إجابات أسئلة الدرس

تطبيقات اقتصادية على التفاضل

١) إذا كان اقتران الإيراد الكلي للمبيعات هو د(س) = ٨٠س + س^{٢} دينار، واقتران التكلفة الكلية هو ك(س) = ٤٠ + ١٦٠س دينار، حيث س عدد الوحدات المنتجة من سلعة ما، فجد الربح الحدي.

الحل:

ر (س) = د (س) – ك (س)

ر (س) = ٨٠ س + س^{٢} – (٤٠ + ١٦٠ س)

= ٨٠ س + س^{٢} – ٤٠ – ١٦٠ س

ر (س) = س^{٢} – ٨٠ س – ٤٠

رَ(س) = ٢ س – ٨٠ (الربح الحدي).

---

٢) ينتج مصنع للحواسيب س جهاز أسبوعيًّا. فإذا كانت تكلفة الإنتاج الكلي الأسبوعي بالدينار تعطى بالعلاقة ك(س) = ٣٠٠٠ + ٥٠س + س^{٢}، وكان سعر الجهاز الواحد ٢٥٠ دينارًا، فما عدد الأجهزة التي يجب أن يبيعها المصنع أسبوعيًّا لتحقيق أكبر ربح ممكن؟

الحل:

ك (س) = ٣٠٠٠ + ٥٠ س + س^{٢}

الإيراد = سعر الجهاز × عدد الأجهزة

د (س) = ٢٥٠ × س

رَ(س) = د (س) – ك (س)

= ٢٥٠ س – (٣٠٠٠ + ٥٠ س + س^{٢})

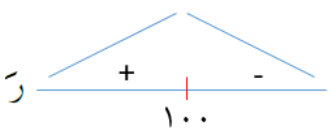
= ٢٥٠ س – ٣٠٠٠ – ٥٠ س – س^{٢}

= ٢٠٠ س – ٣٠٠٠ – س^{٢}

رَ(س) = ٢٠٠ – ٢س

٢٠٠ – ٢ س = ٠ ⇐ $\frac{٢ س}{٢} = \frac{٢٠٠}{٢}$

س = ١٠٠



قيمة عظمى عند س = ١٠٠

٣) إذا كان اقتران الإيراد الكلي للمبيعات هو د(س) = ٦٠س – س^{٢} دينار، واقتران التكلفة الكلية هو ك(س) = ٢٠ + ٨س دينار، حيث س عدد الوحدات المنتجة من سلعة ما، فجد الربح الحدي.

الحل:

ر (س) = د (س) – ك (س)

ر (س) = ٦٠ س + س^{٢} – (٢٠ + ٨ س)

= ٦٠ س + س^{٢} – ٢٠ – ٨ س

ر (س) = ٥٢ س - س^{٢} – ٢٠ – ٨ س

ر (س) = ٥٢ س – س^{٢} - ٢٠

الربح الحدي = رَ(س) = ٥٢ – ٢س

---

٤) إذا كان د(س) = ١٦س – س^{٢} – ٢٠ دينار، ك(س) = ٢س^{٢} – ٨س + ١٥ دينار، هما إيراد س من وحدات سلعة معينة وتكلفتها، فجد قيمة س التي تجعل الربح أكبر ما يمكن.

الحل:

ر (س) = د (س) – ك (س)

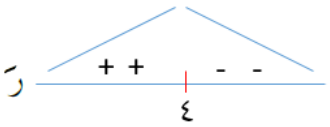
ر (س) = ١٦ س – س^{٢} – ٢٠ – (٢ س^{٢} – ٨ س + ١٥)

= ١٦ س - س^{٢} – ٢٠ - ٢ س^{٢} + ٨ س - ١٥

ر (س) = ٢٤ س – ٣ س^{٢} – ٣٥

رَ(س) = ٢٤ – ٦ س = ٠

$\frac{٦ س}{٦} = \frac{٢٤}{٦}$ ⇐ س = ٤



عند س = ٤ قيمة عظمى

---

٥) حُلَّ المسألة الواردة في بداية الدرس.

ينتج مصنع للثلاجات س ثلاجة شهريًّا. فإذا كانت تكلفة إنتاجها تعطى بالعلاقة:

ك(س) = ٣٦٠٠٠ + ٤س + س٢، وكان سعر الثلاجة الواحدة ٥٠٠ دينار، فجد عدد الثلاجات التي يجب أن يبيعها المصنع شهريًّا لتحقيق أكبر ربح ممكن.

الحل:

د (س) = عدد الثلاجات × سعر الثلاجة

= س × ٥٠٠ = ٥٠٠ س

ر (س) = د (س) – ك (س)

= ٥٠٠ س – (٣٦٠٠٠ + ٤ س + س٢)

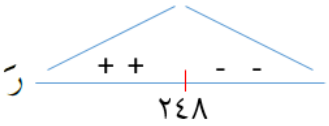
= ٥٠٠ س – ٣٦٠٠٠ – ٤س – س٢

= ٤٩٦ س – ٣٦٠٠٠ – س٢

رَ(س) = ٤٩٦ – ٢ س

٤٩٦ – ٢ س = صفر ⟸ ٢ س = ٤٩٦ ⟸ س = ٤٩٦ / ٢

س = ٢٤٨



قيمة عظمى عند س = ٢٤٨

---

٦) يبيع أحد المصانع الوحدة الواحدة من سلعة معينة بمبلغ ٩٠ دينارًا. فإذا كانت التكلفة الكلية لإنتاج س وحدة من هذه السلعة أسبوعيًّا تعطى بالعلاقة: ك(س) = ٠,٢ س٢ + ٧٠س + ١٠٠ دينار، فجد الربح الحدي.

الحل:

د (س) = ٩٠ × س

ر (س) = د (س) – ك (س)

ر (س) = ٩٠ س – (٠,٢ س٢ + ٧٠ س + ١٠٠)

ر (س) = ٩٠ س – ٠,٢ س٢ – ٧٠ س – ١٠٠

ر (س) = ٢٠ س – ٠,٢ س٢ – ١٠٠

رَ(س) = ٢٠ – ٠,٤ س (الربح الحدي)