

إجابات تمارين ومسائل الدرس

المشتقات العليا - إجابات دليل المعلم

(١) جد المشتقة الثانية لكلٍّ من الاقترانات الآتية :

أ) $\text{ص} = 4س^2 - \frac{7}{4}س - 6س$ ب) $\text{ص} = \frac{س^2 + 1}{س}$

ج) $\text{ص} = |س| (س + 2س)$



الحل

أ) $2س - 7$ ب) $\frac{2}{س^3}$ ج) $\text{ق}(س) = \begin{cases} 2س + 2 \\ \text{غير موجودة} \\ 2س - 2 \end{cases}$ ، $س < 0$ ،
، $س = 0$ ،
، $س > 0$

(٢) إذا كان $\text{ق}(س) = (س^2 + 4س)(س + 3 + 1)$ ، فجد قيمة $\text{ق}'(1 - 1)$

الحل
- 270

(٣) إذا كان $\text{ق}(س) = س^n$ ، ن عدد صحيح موجب وكانت $\text{ق}'(س) = أس$ فجد قيمة الثابت أ.

الحل
إيجاد ن أولاً ثم أ ، $24 = 24$

٤) إذا كان $\text{ص} = \frac{2}{س}$ ، $س \neq 0$ ، فأثبت أن $\text{ص}' = -\frac{1}{س^2}$



الحل

تطبيق قواعد الاشتقاق مرتين.

٥) إذا كان $ق(س) = س^4 + س^3 - س^2 - س$ ، فجد قيم $س$ التي تحقق ما يأتي :

أ) $ق(س) = ٠$ ب) $ق(س) \leq ٠$ ج) $ق(س) > ٠$ منهاجي

الحل

أ) $س = -٢$ ، $\frac{1}{٢}$ ب) الفترتين $(-\infty, -٢]$ ، $(\frac{1}{٢}, \infty)$ ج) $(-٢, \frac{1}{٢})$

٦) جد المشتقة الثالثة لكل من الاقترانات الآتية :
أ) $ص = س^4 - س^3 - س^٥$ منهاجي

ب) $ص = أس^٢ + ب س^٢ + ج س$ ، حيث $أ$ ، $ب$ ، $ج$ ثوابت.

الحل

أ) $٢٤ س + ٦٣٠ س^٨$ ب) $٦ أ$ منهاجي

٧) جد قيمة كل مما يأتي :
أ) $ق(\pi)$ حيث $ق(س) = س^٢ - س^٦$ منهاجي

ب) $ق(-١)$ حيث $ق(س) = \frac{1}{٣} س^٥ - \frac{1}{٣} س^٢$

ج) $ق^{(٤)}(١)$ حيث $ق(س) = \frac{1}{س}$ منهاجي

الحل

أ) صفر ب) ١ ج) ٢٤

٨) إذا كان كل من $ل$ ، $ل'$ ، $ل''$ قابلاً للاشتقاق عند $س$ ، وكان $ق(س) = س^٢ ل(س)$ فجد $ق'(س)$ ، $ق''(س)$.

الحل

ق'(س) = $س^٢ ل'(س) + ٢ س ل(س)$ منهاجي
ق''(س) = $س^٢ ل''(س) + ٦ س ل'(س) + ٢ ل(س)$

٩ (إذا كان كلٌّ من الاقترانين $ل$ ، $هـ$ قابلاً للاشتقاق مرتين، فأثبت أن :

$$(ل \times هـ) (س) = (ل' \times هـ) (س) + (ل \times هـ') (س) + (ل \times هـ) (س')$$



الحل
استخدام قواعد الاشتقاق مرتين.

١٠ جد قاعدة اقتران كثير الحدود $ق$ من الدرجة الثانية الذي فيه $ق(١) = ٣$ ، $ق'(١) = ٢$ ، $ق''(١) = ٤$.

الحل
 $ق(س) = أس^٢ + ب س + ج$. جد $ق(س)$ ، $ق'(س)$ ، $ق''(س)$.
 طبق المعلومات المعطاة لتحصل على $ق(س) = ٢س^٢ - ٦س + ٧$

١١ إذا كان كلٌّ من الاقترانين $ل$ ، $هـ$ قابلاً للاشتقاق مرتين فأثبت أن :

$$ل(س) هـ'(س) - ل'(س) هـ(س) = \frac{ك}{س}$$

الحل
اشترك الطرف الأيسر لتحصل على الطرف الأيمن.

١٢ إذا كانت $ل$ ، $ق$ ، $هـ$ اقترانات قابلة للاشتقاق حتى المشتقة الثالثة وكان

$$هـ(س) = ل(س) \times ق(س) ، ل(س) = ل'(س) \times ق(س) ، حيث جـ عدد ثابت فأثبت أن:$$

الحل
 $هـ'(س) = ل(س) \times ق'(س) + ل'(س) \times ق(س)$
 جد $هـ'(س)$ ، استخدم العلاقة $ل(س) = ل'(س) \times ق(س)$ = جـ ثم اشتقها.
 جد $هـ'(س)$ وعوض لتحصل على المطلوب.

١٣ إذا كان $ق(س) = أس^٤ + \frac{١٦}{س}$ ، أثبت ، وكان $ق'(٢) = ٩٠$ فجد قيمة الثابت $أ$.

الحل
٢
منهاجي

١٤) إذا كان $ق(س) = ٨س - ٤(م - ٣)س^٢$ ، فجد قيم الثابت $م$ التي تجعل $ق(س) > ٠$

منهاجي

الحل
 $م < ٣$