إجابات أسئلة الدرس

نظريات النهايات – دليل المعلم

١) إذا علمت أن $\lim_{س \to ٣} ق(س) = ٨$، $\lim_{س \to ٣} هـ(س) = -٢$، فجد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

أ) $\lim_{س \to ٣} (٤ق(س) + ٢هـ(س))$

ب) $\lim_{س \to ٣} (ق(س) - ٢هـ(س))$

جـ) $\lim_{س \to ٣} (ق(س) \times هـ(س))$

د) $\lim_{س \to ٣} ٥ق(س)$

هـ) $\lim_{س \to ٣} (٢ق(س) + ١)$

و) $\lim_{س \to ٣} ((هـ(س))^{٣} + ٣س - ٧)$

ز) $\lim_{س \to ٣} (٢ق(س) + ٣هـ(س) + ٢س + ٤)$

منهاجي

الحل

أ) ٢٨ ب) ١٢ جـ) -١٦ د) ٤٠

هـ) ١٧ و) -٦ ز) ٢٠

---

٢) جد قيمة كل مما يأتي:

أ) $\lim_{س \to -٢} (٣س^{٤} - ٥س^{٣} + ٦س - ٧)$

ب) $\lim_{س \to ١} (س^{٢} + ١)(س^{٣} + ٥س - ٢)$

جـ) $\lim_{س \to -١} (س^{٣} + ٢)^{٥}$

منهاجي

الحل

أ) ٦٩ ب) ٨ جـ) ١

---

٣) إذا كانت $\lim_{س \to ٢-} (٣ق(س) + ٢س + ١) = ٢٧$، فجد $\lim_{س \to ٢-} (ق(س))^{٣}$

الحل

$\lim_{س \to ٢-} ق(س) = ١٠$ ومنه $\lim_{س \to ٢-} ق(س)^{٣} = (١٠)^{٣} = ١٠٠٠$

---

٤) إذا كانت $\lim_{س \to ٣} (م س^{٢} + ٥س + ١) = ٢٥$، فما قيمة الثابت م؟

الحل

منهاجي

م = ١

---

٥) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٤س + ١ & ، س > ٠ \\ ٥ - س^{٢} & ، س \leq ٠ \end{cases}$ ، فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) $\lim_{س \to ١} ق(س)$ ب) $\lim_{س \to ٢-} ق(س)$ جـ) $\lim_{س \to ٠} ق(س)$

الحل

أ) $\lim_{س \to ١} ق(س) = (٥ - (١)^{٢}) = ٤$ ب) $\lim_{س \to ٢-} ق(س) = ٤(-٢) + ١ = -٧$

جـ) لأن س = ٠ هي القيمة التي يتشعب عندها الاقتران، فنجد النهاية من اليمين واليسار.

$\lim_{س \to ٠^{+}} ق(س) = ٥$، $\lim_{س \to ٠^{-}} ق(س) = ١$، لذا؛ $\lim_{س \to ٠} ق(س)$ غير موجودة.

---

٦) إذا كان هـ (س) = $\begin{cases} س^{٢}+١ & ، \ س \neq ٣ \\ ٨ & ، \ س = ٣ \end{cases}$

منهاجي

فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) نهـــا هـ (س) $_{س \leftarrow ٥}$ ب) نهـــا هـ (س) $_{س \leftarrow ٣}$ جـ) هـ (٣)

الحل

أ) نهـــا هـ(س) $_{س \leftarrow ٥}$ = (٥)^{٢} + ١ = ٢٦

ب) نهـــا هـ(س) $_{س \leftarrow ٣}$ = (٣)^{٢} + ١ = ١٠

جـ) هـ(٣) = ٨

٨) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} + ١ & ، \ س > ٢ \\ ٥س & ، \ ٢ \geq س \geq ٦ \\ س^{٢} - ٦ & ، \ س < ٦ \end{cases}$

فجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن وجدت):

أ) $\lim_{س \to ٠}$ ق(س)

ب) $\lim_{س \to ٢}$ ق(س)

جـ) $\lim_{س \to ٤}$ ق(س)

د) $\lim_{س \to ٦}$ ق(س)

الحل

أ) $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = (٠)^{٢} + ١ = ٠ + ١ = ١

ب) بما أن س=٢ هي القيمة التي يتشعب عندها الاقتران، فإننا نجد النهاية من اليمين واليسار:

$\lim_{س \to ٢^{+}}$ ق(س) = ٥×٢ = ١٠ ، $\lim_{س \to ٢^{-}}$ ق(س) = (٢)^{٢} + ١ = ٥

∴ $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) غير موجودة.

جـ) $\lim_{س \to ٤}$ ق(س) = ٥×٤ = ٢٠

د) بما أن س=٦ هي القيمة التي يتشعب عندها الاقتران، فإننا نجد النهاية من اليمين واليسار:

$\lim_{س \to ٦^{+}}$ ق(س) = (٦)^{٢} − ٦ = ٣٠ ، $\lim_{س \to ٦^{-}}$ ق(س) = ٥×٦ = ٣٠

ومنه: $\lim_{س \to ٦}$ ق(س) = ٣٠

٩) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣س - أ & ، س > ٢ \\ ١٠ & ، س < ٢ \end{cases}$

وكانت نهـــــا ق(س) موجودة، فجد قيمة الثابت أ ؟
س←٢

منهاجي

الحل

بما أن نهـــــا ق(س) موجودة، فإن النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار. وعليه، فإن أ = −٤
س←٢