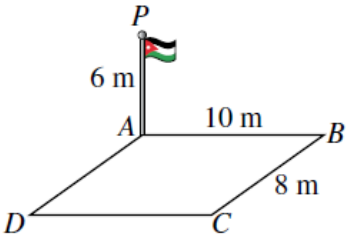
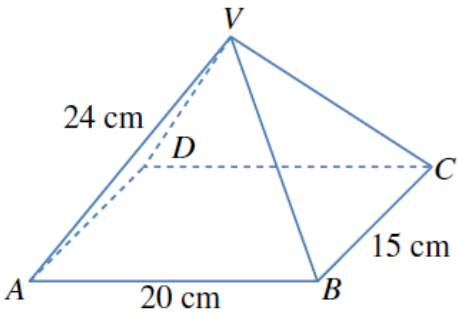
أتدرب وأحل المسائل

حل مسائل ثلاثية الأبعاد

أتدرب وأحل المسائل



1 **ساريةُ العَلَمِ:** نُصِبَتْ ساريةُ عَلَمٍ عموديًّا عندَ رُكنِ ساحةٍ مستطيلةِ الشكلِ $ABCD$. أَجِدُ زاويةَ ارتفاعِ قمَّةِ الساريةِ P منَ النقطةِ C. $25.1°$



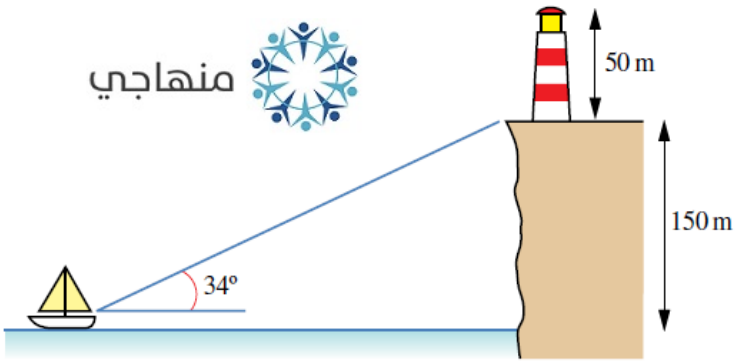
يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ هرمًا قاعدتُهُ $ABCD$ مستطيلةُ الشكلِ، بُعْداها: **20 cm**، وَ **15 cm**. إذا كانَ طولُ كلٍّ منَ الأحرفِ الواصلةِ بينَ قمَّةِ الهرمِ ورؤوسِ القاعدةِ **24 cm**، وكانَتِ القمَّةُ V تقعُ رأسيًّا فوقَ مركزِ القاعدةِ المستطيلةِ، فأَجِدُ:

2 طولَ القُطْرِ AC. 25 cm

3 قياسَ الزاويةِ VAC. $58.6°$

4 ارتفاعَ الهرمِ. 20.5 cm

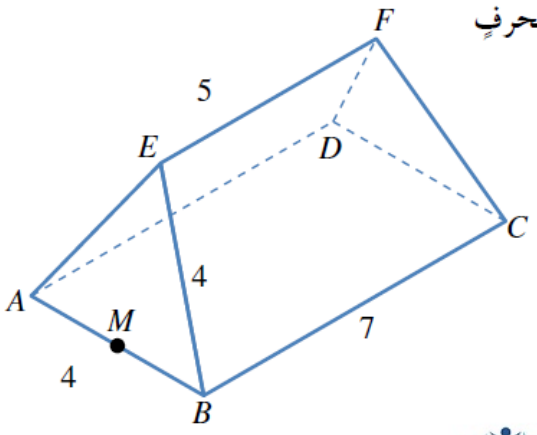
منهاجي



5 **منارةٌ:** شاهدَ صيّادٌ منْ قاربِهِ قاعدةَ مَنارةٍ على حافةٍ صخريةٍ بزاويةِ ارتفاعُ قياسِها $34°$. إذا كانَ ارتفاعُ قاعدةِ المَنارةِ عنْ مستوى عينَيِ الصيّادِ 150 m، فكمْ يبعدُ الصيّادُ عنْ هذهِ القاعدةِ؟ 222.4 m

6 إذا كانَ ارتفاعُ المَنارةِ 50 m، فما زاويةُ ارتفاعِ نظرِ الصيّادِ نحوَ قمَّةِ المَنارةِ؟ $42.0°$

يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ سقفَ بنايةٍ، قاعدتُهُ المستطيلُ الأفقيُّ $ABCD$ الذي بُعْداه: 7 m، وَ 4 m. وتُمثِّلُ نهايتا السقفِ مثلثيْنِ متطابقَيِ الأضلاعِ، في حينِ يُمثِّلُ كلٌّ منْ جانبَيِ السقفِ شبهَ منحرفٍ متطابقَ الساقيْنِ. إذا كانَ طولُ الحافةِ العلويةِ EF هوَ 5 m، فأَجِدُ:

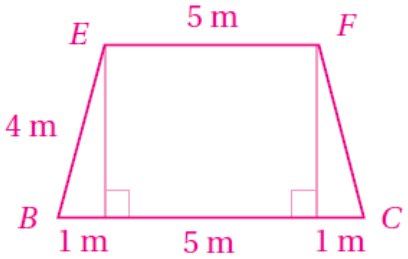


منهاجي

7 طولَ EM، حيثُ M نقطةُ منتصفِ AB. 3.46 m

8 قياسَ الزاويةِ EBC.

قياس الزاوية EBC هو: $\cos^{-1}(\frac{1}{4}) = 75.5°$

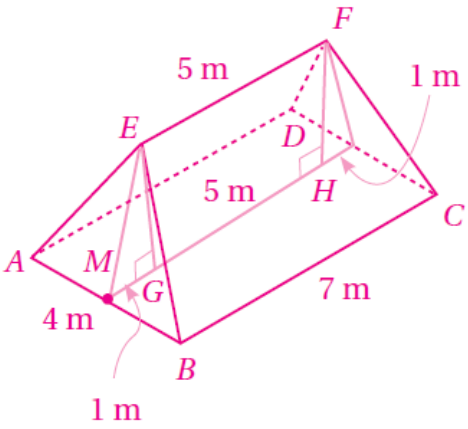


9 قياسَ الزاويةِ بينَ EM والقاعدةِ $ABCD$.

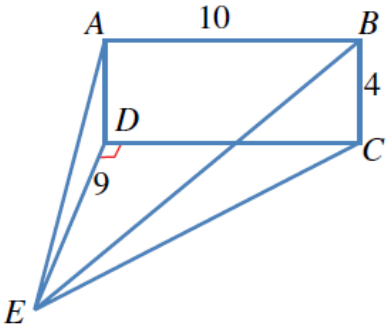
الزاوية بين EM والقاعدة $ABCD$ هي الزاوية EMG ، وإذا أُنزِل عمود من F إلى القاعدة تكوَّن المستطيل $EGHF$ ومثلثان، طول قاعدة كلٍّ منهما 1 m.

إذن: جيب تمام الزاوية EMG هو: $\frac{MG}{EM} = \frac{1}{3.46}$ ، وقياسها هو: $\cos^{-1}(\frac{1}{3.46}) = 73.2°$

منهاجي



$ABCD$ مستطيلٌ رأسيٌّ، وَ EDC مثلثٌ أفقيٌّ. إذا كانَ قياسُ الزاويةِ CDE هوَ $90°$، وَ $AB = 10$ cm، وَ $BC = 4$ cm، وَ $ED = 9$ cm، فأَجِدُ:



10 قياسَ الزاويةِ AED. $24.0°$

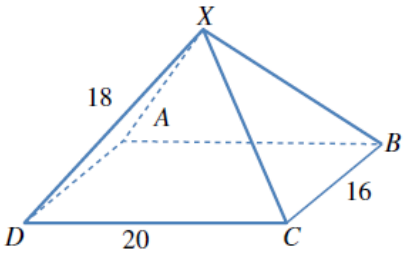
11 قياسَ الزاويةِ DEC. $48.0°$

12 طولَ $\overline{EC}$. 13.5 cm

13 قياسَ الزاويةِ BEC. $16.6°$

14 يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ الهرمَ $XABCD$ الذي لهُ قاعدةٌ مستطيلةُ الشكلِ.

أَجِدُ قياسَ الزاويةِ بينَ الحافةِ XD وقُطْرِ القاعدةِ DB. $44.6°$



15 أَحُلُّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.

$(AC)^2 = 232.6^2 + 232.6^2 = 2(232.6)^2$

$AC = 232.6\sqrt{2}$

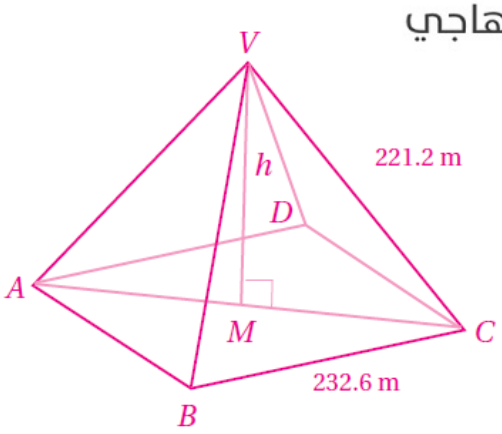
النقطة M هي منتصف AC؛ أي إن:

$AM = \frac{1}{2}(232.6\sqrt{2}) = 116.3\sqrt{2}$

$h^2 = 221.2^2 - (116.3\sqrt{2})^2$

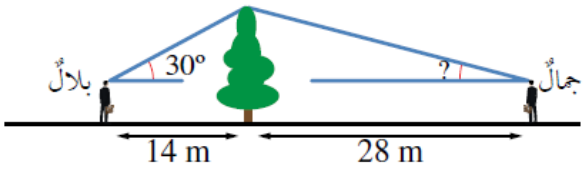
$= 21878.06$

$h = 147.9$ m



مهارات التفكير العليا

16 **أكتشفُ الخطأَ:** يقفُ بلالٌ على بُعْدِ 14 m شرقيَّ شجرةٍ، زاويةُ ارتفاعِ قمَّتِها بالنسبةِ إليْهِ 30°، ويقفُ جمالٌ على بُعْدِ 28 m غربيَّ الشجرةِ، وهوَ يرى أنَّ زاويةَ ارتفاعِ قمَّةِ الشجرةِ بالنسبةِ إليْهِ يجبُ أنْ تكونَ 15°؛ لأنَّهُ يبعدُ عنِ الشجرةِ مِثْلَي المسافةِ التي يبعدُها بلالٌ. هلْ رأيُ جمالٍ صحيحٌ؟ إذا لمْ يكنْ رأيُهُ صحيحًا، فما زاويةُ الارتفاعِ؟



ليس صحيحًا؛ لأن $\tan 15° \neq \frac{1}{2}\tan 30°$

ارتفاع الشجرة فوق مستوى عيني شيماء هو: $14 \tan 30°$

إذا كانت زاوية ارتفاع الشجرة بالنسبة إلى ليلى هي θ، فإن:

$$\tan\theta = \frac{14\tan 30°}{28}$$
$$= \frac{8.083}{28}$$
$$\theta = \tan^{-1}(8.083 \div 28) \approx 16.1°$$

17 **تحدٍّ:** رُصِدَ القاربانِ A وَ B في البحرِ منْ قمَّةِ مَنارةٍ على الشاطئِ، ارتفاعُها 44 m، في اللحظةِ نفسِها، فكانَتْ زاويةُ انخفاضِ القاربِ A هيَ 53°، وزاويةُ انخفاضِ القاربِ B هيَ 37°، وقياسُ الزاويةِ AMB هوَ 120°، حيثُ M قاعدةُ المَنارةِ. أَجِدُ المسافةَ بينَ القاربيْنِ.

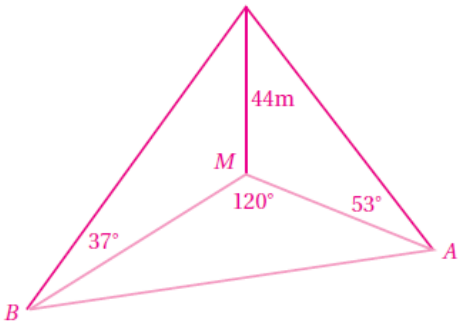
$MB = 44 \div \tan 37° = 58.39$

$AM = 44 \div \tan 53° = 33.16$

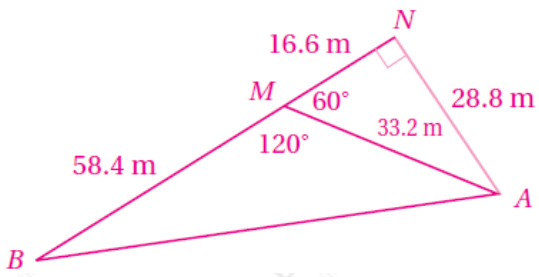
$(AB)^2 = (58.39)^2 + (33.15)^2 - 2 \times 58.39 \times 33.16 \cos 120°$

$= 6445.1901$

$AB \approx 80.3$ m



حل آخر للسؤال 17 بعد إيجاد MA، وMB، يستعمل الطلبة قانون جيوب التمام لإيجاد المسافة بين القاربين.
ويمكن إيجاد هذه المسافة باعتماد المثلثات القائمة فقط كما في الشكل الآتي:



$(AB)^2 = 75^2 + 28.8^2 = 6454.44$

$AB \approx 80.3$ m