

أتحقق من فهمي قاعدة السلسلة

أتحقق من فهمي صفحة 43

قاعدة السلسلة

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(a) $f(x) = \tan 3x^2$

$$f'(x) = 6x \sec^2(3x^2)$$

(b) $f(x) = e^{\ln x}$

$$f'(x) = e^{\ln x} = x$$

$$f'(x) = 1$$

(c) $f(x) = \ln(\cot x)$

$$f'(x) = -\csc^2 x \cot x$$

أتحقق من فهمي صفحة 44

قاعدة سلسلة القوة

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(a) $f(x) = (x^2-1)^{25}$

$$f(x) = (x^2-1)^{25} = (x^2-1)^{25}$$

$$f'(x) = 25(x^2-1)^{-35} (2x) = 4x^5 (x^2 - 1)^{35}$$

(b) $f(x) = \cos x$

$$f'(x) = -\sin x^2 \cos x$$

$$(c) f(x) = (\ln x)^5$$

$$f'(x) = 5(\ln x)^4 (1x) = 5 (\ln x)4x$$

أتحقق من فهمي صفحة 46

الاستعمال المتكرر لقاعدة السلسلة

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

$$(a) f(x) = \cos^2 (7x^3 + 6x - 1)$$

$$f(x) = \cos^2 (7x^3 + 6x - 1) = (\cos(7x^3 + 6x - 1))^2$$

$$f'(x) = 2(\cos(7x^3 + 6x - 1))^1 (-\sin(7x^3 + 6x - 1) (21x^2 + 6))$$

$$f'(x) = -2(21x^2 + 6) \sin(7x^3 + 6x - 1) \cos(7x^3 + 6x - 1)$$

$$f'(x) = - (21x^2 + 6) \sin 2(7x^3 + 6x - 1)$$

$$(b) f(x) = (2 + (x^2 + 1)^4)^3$$

$$f'(x) = 3(2 + (x^2 + 1)^4)^2 (4(x^2 + 1)^3 (2x))$$

$$f'(x) = 24x(x^2 + 1)^3 (2 + (x^2 + 1)^4)^2$$

أتحقق من فهمي صفحة 47

قواعد الاشتقاق الأساسية، وقاعدة السلسلة

(a) أجد ميل المماس لمنحنى الاقتران: $f(x) = (2x + 1)^5 (x^3 - x + 1)^4$ عندما $x = 1$

$$f(x) = (2x + 1)^5 (x^3 - x + 1)^4$$

$$f'(x) = (2x + 1)^5 (4) (x^3 - x + 1)^3 (3x^2 - 1) + (x^3 - x + 1)^4 (5) (2x + 1)^4$$

(2)

$$f'(1) = (3)^5 (4) (1)^3 (2) + (1)^4 (5) (3)^4 (2) = 2754$$

(b) أجد ميل العمودي على المماس لمنحنى الاقتران: $f(x) = \cos^2 x e^{2x}$ عندما $x = \pi/2$

$$f'(x) = e^{2x} \times 2(\cos x)^1 (-\sin x) - (\cos x)^2 \times 2e^{2x} e^{4x}$$

$$f'(x) = -\sin 2x - 2(\cos x)^2 e^{2x}$$

$$f'(\pi/2) = -\sin \pi - 2(\cos \pi/2)^2 e^{\pi} = 0$$

ميل المماس يساوي صفرًا أي أن المماس أفقي، ومنه يكون العمودي على المماس رأسياً وميله غير معرف.

أتحقق من فهمي صفحة 48

قواعد الاشتقاق الأساسية، وقاعدة السلسلة

تُحسب قيمة بدل الخدمة لأحد المُنتجات بالدينار باستعمال الاقتران:

$$U(x) = 80 - 2x + 13x + 4 \text{ ، حيث } x \text{ عدد القطع المباعة من المنتج.}$$

(a) أجد معدل تغير قيمة بدل الخدمة بالنسبة إلى عدد القطع المباعة من المنتج.

$$U(x) = 80 - 2x + 13x + 4$$

$$U'(x) = 80 - (3x + 4) (2) - (2x + 1) (3) = 200 - 3x + 4 - 6x + 3 = 200 - 5x + 7 = 207 - 5x$$

(b) أجد $U'(20)$ ، مفسراً معنى الناتج.

$$U'(20) = 200 - 5(20) = 200 - 100 = 100$$

وهذا يعني أنه عند بيع 20 قطعة، فإن قيمة بدل الخدمة تتزايد بمقدار 0.061 دينار/قطعة.

أتحقق من فهمي صفحة 50

مشتقة $(g(x))'$

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

(a) $f(x) = \pi^{\pi x}$

$$f'(x) = (\pi \ln \pi) \pi^{\pi x} = \pi^{\pi x + 1} \ln \pi$$

(b) $f(x) = 61 - x^3$

$$f'(x) = (-3x^2 \ln 6) 61 - x^3$$

(c) $f(x) = e^{4x} + 4^{2x}$

$$f'(x) = 4e^{4x} + (2 \ln 4) 4^{2x}$$

أتحقق من فهمي صفحة 51

مشتقة $(\log_a g(x))'$

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

(a) $f(x) = \log \sec x$

$$f'(x) = \sec x \tan x \ln 10 \sec x = \tan x \ln 10$$

(b) $f(x) = \log_8 (x^2 + 3x)$

$$f'(x) = 2x + 3(x^2 + 3x) \ln 8$$

أتحقق من فهمي صفحة 54

مشتقة المعادلات الوسيطة

$t = \pi/4$ أجد معادلة مماس منحنى المعادلة الوسيطة الآتية عندما :

$$x = \sec t, \quad y = \tan t, \quad -\pi/2 < t < \pi/2$$

$$dy/dt = \sec^2 t, \quad dx/dt = \sec t \tan t$$

$$dy/dx = dy/dt \cdot dx/dt = \sec^2 t \sec t \tan t = \sec t \tan t$$

$$m = dy/dx = \sec \pi/4 \tan \pi/4 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$x = \sec \pi/4 = 2, \quad y = \tan \pi/4 = 1$$

معادلة المماس هي:

$$y - 1 = 2(x - 2) \rightarrow y = 2x - 1$$