إجابات أسئلة الدرس

التفسير الفيزيائي

١) إذا كانت ف(ن) = ن^{٣} + ٣ن^{٢} هي المسافة التي يقطعها جسيم بالأمتار بعد ن ثانية، فجد:

أ) السرعة بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة.

ب) التسارع عندما تكون السرعة ٩م/ث.

الحل

أ) السرعة بعد مرور ثانيتين ← ع (٢)

ع = ف$'$(ن) = ٣ن^{٢} + ٦ن .

ع (٢) = ٣(٢)^{٢} + ٦(٢)

= ٤×٣ = ١٢ + ٢٤

ب) التسارع عندما تكون السرعة ٩ م/ث

ع = ٣ن^{٢} + ٦ن = ٩

(صفر = ٩ - ٦ن - ٣ن^{٢}) ÷ ٣

صفر = -٣ - ٢ن + ن^{٢}

(ن - ١)(ن + ٣) = ٠

ن = ١ ⇐ ن - ١ = ٠

ن + ٣ = صفر ⇐ ن = -٣ مرفوضة (لأن يجب أن تكون موجبة)

المطلوب ت (١) .

ت = ع$'$ = ٦ن + ٦

ت (١) = ٦×١ + ٦ = ٦ + ٦ = ١٢

٢) تحرك جسيم بحيث كان بُعْده عن نقطة الأصل بالأمتار بعد ن ثانية من بدء الحركة معطى بالعلاقة: ف(ن) = ٢ن^{٢}. إذا كانت سرعته المتوسطة في الفترة الزمنية [٠، أ] تساوي سرعته اللحظية بعد مرور ٣ ثوانٍ، فجد قيمة أ.

الحل

السرعة المتوسطة = $\frac{ف(أ) - ف(٠)}{أ - ٠}$

$= \frac{٢أ^{٢} - صفر}{أ} = ٢أ = \frac{٤أ}{٢}$

السرعة اللحظية = ف′(ن) = ٤ن

ع(٣) = ٤ × ٣ = ١٢

ع(٣) = ٢أ

$\frac{١٢}{٢} = \frac{٢أ}{٢}$ أ = ٦ .

---

٣) إذا كان ف(ن) = (٢ن − ٢)^{٣} + ٤ يمثل المسافة التي يقطعها جسيم بالأمتار بعد ن ثانية، فجد السرعة المقطوعة بعد مرور ٤ ثوانٍ من بدء الحركة.

الحل

ف(ن) = (٢ن − ٢)^{٣} + ٤

ع(ن) = ف′(ن) = ٣(٢ن − ٢)^{٢} × ٢ .

ع(ن) = ٦(٢ن − ٢)^{٢} .

ع(٤) = ٦(٢ × ٤ − ٢)^{٢}

= ٦(٦)^{٢} = ٦ × ٣٦ = ٢١٦

٤) إذا مثَّل الاقتران ف(ن) المسافة التي يقطعها جسيم بالأمتار بعد ن ثانية من بدء حركته، وكان ف(ن) = ن^{٣} − ن^{٢} + ٥، فما سرعة هذا الجسيم عندما يكون تسارعه ٤ م/ث^{٢}؟

الحل

ف(ن) = ن^{٣} − ن^{٢} + ٥

ت(ن) = ٤ م/ث^{٢}

ع(ن) = ف′(ن) = ٣ن^{٢} − ٢ن

ت(ن) = ع′(ن) = ٦ن − ٢

٤ = ٦ن − ٢

٦ = ٦ن ⇐ ن = ١

المطلوب السرعة عندما ن = ١

ع(ن) = ٣ن^{٢} − ٢ن

ع(١) = ٣(١)^{٢} − ٢(١) = ٣ − ٢ = ١ م/ث.

---

٥) تحرك جسيم بحيث كان بُعْده عن نقطة الأصل معطى بالعلاقة: ف(ن) = ن^{٢} + ٤. متى تساوي سرعته المتوسطة سرعته في اللحظة التي يكون فيها الزمن ٤ ثوانٍ؟

الحل

ع = ف′ = ٢ن

ع(٤) = ٢ × ٤ = ٨

السرعة المتوسطة = $\frac{ف(ن) - ف(٠)}{ن - ٠}$

$= \frac{ن^{٢} + ٤ - ٤}{ن - ٠} = ٨$

$\frac{ن^{٢}}{ن} = ٨$

ن = ٨.

---

٦) حُلَّ المسألة الواردة في بداية الدرس.

إذا تحركت سيارة، وكان موقعها في اللحظة ن مُعرَّفًا بالاقتران: ف(ن) = ٣٠ن^{٢} − ٤ن + ٦، حيث ف المسافة التي تقطعها السيارة بالأمتار، ن الزمن بالثواني، فجد سرعة السيارة بعد مرور ٤ ثوانٍ من بدء الحركة.

الحل

ف(ن) = ٣٠ن^{٢} − ٤ن + ٦

المطلوب ع(٤).

ع(ن) = ف′(ن)

= ٦٠ن − ٤

ع(٤) = ٦٠ × ٤ − ٤ = ٢٤٠ − ٤ = ٢٣٦ م/ث