحدة من المنتج، فأوجد $p(x)$ ، علماً بأن سعر القطعة الواحدة JD75 عندما يكون عدد القطع المباعة 800 قطعة.

أولاً نجد تكامل الاقتران:

$$\begin{aligned} P(x) &= \int -300x(36+x^2)^3 dx \\ u &= 36+x^2 \Rightarrow du = 2x dx \Rightarrow dx = \frac{du}{2x} \\ P(x) &= \int -300x(36+x^2)^3 \frac{du}{2x} = \int -150(36+u)^3 du \\ &= -150 \left(\frac{36+u}{4} \right)^4 + C = -\frac{150}{4} (36+u)^4 + C \\ &= -\frac{150}{4} (36+x^2)^4 + C \end{aligned}$$

بما أن سعر القطعة الواحدة هو 75 ديناراً عندما يكون عدد القطع المباعة 800 قطعة، إذن $P(8) = 75$ ومنه:

$$\begin{aligned} P(x) &= -\frac{150}{4} (36+x^2)^4 + C \\ P(8) &= -\frac{150}{4} (36+64)^4 + C = 75 \\ -\frac{150}{4} (100)^4 + C &= 75 \\ C &= 75 + \frac{150}{4} (100)^4 \end{aligned}$$

التكامل بالتعويض للتكاملات المحدودة

أتحقق من فهمي صفحة (62):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int_0^1 x^2(x^3-1)^4 dx \quad (a)$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 x^2(x^3-1)^4 dx &= \int_{-1}^0 u^4 \cdot \frac{1}{3} du \\ &= \frac{1}{3} \left[\frac{u^5}{5} \right]_{-1}^0 = \frac{1}{3} \left(0 - \left(\frac{(-1)^5}{5} \right) \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{5} \right) = \frac{1}{15} \end{aligned}$$

$$\int_{-1}^0 x^3(2-x^4)^7 dx \quad (b)$$

$$\begin{aligned} \int_{-1}^0 x^3(2-x^4)^7 dx &= \int_1^2 u^7 \cdot \frac{1}{4} du \\ &= \frac{1}{4} \left[\frac{u^8}{8} \right]_1^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{2^8}{8} - \frac{1^8}{8} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{256}{8} - \frac{1}{8} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{255}{8} \right) = \frac{255}{32} \end{aligned}$$

```
(xxdx (clelnf
```

منها جي