

إجابات أسئلة الدرس

المساحة - دليل المعلم

(١) جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران $v = c(s)$ ، ومحور السينات والمستقيمين المحددين في كل مما يأتي:

أ) $c(s) = 12$ ، $s = 1$ ، $s = 2$

ب) $c(s) = 5 - s^2$ ، $s = 2$ ، $s = 2$

ج) $c(s) = 3 - s^2$ ، $s = 4$ ، $s = 2$

الحل

أ) $\int_1^2 12 \, ds = 36$

المساحة المطلوبة = 36 وحدة مربعة.

ب) $0 = 5 - s^2 \Rightarrow s = \sqrt{5} \approx 2.24$ ، $s = 2$ ، $s = 2$

$\int_2^{\sqrt{5}} (5 - s^2) \, ds = 12$

المساحة المطلوبة = 12 وحدة مربعة.

ج) $0 = 3 - s^2 \Rightarrow s = \sqrt{3} \approx 1.73$ ، $s = 1$ ، $s = 4$

$\int_1^{\sqrt{3}} (3 - s^2) \, ds = 50$

المساحة المطلوبة = $\int_1^{\sqrt{3}} (3 - s^2) \, ds = 50$ وحدة مربعة.

٢) جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران $v = q(s)$ ، ومحور السينات على الفترة المحددة في كل مما يأتي:



- أ) $q(s) = 6 - s^2$ ، على الفترة $[-2, 0]$.
 ب) $q(s) = 4 - s^3$ ، على الفترة $[-1, 1]$.
 ج) $q(s) = 3 - s^2$ ، على الفترة $[3, 5]$.
 د) $q(s) = -s^2 - 4$ ، على الفترة $[-1, 1]$.

الحل

$$\text{أ) } 6 - s^2 = 0 \iff s^2 = 6 \iff s = \pm \sqrt{6} \iff s = -\sqrt{6}, \sqrt{6} \quad \text{و} \quad -1 \in [-2, 0] \quad \text{و} \quad 1 \notin [-2, 0]$$



$$\int_{-\sqrt{6}}^0 (6 - s^2) ds = 8$$

$$\int_{-\sqrt{6}}^0 (4 - s^3) ds = 4$$

$$\text{المساحة المطلوبة} = \int_{-\sqrt{6}}^0 (6 - s^2) ds = 8 + 4 = 12 \text{ وحدة مربعة.}$$

ب) $4س^2 = 0 \iff 0 = س \in [-1, 1]$.

المساحة المطلوبة = $\int_{-1}^1 4س^2 دس = 4 \left[\frac{س^3}{3} \right]_{-1}^1 = \frac{4}{3} (1 - (-1)^3) = \frac{8}{3}$ وحدة مربعة.

ج) $3س^2 - 48 = 0 \iff 3س^2 = 48 \iff س^2 = 16 \iff س = 4, -4$

$4 \in [3, 5]$ ، $-4 \notin [3, 5]$

المساحة المطلوبة = $\int_3^5 (3س^2 - 48) دس = \left[س^3 - 24س \right]_3^5 = (125 - 120) - (27 - 72) = 5 - (-45) = 50$ وحدة مربعة.

د) $س^2 - 4 = 0 \iff س^2 = 4 \iff س = 2, -2$

$2 \notin [-2, 4]$ ، $-2 \in [-2, 4]$

المساحة المطلوبة = $\int_{-2}^4 (س^2 - 4) دس = \left[\frac{س^3}{3} - 4س \right]_{-2}^4 = \left(\frac{64}{3} - 16 \right) - \left(-\frac{8}{3} + 8 \right) = \frac{64}{3} - 16 + \frac{8}{3} - 8 = \frac{72}{3} - 24 = 24 - 24 = 0$ وحدة مربعة.

المساحة المطلوبة = $\int_{-2}^4 (س^2 - 4) دس = \left[\frac{س^3}{3} - 4س \right]_{-2}^4 = \left(\frac{64}{3} - 16 \right) - \left(-\frac{8}{3} + 8 \right) = \frac{64}{3} - 16 + \frac{8}{3} - 8 = \frac{72}{3} - 24 = 24 - 24 = 0$ وحدة مربعة.

المساحة المطلوبة = $\int_{-2}^4 (س^2 - 4) دس = \left[\frac{س^3}{3} - 4س \right]_{-2}^4 = \left(\frac{64}{3} - 16 \right) - \left(-\frac{8}{3} + 8 \right) = \frac{64}{3} - 16 + \frac{8}{3} - 8 = \frac{72}{3} - 24 = 24 - 24 = 0$ وحدة مربعة.

٣) جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران $ص = ق(س)$ ، ومحور السينات في كل مما يأتي:

أ) $ق(س) = ٤س - ٢س^٢$ ب) $ق(س) = ٤س^٣ - ١٢س^٢$

الحل

أ) $٤س - ٢س^٢ = ٠ \iff ٠ = ٢س(٢ - س) \iff ٠ = ٢س \text{ ، } ٠ = ٢ - س \iff ٠ = س \text{ ، } ٢ = س$

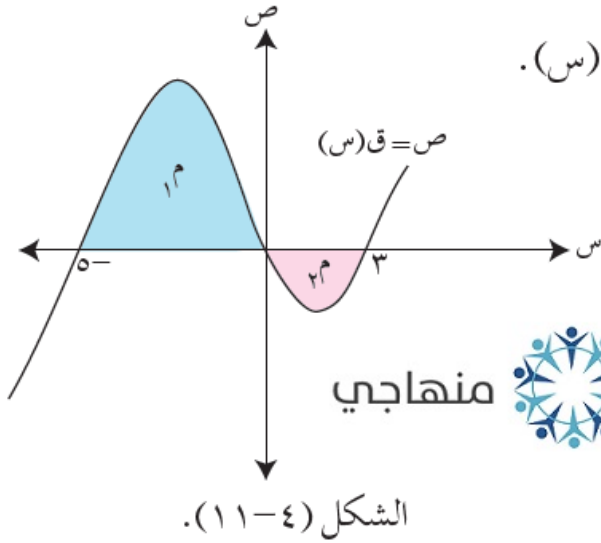
المساحة المطلوبة = $\int_0^2 (٤س - ٢س^٢) دس = \frac{٣٢}{٣}$

المساحة المطلوبة = $\int_0^2 |ق(س)| دس = \frac{٣٢}{٣}$ وحدة مربعة.

ب) $٤س^٣ - ١٢س^٢ = ٠ \iff ٠ = ٤س^٢(س - ٣) \iff ٠ = ٤س^٢ \text{ ، } ٠ = س - ٣ \iff ٠ = س \text{ ، } ٣ = س$

المساحة المطلوبة = $\int_0^3 (٤س^٣ - ١٢س^٢) دس = -٢٧$

المساحة المطلوبة = $\int_0^3 |ق(س)| دس = ٢٧$ وحدة مربعة.



(٤) يمثل الشكل (١١-٤) منحنى الاقتران $v = c(s)$.

فإذا كانت المساحة $M = 13$ وحدة مربعة،

والمساحة $M = 3$ وحدات مربعة،

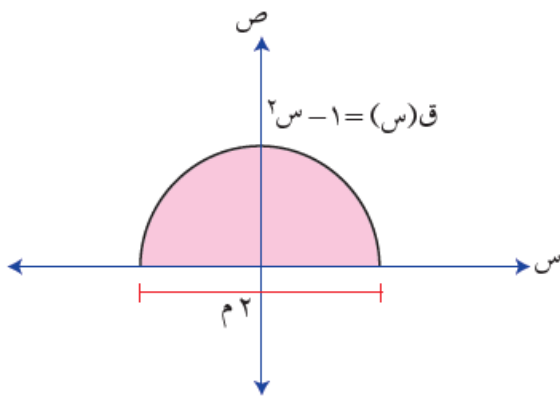
فجد قيمة $\int_{-5}^3 c(s) ds$ ، مبرراً إجابتك.

الحل

$$\int_{-5}^3 c(s) ds = \int_{-5}^0 c(s) ds + \int_0^3 c(s) ds$$

$$10 = 3 - + 13 = 12 + 2 =$$

12 تقع فوق محور السينات 2 تقع تحت محور السينات



(٥) يمثل الشكل (١-٤) نافذة طول قاعدتها ٢ م،

محصورة بمنحنى الاقتران $v = c(s) = 1 - s^2$

إذا أردنا وضع زجاج على النافذة، وكانت

تكلفة المتر المربع الواحد منه خمسة دنانير،

فما التكلفة الكلية لزجاج النافذة؟

الحل

$$\text{مساحة النافذة} = \int_{-1}^1 (1 - s^2) ds = \frac{4}{3} \text{ م}^2$$

التكلفة الكلية = المساحة $\times$ تكلفة المتر المربع

$$= \frac{4}{3} \times 5 = \frac{20}{3} \text{ دينار.}$$