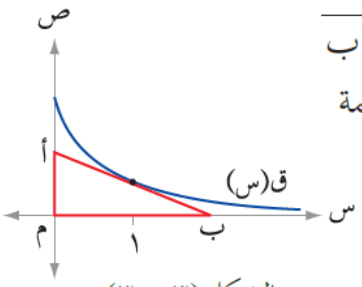
إجابات أسئلة الوحدة

تطبيقات القيم القصوى - إجابات دليل المعلم

١) معتمدًا الشكل (٣-٣٠)، الذي فيه المثلث أ م ب الذي ضلعه $\overline{أب}$ يمس منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{جـ}{س+١}$ عند (١، ق(١)) ، جد قيمة الثابت جـ التي تجعل مساحة المثلث تساوي $\frac{٩}{٤}$ وحدة مربعة.



الشكل (٣-٣٠)

الحل

جـ = ٢

منهاجي

---

٢) يتحرك جُسيم على خط مستقيم بحيث إنَّ بُعده عن نقطة الأصل بالأمتار بَعد ن ثانية معطى بالعلاقة ف(ن)= $\frac{ن}{٢}$ - جا٢ ن، ن ∈ [٠، π]، جد تسارع الجُسيم في اللحظة التي تنعدم فيها سرعته.

الحل

ت = $\sqrt{٣}$ م/ث٢

منهاجي

---

٣) إذا كان ق(س) = $\sqrt[٣]{س^{٣}-٢٧س}$ ، س ∈ ح، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق نقط حرجة.

ب) فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.

جـ) قيم س التي يكون عندها للاقتران قيم قصوى مبينًا نوعها.

منهاجي

الحل

أ) س = ± ٣ ، س = ± ٣ ($\sqrt{٣}$)

ب) الاقتران ق متزايد في الفترتين (-∞ ، -٣] ، [٣ ، ∞)

الاقتران ق متناقص في الفترة [-٣ ، ٣]

جـ) للاقتران ق قيمة عظمى محلية عند س = -٣

للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند س = ٣

للاقتران ق قيمة صغرى مطلقة عند س = - ٣ $\sqrt{٣}$

منهاجي

٤) عيِّن قاعدة الاقتران ق(س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + د ، حيث:
أ ، ب ، جـ ، د أعداد حقيقية ثابتة، ويمر منحنى الاقتران ق بالنقطة (٠ ، ٥) ومعادلة المماس لمنحناه عند النقطة (١ ، ق(١)) هي: ٩س + ص − ٩ = ٠ ، ولمنحناه نقطة انعطاف هي (٢ ، − ١١).

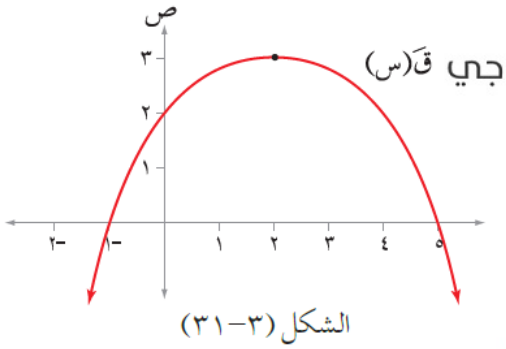
منهاجي

الحل

ق (س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + د = س^{٣} − ٦ س^{٢} + ٥

---

٥) يمثل الشكل (٣−٣١) منحنى المشتقة الأولى لكثير الحدود ق(س) جد:



الشكل (٣−٣١)

منهاجي

أ) النقط الحرجة للاقتران ق.
ب) فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.
جـ) قيم س التي يكون عندها للاقتران قيم قصوى محلية.
د) فترات التقعر لمنحنى ق.
هـ) قيم س التي يكون عندها للاقتران نقطة انعطاف.

الحل

منهاجي

أ) للاقتران ق نقطة حرجة عند س = − ١ ، س = ٥
ب) الاقتران ق متزايد في الفترة [− ١ ، ٥]
الاقتران ق متناقص في الفترتين (− ∞ ، − ١] ، [٥ ، ∞)

منهاجي

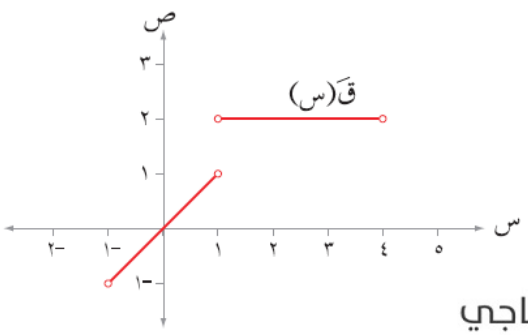
جـ) للاقتران ق قيمة عظمى محلية عند س = ٥
للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند س = − ١
د) الاقتران ق مقعر للأعلى في الفترة (− ∞ ، ٢]
الاقتران ق مقعر للأسفل في الفترة [٢ ، ∞)
هـ) للاقتران ق نقطة انعطاف عند س = ٢

---

٦) إذا كان الاقتران ق(س) متصل على [−١ ، ٤] ،

وكان ق(س) = { جـ س^{٢} + ءس + هـ ، −١ ≤ س < ١ ؛ أ س + ب ، ١ ≤ س ≤ ٤ }

ومُثِّلَ منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق كما في الشكل (٣−٣٢)، فجد كلًّا مما يلي:



الشكل (٣−٣٢)

أ) مجموعة قيم س الحرجة للاقتران ق.

ب) فترات التزايد، وفترات التناقص للاقتران ق.

جـ) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق قيم قصوى محلية.

د) قيم كلٍّ من الثوابت أ، ب، جـ ، د، هـ ، علمًا بأنَّ ق(−١)=٢ ، ق(٤)=٨

الحل

أ) للاقتران ق نقط حرجة عند س = −١ ، س = ٠ ، س = ١ ، س = ٤

ب) الاقتران ق متزايد في الفترة [٠ ، ٤]

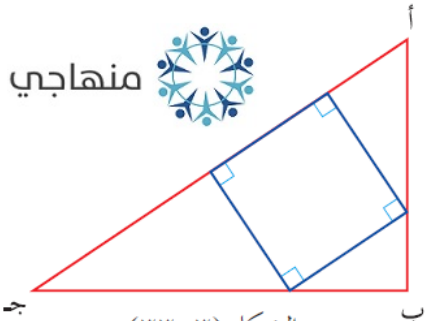
الاقتران ق متناقص في الفترة [−١ ، ٠]

جـ) للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند س = ٠

د) أ = ٢ ، ب = ٠ ، ج = $\frac{١}{٢}$ ، د = ٠ ، هـ = $\frac{٣}{٢}$

---

٧) يمثل الشكل (٣−٣٣) مثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب فيه أ ب = ٦ سم، ب جـ = ٨سم، وبداخله مستطيل يقع رأسان من من رؤوسه على وتر المثلث والرأسان الآخران يقع كلّ منهما على ضلعي القائمة. جد أبعاد المستطيل التي تجعل مساحته أكبر ما يمكن.



الشكل (٣−٣٣)

الحل

أبعاد المستطيل هي ل = ٥سم ، ع = ٣,٢ سم

٨) يتكون هذا السؤال من (١١) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

(١) تتحرك نقطة على خط مستقيم بحيث إنَّ المسافة (ف) بالأمتار التي تقطعها في زمن قدره (ن) ثانية هي: ف(ن) = ٦ن^{٢} − ن^{٣} + ١٣، المسافة ف عندما يصبح التسارع صفرًا هي:

أ) ١٤ م　　ب) ١٨ م

جـ) ٢٩ م ✓　　د) ٣٤ م

منهاجي

(٢) معدل تغير حجم كرة بالنسبة إلى طول نصف قطرها عندما يكون طول نصف قطرها ٥سم يساوي:

أ) ١٠٠ سم^{٣}/سم　　ب) ٤ π سم^{٣}/سم

جـ) ٢٠ π سم^{٣}/سم　　د) ١٠٠π سم^{٣}/سم ✓

منهاجي

(٣) وعاء على شكل مخروط دائري قائم رأسه إلى أسفل، ارتفاعه ١٦سم، وطول نصف قطر قاعدته ٤سم، صُبَّ الماء فيه بمعدل ٢ π سم^{٣}/ث، فإنَّ معدل تغير ارتفاع الماء فيه في اللحظة التي يكون ارتفاع الماء ٨سم يساوي:

أ) $\frac{١}{٢}$ سم/ث ✓　　ب) ٢ سم/ث

جـ) $\frac{١}{٨}$ سم/ث　　د) $\frac{١}{\pi ٢}$ سم/ث

منهاجي

(٤) إذا كان ق(س) = ١٢ س + ٦(م − ٢)س^{٢} فإنَّ قيم م التي تجعل منحنى الاقتران ق مقعرًا للأسفل:

أ) $[٢ ، \infty)$ ب) $(-\infty ، ٢]$

جـ) $(٢ ، \infty)$ د) $(-\infty ، ٢)$ ✓

(٥) إذا كان لمنحنى الاقتران ق(س) = جا ٤س نقطة انعطاف عند س = $\frac{\pi}{٤}$ فإنَّ ميل المماس عندها يساوي:

أ) −٤ ✓ ب) ٤

جـ) −٢ د) −١

(٦) إذا كان ق(س) = $\frac{س^{٢} - ٢س + ١}{س^{٢}}$ فإنَّ منحنى الاقتران ق متناقص على الفترة:

أ) $(-\infty ، ٠)$ ب) $(١ ، \infty)$

جـ) $[٠ ، ١]$ د) $(٠ ، ١]$ ✓

(٧) الشكل (٣−٣٤) يمثل منحنى قً (س) للاقتران ق كثير الحدود المعرف على ح،

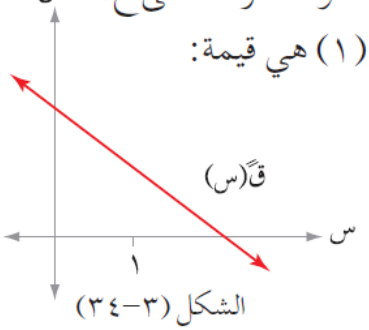
إذا كان للاقتران ق نقطة حرجة عند (١ ، ق(١))، فإنَّ ق(١) هي قيمة:

أ) عظمى محلية

ب) عظمى مطلقة

جـ) صغرى مطلقة

د) صغرى محلية ✓



الشكل (٣−٣٤)

(٨) إذا كان ق(س) = $\sqrt[٣]{س^{٢}}$: س ∈ $[-١ ، ١]$ ، فإنَّ للاقتران ق قيمة صغرى مطلقة عند النقطة:

أ) $(-١ ، ١)$ ب) $(١ ، ١)$

جـ) $(٠ ، ٠)$ ✓ د) $(١ ، ٠)$

(٩) يُراد صنع علبة مفتوحة من الأعلى من قطعة كرتون مستطيلة الشكل أبعادها ١٦ سم، ٣٠ سم وذلك بقص مربعات متساوية من زواياها الأربع طول كلٍّ منها (س) وحدة ، ثم طيّ الجوانب للأعلى، ما قيمة س التي تجعل حجم العلبة أكبر ما يمكن؟

أ) ١٢ سم ب) $\frac{١٠}{٣}$ سم ✓

جـ) ١٠ سم د) ٨ سم

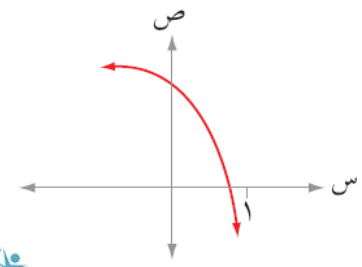
(١٠) إذا كان ق(س) = جتاس − جاس: س ∈ $[٠ ، \pi]$ فإنَّ قيمة س التي يكون للاقتران عندها قيمة صغرى مطلقة هي:

أ) ٠ ب) $\frac{\pi}{٤}$

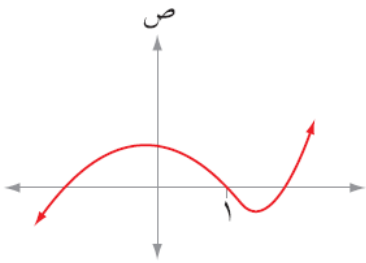
جـ) $\frac{\pi}{٢}$ د) $\frac{\pi ٣}{٤}$ ✓

(١١) أي المنحنيات في الشكل (٣–٣٥) يمثل رسم الاقتران ق الذي فيه قَ (٠) > ٠، قَ (١) < ٠ ، قً(س) سالبة دائمًا:

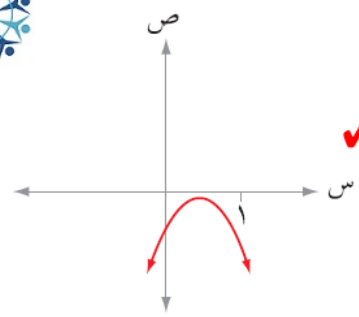
أ)



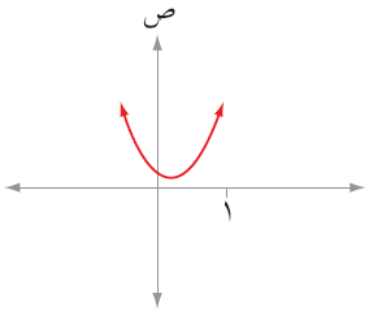
ب)



جـ) ✓



د)



الشكل (٣–٣٥)