

إجابات تمارين ومسائل الدرس

التكامل المحدود - إجابات دليل المعلم

(١) احسب قيمة كلٍّ من التكاملات الآتية:

$$\begin{array}{lll}
 \text{أ) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x} dx & \text{ب) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (x^2 - |x-1|) dx & \text{ج) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \tan^2 x dx \\
 \text{د) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (x + \tan x) dx & \text{هـ) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{1 + \tan^2 x}}{\tan x + \sec x} dx & \text{و) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (9 - x^2)^{\circ} dx \\
 \text{ز) } \int_{-1}^2 (x-1)(x^2 + x + 1) dx & \text{ح) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{x} (\sqrt{x} + 2)^2 dx & \text{ط) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{x^2(1-x)} dx \\
 \text{ي) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2 - 4x + 5}{x^2} dx & \text{ك) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{9x^2 - 2x + 1} dx & \text{ل) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\tan x - \sec x) dx
 \end{array}$$

الحل

أ) $\frac{3}{8}$	ب) $\frac{13}{2}$	ج) $\frac{1}{2}$	د) $1 - \frac{\pi}{8}$
هـ) $\frac{\pi}{2}$	و) صفر	ز) ١٦	ح) $\frac{76}{15}$
ط) $\frac{2}{3}$	ي) $\frac{1}{3}$	ك) $\frac{11}{2}$	ل) صفر

(٢) إذا كان $Q(x) = \left(\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (4x^2 - 3x^3) dx \right)^{-1}$ ، فجد $Q(-1)$.

الحل
١١-

(٣) إذا كان $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 2x dx = -30$ ، حيث $B \in C$ ، فجد قيمة الثابت B .

الحل
 $B = 5, -3$

منهاجي

الحل

منهاجي

الحل



الخل

منهاجي 

الحل

منهاجي

الحل

$$\frac{17-}{6}$$

٩ (دون حساب تكامل المقدار $\int_0^{\pi} \frac{1}{3 + 2\cos x} dx$ وس بين أن

$$\frac{\pi}{2} \geq \int_0^{\pi} \frac{1}{3 + 2\cos x} dx \geq \frac{\pi}{5}$$

الحل



$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$0 \leq \cos^2 x \leq 1$$

$$0 \leq 3 \cos^2 x \leq 3$$

$$2 \leq 3 + 2 \cos^2 x \leq 5$$



$$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{3 + 2 \cos^2 x} \leq \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \geq \frac{1}{3 + 2 \cos^2 x} \geq \frac{1}{5}$$

$$\int_0^{\pi} \frac{1}{5} dx \geq \int_0^{\pi} \frac{1}{3 + 2 \cos^2 x} dx \geq \int_0^{\pi} \frac{1}{2} dx$$

$$\frac{\pi}{5} \geq \int_0^{\pi} \frac{1}{3 + 2 \cos^2 x} dx \geq \frac{\pi}{2}$$

١٠ (إذا علمت أن $m \geq \int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{9 - x^2} dx$ ، فجد أكبر قيمة ممكنة للثابت م ، وأصغر قيمة

ممكنة للثابت ك تحقق المتباينة دون حساب قيمة $\int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{9 - x^2} dx$

الحل



$$-3 \leq x \leq 3$$

$$0 \leq x^2 \leq 9$$

$$0 \leq 9 - x^2 \leq 9$$

$$-9 \leq 9 - x^2 \leq 9$$

$$0 \leq 9 - x^2 \leq 9$$



$$0 \leq \sqrt{9 - x^2} \leq 3$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} 0 dx \leq \int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{9 - x^2} dx \leq \int_{-\pi}^{\pi} 3 dx$$

$$m = 0 \text{ ، } k = 18$$

(١١) إذا كان ق اقتران كثير حدود من الدرجة الثانية ، وكان ق(٠) = ٥ ، ق(١) = ٤ ،

ق(٢) = ٣ ، فجد قاعدة الاقتران ق.



الحل

$$ق(س) = ٢س^٢ + س + ٥$$

(١٢) جد كثير حدود ق(س) من الدرجة الأولى بحيث ق(١) = ٤ ، ق(٢) = ٢



الحل

$$ق(س) = -٥س + ٦$$