

مسألة اليوم

التكامل بالتعويض



$G(t)$ يمثل الاقتران الكتلة الحيوية لمجتمع أسماك في بحيرة بعد t سنة من بدء دراستها، حيث G مقيسة بالكيلوغرام. إذا كان معدل تغير الكتلة الحيوية للأسماك هو $G'(t) = 60000e^{-0.6t}(1+5e^{-0.6t})^2$ مقيساً بوحدة (kg/year)، وكانت الكتلة الحيوية للأسماك عند بدء الدراسة هي 25000 kg، فأجد الكتلة الحيوية المتوقعة للأسماك بعد 20 سنة من بدء الدراسة.

أفرض أن:

$$\begin{aligned}
 u = 1 + 5e^{-0.6t} \Rightarrow \frac{du}{dt} &= -3e^{-0.6t} \Rightarrow dt = \frac{du}{-3e^{-0.6t}} \\
 G(t) &= \int 60000e^{-0.6t} u^2 \times \frac{du}{-3e^{-0.6t}} = \int -20000u^2 du \\
 &= -\frac{20000}{3}u^3 + C \\
 G(t) &= -\frac{20000}{3}(1+5e^{-0.6t})^3 + C \\
 G(0) &= -\frac{20000}{3}(1+5)^3 + C = 25000 \\
 -\frac{20000}{3}(6^3) + C &= 25000 \\
 -\frac{20000}{3}(216) + C &= 25000 \\
 -4320000 + C &= 25000 \\
 C &= 4320000 + 25000 = 4345000 \\
 G(20) &= -\frac{20000}{3}(1+5e^{-12})^3 + 4345000 \\
 &\approx -\frac{20000}{3}(1+5e^{-12})^3 + 4345000 \approx 41666 \text{ kg}
 \end{aligned}$$