

## أتحقق من فهمي

### تكامل اقترانات خاصة

تكامل الاقتران الأسّي الطبيعي، واقتران الجيب، واقتران جيب التمام

أتحقق من فهمي صفحة (43):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int (5x^2 + 7ex) dx \quad (a)$$

$$\int (5x^2 + 7ex) dx = \frac{5}{3}x^3 + 7ex + C$$

$$\int (x + 4x^3) dx \quad (b)$$

$$\int (9\cos x - 2x^2 + C) dx = 9\sin x - \frac{2}{3}x^3 + C = 9\sin x - \frac{2}{3}x^3 + C$$

$$\int (x^3 - \sin x) dx$$

$$\int (x^3 - \sin x) dx = \frac{1}{4}x^4 + \cos x + C$$

تكامل الاقتران اللوغريتمي الطبيعي

أتحقق من فهمي صفحة (45):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int (1x + 8ex) dx \quad (a)$$

$$\int (|x| + 8ex) dx = \ln|x| + 8ex + C$$

$$\int (x - 5x) dx \quad (b)$$

$$\int (|x| + Cx - 5\ln|x| - 5x) dx = -\cos|x| - \frac{5}{2}x^2 + Cx + \frac{1}{2}\ln|x| + C$$

$$\int (x^2 - 7x + 2x^2) dx \quad (c)$$

$$\int (x^2 - 7x + 2x^2) dx = \int (3x^2 - 7x) dx = x^3 - \frac{7}{2}x^2 + C$$

$$|x| - 1x + C - x - 1 + C = x - 7 \ln$$

تكامل اقترانات أساسية في صورة  $f(ax+b)$

أتحقق من فهمي صفحة (47):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int (7x-5)^6 dx \quad (a)$$

$$\int (7x-5)^6 dx = \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} (7x-5)^7 + C = \frac{1}{49} (7x-5)^7 + C$$

$$\int (2x+1)^2 dx \quad (b)$$

$$\int (2x+1)^2 dx = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} (2x+1)^3 + C = \frac{1}{6} (2x+1)^3 + C$$

$$\int ((3x-7)^4 \cos f \quad (c)$$

$$\int ((3x-7)^4 \cos f = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \sin((3x-7)^4) + C = \frac{1}{12} \sin((3x-7)^4) + C$$

$$\int (5x+e^{2x}) dx \quad (d)$$

$$\int (5x+e^{2x}) dx = \frac{5}{2} x^2 + \frac{1}{2} e^{2x} + C = \frac{5}{2} x^2 + \frac{1}{2} e^{2x} + C$$

$$\int (6x^2 - 3e^{7x+1}) dx \quad (e)$$

$$\int (6x^2 - 3e^{7x+1}) dx = 2x^3 - \frac{3}{7} e^{7x+1} + C$$

$$\int (5^{3x+2}) dx \quad (f)$$

$$\int (5^{3x+2}) dx = \frac{5^2}{3 \ln 5} 5^{3x} + C = \frac{25}{3 \ln 5} 5^{3x} + C$$

أتحقق من فهمي صفحة (49):

سكان: أشارت دراسة إلى أن عدد السكان في إحدى القرى يتغير سنوياً بمعدل يمكن نمذجته  $P'(t) = 105e^{0.03t}$ ، حيث  $t$  عدد السنوات منذ عام 2010 م، و  $P(t)$  عدد السكان. أجد عدد سكان القرية عام 2020 م، علماً بأن عدد سكانها عام 2010 م هو 3500 شخص.

أولاً نجد تكامل الاقتران  $P'(t)$

$$P(t) = \int 105e^{0.03t} dt = 1050.03e^{0.03t} + C = 3500e^{0.03t} + C$$

ثانياً، نجد ثابت التكامل  $C$ :

بما أن عدد سكان المدينة عام 2010 هو 3500 شخص إذن  $P(0) = 3500$

$$P(t) = 3500e^{0.03t} + C \quad P(0) = 3500e^0 + C \quad 3500 = 3500 + C \quad C = 0 \quad P(t) = 3500e^{0.03t}$$

ثالثاً، نجد سكان المدينة عام 2020 (أي بعد 10 سنوات):

$$P(10) = 3500e^{0.03(10)} \approx 4725$$

إذن، عدد سكان المدينة عام 2020 هو 4725 ساكناً.

تكامل اقترانات في صورة  $f(x)f'(x)$

أتحقق من فهمي صفحة (50):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(a) \int (2x + 3x^2 + 3x) dx$$

$$\int |x^2 + 3x| + C \quad 2x + 3x^2 + 3x dx = \ln$$

$$(b) \int (9x^2x^3 + 8) dx$$

$$\int |x^3 + 8| + C \quad 9x^2x^3 + 8 dx = \int 3(3x^2)x^3 + 8 dx = 3 \int 3x^2x^3 + 8 dx = 3 \ln$$

$$(c) \int (x + 14x^2 + 8x) dx$$

$$\int |4xx + 14x^2 + 8x| dx = \int 18(8x + 8)4x^2 + 8x dx = 18 \int 8x + 84x^2 + 8x dx = 18 \ln |2 + 8x| + C$$

$$(d) \int (e^{3x}e^{3x} + 5) dx$$

$$\int |e^{3x+5}| + C e^{3x+5} dx = \int 13(3e^{3x})e^{3x+5} dx = 13 \ln |e^{3x+5}| + C$$

## التكاملات المحدودة للاقتربات الخاصة

أتحقق من فهمي صفحة (51):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int_0^2 (4e^{2x} + 7) dx \quad (a)$$

$$\int_0^2 (4e^{2x} + 7) dx = (2e^{2x} + 7x) \Big|_0^2 = (2e^{2(2)} + 7(2)) - (2e^{2(0)} + 7(0)) = 2e^4 + 12$$

$$\int_0^4 (16x + 1) dx \quad (b)$$

$$\int_0^4 (16x + 1) dx = 8x^2 + x \Big|_0^4 = 8(4)^2 + 4 - (8(0)^2 + 0) = 128 + 4 = 132$$

$$\int_0^4 (8x^2 + 1) dx \quad (c)$$

$$\int_0^4 (8x^2 + 1) dx = \left( \frac{8}{3}x^3 + x \right) \Big|_0^4 = \left( \frac{8}{3}(4)^3 + 4 \right) - \left( \frac{8}{3}(0)^3 + 0 \right) = \frac{128}{3} + 4 = \frac{136}{3}$$