

إجابات تمارين ومسائل الدرس

التقعر - إجابات دليل المعلم

(١) حدد فترات التقعر إلى الأعلى والتقعر إلى الأسفل لكل من منحنيات الاقتارات الآتية:

أ) $ق(س) = س + \frac{٤}{س}$

ب) $ق(س) = \sqrt[٢]{١٦س - س^٢}$

س $\in [-٤، ٤]$ ،

س > ٢ ،

س ≤ ٢ ،



ج) $ق(س) = \left. \begin{matrix} ١ - س^٢ \\ س - ٥ \end{matrix} \right\}$

د) هـ $ق(س) = \left(\frac{١ - س}{س} \right)^٢$



هـ) $ق(س) = جتاس - جاس + ١$ ، س $\in [٠، \pi]$

الحل

أ) منحنى الاقتاران ق مقعر للأسفل في الفترة $(-\infty، ٠)$

منحنى الاقتاران ق مقعر للأعلى في الفترة $(٠، \infty)$



ب) منحنى الاقتاران ق مقعر للأسفل في الفترة $(-٤، ٤)$

ج) منحنى الاقتاران ق مقعر للأعلى في الفترة $(-\infty، ٢)$

د) منحنى الاقتاران ق مقعر للأعلى في الفترتين $(٠، \infty)$ ، $(٠، \frac{٣}{٢})$

منحنى الاقتاران ق مقعر للأسفل في الفترة $(\frac{٣}{٢}، \infty)$



هـ) منحنى الاقتاران ق مقعر للأعلى في الفترة $(\frac{\pi}{٤}، \pi)$

منحنى الاقتاران ق مقعر للأسفل في الفترة $(٠، \frac{\pi}{٤})$

(٢) حدد نقط الانعطاف (إن وجدت) لكل من منحنيات الاقتارات الآتية:

أ) $ق(س) = س^3 - ٦س^٢ + ٩س + ٢$ ، $س \in ح$

ب) $ق(س) = س^٣ - \frac{٢}{٣}س - \frac{١}{٣}$ ، $س \in ح$

ج) $ق(س) = س^{\frac{٣}{٥}}$ ، $س \in ح$ منهاجي

د) $ق(س) = س - ظا س$ ، $س \in (-\frac{\pi}{٢}, \frac{\pi}{٢})$

الحل

أ) للاقتار $ق$ نقطة انعطاف عند $س = ٢$ هي $(٢, ٤)$ منهاجي

ب) للاقتار $ق$ نقطتي انعطاف عند $س = ٠$ ، $س = ١$ هما $(٠, ٠)$ ، $(١, ٠)$

ج) للاقتار $ق$ نقطة انعطاف عند $س = ٠$ هي $(٠, ٠)$ منهاجي

د) للاقتار $ق$ نقطة انعطاف عند $س = ٠$ هي $(٠, ٠)$

(٣) جد القيم العظمى والقيم الصغرى المحلية لكل من الاقتارات الآتية، باستخدام اختبار المشتقة الثانية، إن أمكن ذلك:

أ) $ق(س) = س - جاس - جتاس$ ، $س \in [\pi, ٢]$ منهاجي

ب) $ق(س) = س^٤$ ، $س \in ح$

ج) $ق(س) = ٤ - |س - ٢| - |س + ١| + س$ ، $س \in ح$ منهاجي

د) $ق(س) = س^٢ + \frac{١٢٨}{س}$ ، $س \neq ٠$

الحل

أ) للاقتار $ق$ قيمة صغرى محلية عند $س = \frac{\pi}{٤}$ هي $ق(\frac{\pi}{٤}) = -\sqrt{٢}$ منهاجي

ب) للاقتار $ق$ قيمة عظمى محلية عند $س = \frac{\pi}{٤}$ هي $ق(\frac{\pi}{٤}) = \sqrt{٢}$

ب) يفشل اختبار المشتقة الثانية، ومن اختبار المشتقة الأولى نجد أن للاقتار $ق$ قيمة صغرى محلية عند $س = ٠$ هي $ق(٠) = ٠$

ج) يفشل اختبار المشتقة الثانية، ومن اختبار المشتقة الأولى نجد أن للاقتار $ق$ قيمة عظمى محلية

عند $س = ٢$ هي $ق(٢) = ١ -$ منهاجي

د) للاقتار $ق$ قيمة صغرى محلية عند $س = ٤$ هي $ق(٤) = ٨$

(٤) عيّن قاعدة الاقتران ق(س) = أس^٣ + ب س^٢ + ج س + د ، (أ ≠ ٠ ، ب ، ج ، د أعداد حقيقية) الذي يمر بمنحناه بالنقطة (١ ، ٥) ، ومعادلة المماس لمنحناه عند نقطة الانعطاف (٢ ، ١) ، هي :

ص = ٣س - ٧ = ٠ الحل

ق(س) = -س^٢ + ٦س - ١٥ = ٠

(٥) إذا كان ق(س) = $\frac{1}{س}$ ، هـ(س) = س^{١/٣} فأجب عما يأتي :

منهاجي

أ) قارن مجالات التقعر لكلٍّ من الاقترانين ق ، هـ .

ب) جد قيم س التي يكون عندها كلٌّ من الاقترانين ق ، هـ غير متصل .

ج) جد نقط الانعطاف لكلٍّ من الاقترانين ق ، هـ إن وُجدت .

الحل

منهاجي

منحنى ق(س) مقعر للأعلى في الفترة (٠ ، ∞)

منحنى ق(س) مقعر للأسفل في الفترة (-∞ ، ٠)

لا يوجد لمنحنى ق نقطة انعطاف عند س = ٠ ؛ لأن ق غير معرف عند س = ٠ .

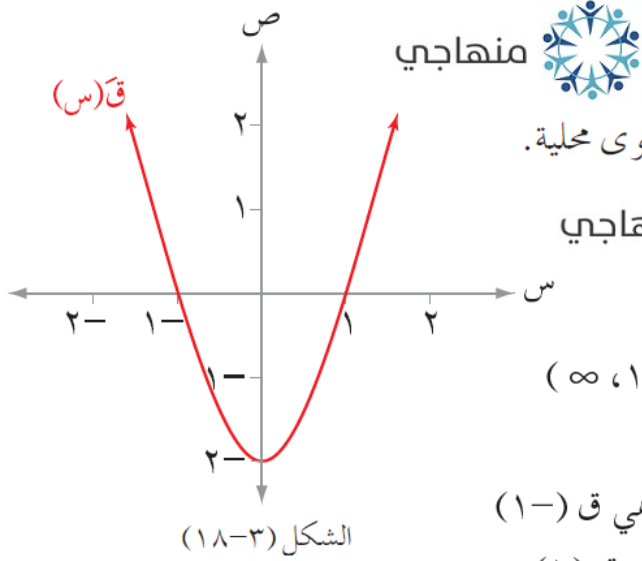
منهاجي

منحنى هـ(س) مقعر للأسفل في الفترة (٠ ، ∞)

منحنى هـ(س) مقعر للأعلى في الفترة (-∞ ، ٠)

للاقتران هـ(س) نقطة انعطاف عند س = ٠ هي (٠ ، ٠)

٦) يمثل الشكل (١٨-٣) منحنى $ق(س)$ ، للاقتران $ق(س)$ المعروف على ح. اعتمد على ذلك في الإجابة عن الأسئلة الآتية:



منهاجي

أ) عيّن مجالات التزايد والتناقص للاقتران $ق$.

ب) عيّن قيم $س$ التي يكون للاقتران عندها قيم قصوى محلية.

ج) عيّن مجالات التقعر للاقتران $ق$.

د) عيّن نقط الانعطاف للاقتران $ق$.

الحل

أ) $ق(س)$ متزايد في الفترتين $(-\infty, 1]$ ، $[1, \infty)$

$ق(س)$ متناقص في الفترة $[1, 1]$

ب) للاقتران $ق$ قيمة عظمى محلية عند $س = -1$ هي $ق(-1)$

للاقتران $ق$ قيمة صغرى محلية عند $س = 1$ هي $ق(1)$

ج) منحنى $ق$ مقعر للأعلى في الفترة $(-\infty, 0]$

منهاجي

منحنى $ق$ مقعر للأسفل في الفترة $[0, \infty)$

د) للاقتران نقطة انعطاف عند $س = 0$ هي $(0, 0)$