

أتدرب وأحل المسائل

تكامل اقترانات خاصة

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int (12ex + 3x) dx \quad (1)$$

$$\int (12ex + 3x) dx = 12ex + 3x^2 + C$$

$$\int (x^2 + 2x + 1x^2) dx \quad (2)$$

$$\int |x| x^2 + 2x + 1x^2 dx = \int (x^2 x^2 + 2x x^2 + 1x^2) dx = \int (1 + 2x + x - 2) dx = x + 2 \ln |x| - x - 1 + C$$

$$\int (ex + 1)^2 dx \quad (3)$$

$$\int (ex + 1)^2 dx = \int (e^2 x^2 + 2ex + 1) dx = \frac{1}{2} e^2 x^3 + 2ex + x + C$$

$$\int (1x(x+2)) dx \quad (4)$$

$$\int |x| + C 4x^3 + 5x dx = \int (4x^3 - 3 + 5x) dx = -\frac{3}{2} x^2 - 2 + 5 \ln |x| + C$$

$$\int (4x^3 + 5x) dx \quad (5)$$

$$\int |x| + C 4x^3 + 5x dx = \int (4x^3 - 3 + 5x) dx = -\frac{3}{2} x^2 - 2 + 5 \ln |x| + C$$

$$\int (x + 3e^{6x} - 7x) dx \quad (6)$$

$$\int |x| + Cx + 3e^{6x} - 7x dx = \int (x^2 + 3e^{6x} - 7x) dx = \frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{2} e^{12x} - \frac{7}{2} x^2 + C$$

$$\int (3x + 1 - 5e^{-2x}) dx \quad (7)$$

$$\int |x+1| + 5e^{-2x} + C 3x + 1 - 5e^{-2x} dx = 3 \ln |x+1| - \frac{5}{2} e^{-2x} + C$$

$$\int (12x - 3) dx \quad (8)$$

$$\int (12x - 3) dx = \int (2x - 3) dx = x^2 - 3x + C$$

$$\int ((2x - 3) + e^{6x} - 4) dx \quad (9)$$

$$\int (2x-3)e^{6x-4} + C(2x-3)e^{6x-4} dx = -12 \cos(\sin) \int$$

$$\int ((6x+1)dx (104 \cos f$$

$$\int (6x+1) + C(6x+1) dx = 23 \sin 4 \cos f$$

$$\int (x^4 dx (11x+3 \cos \sin f$$

$$\int x dx = -14 \cos x + 34 \cos x^4 dx = \int (14 \sin x^4 + 3 \cos x^4 dx = \int (\sin x + 3 \cos \sin f$$

$$x + Cx + 34 \sin$$

$$\int (e^{6x} + (1-2x)^6) dx (12) \int$$

$$\int e^{6x-4} + (1-2x)^6 dx = 16e^{6x-4} - 114(1-2x)^7 + C) \int$$

$$\int (xx^2+1 dx (13) \int$$

$$\int |x^2+1| + Cx^2+1 dx = \int 12(2x)x^2+1 dx = 12 \int 2xx^2+1 dx = 12 \ln \int$$

$$\int (x^2x^3-3 dx (14) \int$$

$$\int |x^3-3| + Cx^2x^3-3 dx = \int 13(3x^2)x^3-3 dx = 13 \int 3x^2x^3-3 dx = 13 \ln \int$$

$$\int (x^2-x^2x^3-3x^2+12 dx (15) \int$$

$$\int x^2-x^2x^3-3x^2+12 dx = \int 16(6x^2-6x)x^2x^3-3x^2+12 dx = 16 \int 6x^2-6x^2x \int$$

$$|2x^3-3x^2+12| + C3-3x^2+12 dx = 16 \ln$$

$$\int (ex+7ex dx (16) \int$$

$$\int ex+7ex dx = \int (ex ex+7ex) dx = \int (1+7e^{-x}) dx = x-7e^{-x} + C \int$$

$$\int (15-14x dx (17) \int$$

$$\int |5-14x| + C15-14x dx = \int -4(-14)5-14x dx = -4 \ln \int$$

$$\int ((5-3x)) dx (18) 4x^3+2+3 \sin) \int$$

$$\int (5-3x) + C(5-3x)) dx = x^4+2x+\cos 4x^3+2+3 \sin) \int$$

$$\int (e^{2x}e^{2x}+3dx) \quad (19)$$

$$\int |e^{2x}+3| + Ce^{2x}e^{2x}+3dx = \int 12(2e^{2x})e^{2x}+3dx = 12 \ln |e^{2x}+3| + C$$

$$\int (1-4x)^2 dx \quad (20)$$

$$\int (1-4x)^2 dx = \int 3(1-4x) - 2 dx = \frac{3}{4}(1-4x) - 1 + C = \frac{3}{4}(1-4x) + C$$

$$\int (x e^{xx} dx) \quad (21)$$

$$\int |x| + e^x + C x e^{xx} dx = \int (1x + x e^{xx}) dx = \int (1x + e^x) dx = \ln |x| + e^x + C$$

أجد قيمة كل من التكاملات الآتية:

$$\int (2x+3e^x-4x) dx \quad (22)$$

$$\int (2x+3e^x-4x) dx = \int (2x+3e^x-4x) dx = \frac{1}{2}x^2 + 3e^x - 2x^2 = \frac{1}{2}x^2 + 3e^x - 2x^2$$

$$\int (05xx^2+10dx) \quad (23)$$

$$\int (05xx^2+10dx) = \int 05 \frac{1}{2} (2x) x^2 + 10 dx = \frac{5}{2} \int 2x x^2 + 10 dx = \frac{5}{2} \ln |x^2+10| + C$$

$$\int (2x-6)^4 dx \quad (24)$$

$$\int (2x-6)^4 dx = \frac{1}{5} (2x-6)^5 \Big|_{x=3}^{x=4} = \frac{1}{5} (2(4)-6)^5 - \frac{1}{5} (2(3)-6)^5 = \frac{1}{5} (2)^5 - \frac{1}{5} (-2)^5 = \frac{32}{5} - \frac{-32}{5} = \frac{64}{5}$$

(25) يتحرك جسيم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران: $v(t) = e^{-2t}$ ، حيث t الزمن بالثواني، و v سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا كان الموقع الابتدائي للجسيم m ، فأجد موقع الجسيم بعد 4 ثانية من بدء الحركة.

$$v(t) = e^{-2t} \Rightarrow s(t) = \int e^{-2t} dt = -\frac{1}{2} e^{-2t} + C$$

بما أن الموقع الابتدائي للجسيم m إذن $s(0) = 2$

$$s(0) = -\frac{1}{2} e^{-2 \cdot 0} + C = -\frac{1}{2} e^0 + C = -\frac{1}{2} + C = 2 \Rightarrow C = \frac{5}{2} \Rightarrow s(t) = -\frac{1}{2} e^{-2t} + \frac{5}{2}$$

في كل مما يأتي المشتقة الأولى للاقتران $f(x)$ ، ونقطة يمر بها منحنى $y=f(x)$ أستعمل المعلومات المعطاة لإيجاد قاعدة الاقتران $f(x)$:

(26) $f'(x)=5e^x; (0,12)$

$$f(x)=\int 5e^x dx=5e^x+C$$

لإثبات ثابت التكامل، نعوض النقطة $(0,12)$:

$$f(x)=5e^x+C \Rightarrow f(0)=5e^0+C \Rightarrow 12=5+C \Rightarrow C=-92 \quad f(x)=5e^x-92$$

(27) $f'(x)=2x-1x^2; (1,-1)$

$$|x|+1x+C|x|+x-1+C=2\ln f(x)=\int (2x-1x^2)dx=\int (2x-x-2)dx=2\ln$$

لإثبات ثابت التكامل، نعوض النقطة $(1,-1)$:

$$|x|+1x-21+1+C \Rightarrow -1=1+C \Rightarrow C=-2 \quad f(x)=2\ln|x|+1x+C \Rightarrow f(1)=2\ln f(x)=2\ln$$

(28) $f'(x)=e^{-x}+x^2; (0,4)$

$$f(x)=\int (e^{-x}+x^2)dx=-e^{-x}+13x^3+C$$

لإثبات ثابت التكامل، نعوض النقطة $(0,4)$:

$$f(x)=-e^{-x}+13x^3+C \Rightarrow f(0)=-e^0+13(0)^3+C \Rightarrow 4=-1+C \Rightarrow C=5 \quad f(x)=-e^{-x}+13x^3+5$$

(29) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة y هو: $\frac{dy}{dx}=2x+3x+e$ ، فأجد قاعدة العلاقة y ، علماً بأن منحناها يمرّ بالنقطة (e,e^2) .

$$|x+e|+Cy=\int (2x+3x+e)dx=x^2+3\ln$$

لإثبات ثابت التكامل، نعوض النقطة (e,e^2) :

$$2e|x+e|-3\ln 2ef(x)=x^2+3\ln 2e+C \Rightarrow C=-3\ln|e+e|+C \Rightarrow e^2=e^2+3\ln|x+e|+C \Rightarrow f(e)=e^2+3\ln f(x)=x^2+3\ln$$



بيئة: في دراسة تناولت أسماكاً في بحيرة، تبين أن عدد الأسماك $P(t)$ يتغير بمعدل: $P'(t) = -0.51e^{-0.03t}$ حيث t الزمن بالسنوات بعد بدء الدراسة:

(30) أجد قاعدة الاقتران $P(t)$ عند أي زمن t ، علماً بأن عدد الأسماك عند بدء الدراسة هو 1000 سمكة.

$$P(t) = \int -0.51e^{-0.03t} dt = -0.51 \cdot 0.03e^{-0.03t} + C = -17e^{-0.03t} + C$$

بما أن عدد الأسماك عند بدء الدراسة هو 1000 سمكة، إذن $P(0) = 1000$ ومنه:

$$P(0) = -17e^{-0.03(0)} + C = 1000 \Rightarrow -17 + C = 1000 \Rightarrow C = 1017$$

(31) أجد عدد الأسماك بعد 10 سنوات من بدء الدراسة.

$$P(10) = -17e^{-0.03(10)} + 1017 \approx 1004$$

عدد الأسماك بعد 10 سنوات من بدء الدراسة هو 1004 سمكة تقريباً.

طب: يلتئم جرح جلدي بمعدل يمكن نمذجته بالاقتران: $A'(t) = -0.9e^{-0.1t}$ ، حيث t عدد الأيام بعد الإصابة بالجرح، $A(t)$ مساحة سطح الجرح بالسنتيمتر المربع:

(32) أجد قاعدة الاقتران $A(t)$ ، عند أي زمن t ، علماً بأن مساحة سطح الجرح عند الإصابة هي 9 cm².

$$A(t) = \int -0.9e^{-0.1t} dt = 0.9 \cdot 10e^{-0.1t} + C = 9e^{-0.1t} + C$$

بما أن مساحة سطح الجرح عند الإصابة هي 9 cm²، إذن $A(0) = 9$ ومنه:

$$A(0) = 9e^{-0.1(0)} + C = 9 \Rightarrow 9 + C = 9 \Rightarrow C = 0$$

(33) أجد مساحة سطح الجرح بعد 5 أيام من الإصابة.

$$A(5)=9e^{-0.1(5)}\approx 5.5\text{cm}^2$$

مساحة سطح الجرح بعد 5 أيام من الإصابة هي 5.5 cm² تقريباً.