أتدرب وأحل المسائل

مشتقتا الاقتران الأسي الطبيعي والاقتران اللوغاريتمي الطبيعي

أتدرّب وأحُلُّ المسائل

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(1) f(x)=2ex+1

f′(x)=2ex

(2) f(x)=e3x+9

f′(x)=3e3x+9

(3) f(x)=(x2+3x−9)ex

f′(x)=(x2+3x−9)(ex)+(ex)(2x+3)=ex(x2+5x−6)

(4) f(x)=exx4

ff′(x)=x4ex−ex(4x3)x8=xex−4exx5

(5) f(x)=6ex

f′(x)=6×12xex=3xex

(6) f(x)=ex1+ex

f′(x)=(1+ex)(ex)−ex(ex)(1+ex)2=ex(1+ex)2

(7) f(x)=(ex+2)(ex−1)

f′(x)=(ex+2)(ex)+(ex−1)(ex)=2e2x+ex

(8) f(x)=e−2x(2x−1)5

f′(x)=(e−2x)×5(2x−1)4×2+(2x−1)5(−2e−2x)=2e−2x(2x−1)4(6−2x)

(9) $f(x)=x3-5e2x$

$ff'(x)=3x2-5\times2e2x=3x2-10e2x$

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(10) $f(x)=3\ln x$

$f'(x)=3x$

(11) $f(x)=x3\ln x$

$f'(x)=(x3)(1x)+(\ln x)(3x2)=x2+3x2\ln x$

(12) $f(x)=\ln xx2$

$f'(x)=x2(1x)-(\ln x)(2x)x4=x-2x\ln xx4=1-2\ln xx3$

(13) $f(x)=x2\ln(4x)$

$ff'(x)=(x2)(44x)+(\ln(4x))(2x)=x+2x\ln(4x)$

(14) $f(x)=\ln(x+1x)$

$f'(x)=(x)(1)-(x+1)(1)x2x+1x=-1x2x+1x=-1x2\times xx+1=-1x(x+1)$

(15) $f(x)=\ln x2-1$

$f'(x)=2x2x2-1x2-1=2x2x2-1\times1x2-1=xx2-1$

(16) $ff(x)=(\ln x)4$

$f'(x)=4(\ln x)3\times1x=4(\ln x)3x$

(17) $f(x)=\ln(x2-5)$

$f'(x)=2xx2-5$

(18) $f(x)=x4\ln x-12ex$

$f'(x)=(x4)(1x)+(\ln x)(4x3)-12ex=x3+4x3\ln x-12ex$

(19) $f(x)=e2x\ln x$

$f'(x)=(e2x)(1x)+(\ln x)(2e2x)=e2x(1+x\ln x)x$

(20) $ff(x)=(\ln 3x)(\ln 7x)$

$f'(x)=(\ln 3x)(77x)+(\ln 7x)(33x)=\ln 3x+\ln 7xx$

(21) $f(x)=\ln(ex-2)$

$f'(x)=exex-2$

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

(22) $f(x)=e2x-1\ln(2x-1)\ ,\ x=1$

$f'(x)=(e2x-1)(22x-1)+(\ln(2x-1))(2e2x-1)f'(1)=(e2-1)(22-1)+(\ln(2-1))(2e2-1)=2e+0=2e$

(23) $f(x)=\ln x2x\ ,\ x=4$

$f'(x)=x(2xx2)-(\ln x2)(1)x2=2-\ln x2x2f'(4)=2-\ln 1616$

(24) فيروسات: يمكن نمذجة انتشار الإنفلونزا في إحدى المدارس باستعمال الاقتران: $P(t)=1001+e3-t$ ، حيث $P(t)$ عدد السنوات بعد t يوماً من ملاحظة الإنفلونزا أوّل مرّة في المدرسة. أجد سرعة انتشار الإنفلونزا في المدرسة بعد 3 أيام.

$P'(t)=-100\times-e3-t(1+e3-t)2=100e3-t(1+e3-t)2P'(3)=100e3-3(1+e3-3)2=1004=25$

(25) ذاكرة: يُستعمل الاقتران: $m(t)=t\ln t+1 \ , \ 0<t\leq 4$ لقياس قدرة الأطفال على التذكر، حيث m مقياس من 1 إلى 7 ، و t عمر الطفل بالسنوات. أجد معدل تغير قدرة الأطفال على التذكر بالنسبة إلى عمر الطفل t .

$m'(t)=(t)(1t)+(\ln t)(1)=1+\ln t$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكلّ ممّا يأتي:

(26) $y=e^{2u+3} \ , \ u=x^2+1$

$\frac{dy}{du}=2e^{2u}\frac{du}{dx}=2x\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}=2e^{2u}\times 2x=4xe^{2u}=4xe^{2(x^2+1)}$

(27) $y=\ln(u+1) \ , \ u=e^x$

$\frac{dy}{du}=\frac{1}{u+1}\frac{du}{dx}=e^x\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}=\frac{1}{u+1}\times e^x=\frac{e^x}{e^x+1}$