

مهارات التفكير العليا

مشتقتا الضرب والقسمة والمشتقات العليا

تبرير: إذا كان: $y = 1 - e^{-x} + e^{-x}$ ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تبعاً:
(34) أجد ميل المماس عند نقطة الأصل.

$$y = 1 - e^{-x} + e^{-x} = 1 - 1e^{-x} + 1e^{-x} = e^{-x} - 1e^{-x} + 1 \quad \frac{dy}{dx} = (e^{-x} + 1)(e^{-x}) - (e^{-x} - 1)(e^{-x})$$

$$(e^{-x})(e^{-x} + 1)^2 = 2e^{-x}(e^{-x} + 1)^2 \quad \frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} = 2(1)(1+1)^2 = 12$$

(35) أبين عدم وجود مماس أفقي للاقتران y مبرراً إجابتي.

إذا وجد مماس أفقي ميله يساوي صفراً، أي أن: $2e^{-x}(e^{-x} + 1)^2 = 0$ ، وهذا لا
 $e^{-x} = 0$ يتحقق إلا إذا كان ، ولكن $e^{-x} > 0$ لجميع الأعداد الحقيقية x ، ولذا لا يوجد
لهذا المنحنى مماسات أفقية.

تحدّ: إذا كان: $y = x + 1x - 1$ ، حيث: $x \neq 1$ فأجيب عن الأسئلة الثلاثة الآتية تبعاً:
(36) أجد $\frac{dx}{dy}$.

$$y = x + 1x - 1 \quad \frac{dy}{dx} = (x-1)(1) - (x+1)(1) \quad (x-1)^2 = -2(x-1)^2$$

(37) أعيد كتابة المعادلة بالنسبة إلى المتغير x اقتران بالنسبة إلى y ، ثم
أجد $\frac{dx}{dy}$.

$$y = x + 1x - 1 \rightarrow x + 1 = y(x-1) \rightarrow x(1-y) = -y - 1 \quad x = \frac{-y-1}{1-y} \quad \frac{dx}{dy} = -2(y-1)^2$$

(38) أبين أن $\frac{dx}{dy} = 1 \frac{dy}{dx}$

$$\frac{dx}{dy} = -2(y-1)^2 = -2(x+1x-1-1)^2 = -2(2x-1)^2 = -24(x-1)^2 = (x-1)^2 - 2 = 1 \frac{dy}{dx}$$

تبرير: إذا كان $xx^2f(x) = \ln$ ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تبعاً:
(39) أثبت أن $x^{-5}x^4f''(x) = 6\ln$ مبرراً إجابتي.

$$f(x) = \ln x x^2 \quad f'(x) = x^2(1/x) - (\ln x)(2x) x^4 = 1 - 2\ln x x^3 \quad f''(x) = x^3(-2/x) - (1 - 2\ln x)(3x^2) x^6 = -5x^2 + 6x^2 \ln x x^6 = -5 + 6\ln x x^4$$

(40) أجد قيمة المقدار: $x^4 f''(x) + 4x^3 f'(x) + 2x^2 f(x) + 1$.

$$x^4 f''(x) + 4x^3 f'(x) + 2x^2 f(x) + 1 = x^4 \times -5 + 6\ln x x^4 + 4x^3 \times 1 - 2\ln x x^3 + 2x^2 \times \ln x x^2 + 1 = -5 + 6\ln x + 4 - 8\ln x + 2\ln x + 1 = 0$$