إجابات تدريبات الدرس

تطبيقات القيم القصوى - إجابات دليل المعلم

تدريب ١

مجموع عدد مع مثلي عدد آخر يساوي ٤٠، جد العددين بحيث يكون حاصل ضربهما أكبر ما يمكن مستخدمًا تطبيقات التفاضل.

الحل

العلاقة : س + ٢ص = ٤٠ ، ق = س × ص

العدد الأول = ٢٠

العدد الثاني = ١٠

تدريب ٢

صفيحة من الورق مستطيلة الشكل مساحتها ١٢٨ سم^{٢}، يراد طباعة إعلان عليها، إذا كان عرض كلٍّ من الهامشين في رأس الورقة وأسفلها ١سم، وفي كلٍّ من الجانبين $\frac{١}{٢}$ سم، فجد بُعدَيْ الورقة بحيث تكون المساحة المطبوعة أكبر ما يمكن.

الحل

العلاقة مساحة المستطيل مع الرسم

العرض = ٤ سم

الطول = ٣٢ سم

تدريب ٣

يقع المستطيل أ ب جـ د في المنطقة المحصورة بين منحنى ق(س)=س^{٢} − ٤س + ٤ والمستقيم ص= ٤ بحيث يقع رأساه أ، ب على منحنى ق، ورأساه الآخران جـ، د على المستقيم ص= ٤، جد بُعدَيْ المستطيل أ ب جـ د لتكون مساحته أكبر ما يمكن.

الحل

العلاقة : مساحة المستطيل المحصورة (م = ٢ (س^{٣} − ٦س^{٢} + ٨س))

س = ٢ + $\sqrt{\frac{٢}{٣}}$ سم

تدريب ٤

نحتاج إلى قص لوح خشبي، على شكل مثلث متطابق الضلعين، طول كلٍّ منهما ٨سم، إذا كانت زاوية رأس المثلث هـ متغيرة، فجد قياس الزاوية هـ التي تجعل مساحة المثلث أكبر ما يمكن.

الحل

العلاقة : قانون مساحة المثلث $= \frac{١}{٢} \times ٦ \times ٤ \times$ جا هـ

قياس الزاوية هـ $= \frac{\pi}{٢}$

تدريب ٥

جد حجم أكبر مخروط دائري قائم يمكن وضعه داخل مخروط دائري قائم، طول نصف قطر قاعدته ٦ سم، وارتفاعه ١٢ سم، بحيث يقع رأس المخروط الداخلي على مركز قاعدة المخروط الخارجي.

الحل

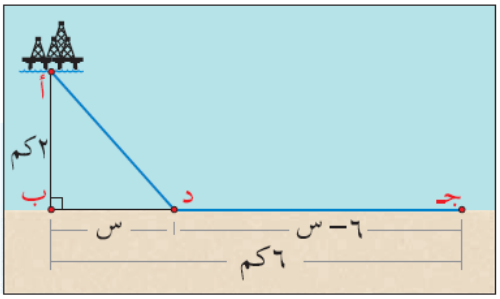
حجم المخروط $= \frac{\pi ٦ ٤}{٣}$ سم^{٣}

تدريب ٦

يقع حقل نفط في البحر عند النقطة أ التي تبعد ٢ كم عن أقرب نقطة ب على الساحل، وأردنا أن نضخَّ البترول من الحقل إلى المصفاة التي تقع عند النقطة جـ على الساحل، وتبعد ٦ كم من ب وذلك بواسطة أنابيب في البحر على خط مستقيم حتى النقطة د على الساحل، ثم بواسطة أنابيب على اليابسة على خط مستقيم من د إلى جـ ، على فرض أنَّ الأنابيب في البحر وفي اليابسة في مستوى واحد، إذا كانت تكلفة الأنابيب تحت سطح البحر ٥٠٠٠٠٠ دينار لكلِّ كيلومتر وعلى اليابسة ٣٠٠٠٠٠ دينار لكل كيلومتر، فأجب عما يأتي:

١) أين يجب أن تكون د لتحقق أقل تكلفة ممكنة؟

٢) أين يجب أن تكون د لتحقق أكبر تكلفة ممكنة؟



الشكل (٣–٢٥)

الحل

العلاقة : مبرهنة فيثاغورس

أقل تكلفة عندما س $= \frac{٣}{٢}$ كم

أكبر تكلفة عندما س $= ٦$ كم