إجابات تمارين ومسائل الدرس

اقتران اللوغاريتم الطبيعي - إجابات دليل المعلم

١) جد المشتقة الأولى لكلٍّ من الاقترانات الآتية:

أ) $\text{ق}(\text{س}) = \text{لــو}_{\text{هـ}}\, ٢\text{س}$

ب) $\text{ق}(\text{س}) = \text{لــو}_{\text{هـ}}\, \text{جا}^{٣}\, ٥\text{س}$

جـ) $\text{ق}(\text{س}) = \text{لــو}_{\text{هـ}} \left|\text{س}^{٢} + ٤\text{س} - ٥\right|$

د) $\text{ق}(\text{س}) = \text{لــو}_{\text{هـ}} (\text{س}^{٢} + ٥\text{س} + ٣)$

هـ) $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣}\, \text{لــو}_{\text{هـ}}\, \text{س}$

و) $\text{ق}(\text{س}) = \text{لــو}_{\text{هـ}} (٢ + \sqrt{\text{س}})$

ز) $\text{ق}(\text{س}) = \text{لــو}_{\text{هـ}}\, \text{س}^{٣}\, \text{ظاس}$

ح) $\text{ق}(\text{س}) = \text{لــو}_{\text{هـ}} \left(\frac{\text{س}}{\text{س}^{٢} + ١}\right)$

ط) $\text{ق}(\text{س}) = (\text{لــو}_{\text{هـ}}\, \text{س})^{٣}$

ي) $\text{ق}(\text{س}) = \text{لــو}_{\text{هـ}} \frac{(٤\text{س}^{٢} + ٥)^{٦}}{(٧ - ٢\text{س})^{٥}}$

ك) $\text{ق}(\text{س}) = \text{لــو}_{\text{هـ}} \sqrt[٣]{٥\text{س}^{٣} + ٤\text{س}}$

ل) $\text{ق}(\text{س}) = \text{ظا}(\text{لــو}_{\text{هـ}}\, \text{س})$

الحل

أ) $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{١}{\text{س}}$

ب) $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ١٥\, \text{ظتا}٥\text{س}$

جـ) $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{٢\text{س} + ٤}{\text{س}^{٢} + ٤\text{س} - ٥}$

د) $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{٢\text{س} + ٥}{\text{س}^{٢} + ٥\text{س} + ٣}$

هـ) $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{س}^{٢} (١ + ٣\, \text{لــو}_{\text{هـ}}\, \text{س})$

و) $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{١}{٤\sqrt{\text{س}} + ٢\text{س}}$

ز) $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{٣}{\text{س}} + \frac{\text{قا}^{٢}\text{س}}{\text{ظاس}}$

ح) $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{١}{\text{س}} - \frac{٢\text{س}}{\text{س}^{٢} + ١}$

ط) $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{٣}{\text{س}} (\text{لــو}_{\text{هـ}}\, \text{س})^{٢}$

ي) $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{٤٨\text{س}}{٤\text{س}^{٢} + ٥} + \frac{١٠}{٧ - ٢\text{س}}$

ك) $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{١٥\text{س}^{٢} + ٤}{١٥\text{س}^{٣} + ١٢\text{س}}$

ل) $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{قا}^{٢}(\text{لــو}_{\text{هـ}}\, \text{س})}{\text{س}}$

٢) إذا كان ق(س) = لـــو$_{هـ}$ (س + $\sqrt{س^{٢}-١}$) أثبت أنَّ قَ(س) = $\frac{١}{\sqrt{س^{٢}-١}}$

الحل

$$\frac{ء ص}{ء س} = \frac{١ + \frac{٢ س}{٢\sqrt{س^{٢}-١}}}{س + \sqrt{س^{٢}-١}}$$

$$\frac{ء ص}{ء س} = \frac{١ + \frac{س}{\sqrt{س^{٢}-١}}}{س + \sqrt{س^{٢}-١}}$$

$$\frac{ء ص}{ء س} = \frac{س + \sqrt{س^{٢}-١}}{(س + \sqrt{س^{٢}-١})\sqrt{س^{٢}-١}}$$

$$\frac{ء ص}{ء س} = \frac{١}{\sqrt{س^{٢}-١}}$$

---

٣) إذا كان $\int$ (قَ(س) − س) ء س = لـــو$_{هـ}$ |قاس + ظاس| + س^{٢} فأثبت أنَّ: قَ(س) = ٣س + قاس

الحل

باشتقاق الطرفين: قَ(س) − س = $\frac{\text{قاس ظاس + قا}^{٢}\text{س}}{\text{قاس + ظاس}}$ + ٢س

قَ(س) = $\frac{\text{قاس (ظاس + قاس)}}{\text{قاس + ظاس}}$ + ٢س + س

قَ(س) = قاس + ٣س

---

٤) بيّن أنَّ الاقتران م(س) = لـــو$_{هـ}$ جاس هو معكوس لمشتقة الاقتران ق(س) = ظتاس.

الحل

ق(س) متصل على مجاله

مَ (س) = $\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}$ = ظتاس = ق(س)، إذن م(س) هو معكوس لمشتقة الاقتران ق.

---

٥) جد كلًّا من التكاملات الآتية:

أ) $\int \frac{٢س}{س^{٢}+٣}$ ءس

ب) $\int \frac{١ + جتاس}{س + حاس}$ ءس

جـ) $\int \frac{٥ + ٥ظتاس^{٢}}{ظتاس}$ ءس

د) $\int \frac{٣س^{٢}}{س^{٣}+٥}$ ءس

هـ) $\int \frac{س + ٥}{س}$ ءس

و) $\int_{٣}^{٥} \frac{س - ٢}{س^{٢}-٤}$ ءس

ز) $\int_{-١}^{٢} \frac{|٢س|}{س^{٢}+١}$ ءس

ح) $\int \frac{جا٣س}{١ + جتا٣س}$ ءس

ط) $\int \frac{٢س - ١}{س(س - ١)}$ ءس

ي) $\int ظاس$ ءس

منهاجي

الحل

أ) $لـــو_{هـ}|س^{٢}+٣| + جـ$

ب) $لـــو_{هـ}|س + جاس| + جـ$

جـ) $-٥لـــو_{هـ}|ظتاس| + جـ$

د) $لـــو_{هـ}|س^{٣}+٥| + جـ$

هـ) $س+٥لـــو_{هـ}|س| + جـ$

و) $لـــو_{هـ}٧ - لـــو_{هـ}٥$

ز) $لـــو_{هـ}٢ + لـــو_{هـ}٥$

ح) $\frac{-١}{٣}لـــو_{هـ}|١ + جتا٣س| + جـ$

ط) $لـــو_{هـ}|س^{٢} - س| + جـ$

ي) $-لـــو_{هـ}|جتاس| + جـ$

---

٦) جد معكوسًا لمشتقة كلٍّ من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = $(\frac{٢س}{س^{٢}+٤})$

ب) ق(س) = $(\frac{٣جتا٣س}{٥ + جا٣س})$

الحل

أ) م(س) = $لـــو_{هـ}|س^{٢}+٤| + جـ$

ب) م(س) = $لـــو_{هـ}|٥ + جا٣س| + جـ$