

إجابات تمارين ومسائل الدرس

المعدلات المرتبطة بالزمن - إجابات دليل المعلم

(١) مكعب من الثلج يتناقص طول ضلعه بمعدل ٠,٠٠٠١ سم/ث، جد معدل التغير في كلٍّ من حجمه ومساحته الكلية؛ عندما يكون طول ضلعه ١٠ سم.



الحل

$$(١) \quad \frac{dV}{dt} = -0.0001 \text{ سم}^3/\text{ث} \quad \frac{dS}{dt} = -0.0012 \text{ سم}^2/\text{ث}$$

(٢) يرتكز سلم طوله ٥ أمتار بطرفه العلوي على حائط عمودي، وبطرفه السفلي على أرض مستوية إذا تحرك الطرف السفلي مبتعداً عن الحائط بمعدل $\frac{1}{3}$ م/ث، فجد سرعة انخفاض الطرف العلوي للسلم؛ عندما يكون طرفه السفلي على بعد ٣ م عن الحائط.



الحل

$$(٢) \quad \frac{dV}{dt} = -\frac{3}{8} \text{ م}^3/\text{ث} \quad (\text{العلاقة: مبرهنة فيثاغورس})$$

(٣) قمع على شكل مخروط دائري قائم قاعدته للأعلى، فإذا كان ارتفاع القمع ١٦ سم، وطول نصف قطر قاعدته ٨ سم، صُبَّ فيه سائل بمعدل ١٢ سم^٣/ث، جد معدل تغير مساحة سطح السائل في القمع عندما يكون ارتفاع السائل ٨ سم.



الحل

$$(٣) \quad \frac{dV}{dt} = 3 \text{ سم}^3/\text{ث} \quad (\text{العلاقات: تشابه المثلثين، حجم المخروط، مساحة الدائرة})$$

(٤) انطلقت سفيتان من الميناء نفسه في اتجاهين مختلفين على شكل خطين مستقيمين، قياس الزاوية بينهما (١٢٠°)، إذا كانت سرعة الأولى ٣٠ كم/ساعة، وسرعة الثانية ٤٠ كم/ساعة، فجد معدل تغير البعد بينهما عندما يكون بعدهما عن نقطة الانطلاق ٦ كم، ٨ كم على الترتيب.



الحل

$$(٤) \quad \frac{dD}{dt} = 10 \times \sqrt{37} \text{ كم/ساعة} \quad (\text{العلاقة: قانون جيب التمام})$$

٥) بدأت النقطتان أ، ب الحركة معاً من نقطة الأصل (م)؛ بحيث تتحرك النقطة ب على المحور السيني الموجب مبتعدة عن نقطة الأصل بسرعة ٢ سم/ث، وتتحرك النقطة أ في الربع الأول على منحنى الاقتران ق(س) = س^٢، بحيث تبقى أب دائماً عمودية على محور السينات الموجب، جد:

أ) معدل التغير في مساحة المثلث أ ب م بعد ثانية واحدة من بدء الحركة.

ب) معدل التغير في طول وتر المثلث أ ب م بعد ثانية واحدة من بدء الحركة.



الحل

أ) $\frac{dS}{ds} = \frac{32}{32} = 1$ سم/ث

ب) $\frac{dL}{ds} = \frac{196}{68} = \frac{14}{5}$ سم/ث



٦) أطلق صاروخ عمودياً لأعلى بسرعة ١٠٠ م/ث، وعلى بعد ٢٠٠ متر من نقطة انطلاق الصاروخ، كان مشاهد جالساً على الأرض ينظر إلى الصاروخ، جد معدل تغير زاوية ارتفاع نظر المشاهد عندما يكون الصاروخ على ارتفاع ٤٠٠ متر من سطح الأرض.

الحل



(العلاقة: ظل الزاوية)

$\frac{dy}{dx} = 0.1$ راد/ث

٧) بدأت نقطة الحركة على دائرة مركزها نقطة الأصل من النقطة (٥، ٠) باتجاه عكس عقارب الساعة، بحيث يزداد طول القوس الدائري الذي ترسمه النقطة في أثناء حركتها بمعدل ١٠ سم/ث، جد معدل ابتعاد النقطة المتحركة عن النقطة (٥، ٠)؛ عندما يقابل القوس الذي ترسمه النقطة زاوية

مركزية مقدارها $\frac{\pi}{3}$ راد.



الحل

$\frac{dy}{dx} = 5 \times \sqrt{3} = 8.66$ سم/ث

٨) تتمدد أضلاع مربع بمعدل ٤ سم/ث، رُسِمت دائرة حول المربع بحيث تلامس رؤوسه، وأخذت تتمدد مع المربع بحيث تبقى محافظة على شكلها ووضعها، جد معدل التغير في مساحة المنطقة المحصورة بين الدائرة والمربع، عندما يكون طول ضلع المربع ١٠ سم.



الحل

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d(\pi R^2 - a^2)}{dt} = \frac{2\pi R \frac{dR}{dt} - 2a \frac{da}{dt}}{dt} = \frac{2\pi R \cdot 4 - 2 \cdot 10 \cdot 4}{dt} = \frac{8\pi R - 80}{dt}$$

(العلاقات: مساحة الدائرة، مساحة مربع)

٩) مصعدان كهربائيان مستقران في الطابق الأرضي، المسافة الأفقية بينهما ٨ أمتار، بدأ المصعد الأول يرتفع إلى الأعلى بسرعة ٢ م/ث ، وبعد ثانيتين بدأ المصعد الثاني في الارتفاع بسرعة ١ م/ث . جد معدل تغير المسافة بين المصعدين بعد ثانيتين من بدء حركة المصعد الثاني.



الحل

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d(\sqrt{a^2 + b^2})}{dt} = \frac{a \frac{da}{dt} + b \frac{db}{dt}}{dt} = \frac{8 \cdot 0 + 8 \cdot 1}{dt} = \frac{8}{dt}$$

(العلاقة: المسافة بين النقطتين)