

## إجابات أسئلة الدرس

### الاشتقاق الضمني

(١) جد  $\frac{dy}{dx}$  لكل مما يأتي :

أ)  $s^2 + 4s^2 = 16$

ج)  $s^2 + 3s = s^2$

ب)  $\sqrt{s^2 + 4s^2} = 2$

د)  $(s^2 + 3s) = s^2$

الحل

أ)  $s^2 + 4s^2 = 16$

$$\frac{d}{ds} (s^2 + 4s^2) = \frac{d}{ds} 16$$

$$\frac{2s + 8s}{ds} = \frac{0}{ds}$$

ب)  $\sqrt{s^2 + 4s^2} = 2$

$$\frac{d}{ds} (\sqrt{s^2 + 4s^2}) = \frac{d}{ds} 2$$

$$(ج) \quad 3x^2 + 3x = 3x^2 + 3x$$

$$3x^2 - 3x = 3x^2 - 3x$$

$$\frac{3x^2 - 3x}{3x^2 - 3x} = \frac{3x^2 - 3x}{3x^2 - 3x}$$

$$\frac{3x^2 - 3x}{3x^2 - 3x} = 1$$

$$(د) \quad \text{حيث } (3x^2 + 3x) = 3x^2 + 3x$$

$$3x^2 + 3x = 3x^2 + 3x$$

$$\frac{3x^2 + 3x}{3x^2 + 3x} = \frac{3x^2 + 3x}{3x^2 + 3x}$$

$$\frac{3x^2 + 3x}{3x^2 + 3x} = 1$$

$$\frac{3x^2 + 3x}{3x^2 + 3x} = 1$$

(٢) جد  $\frac{y}{x}$  لكل مما يأتي :

(ب)  $4x^2 + 3y^2 = 16$

(د)  $\sqrt{y} = x + 2$

أ)  $(x^2 - 4)^2 = 4$

ج)  $x = y^2$

الحل

أ)  $x^2 - 4 = y$

$x^2 - 4 = y$

$x^2 - 4 = y$

$x^2 - 4 = y$

$x^2 - 4 = y$

$x^2 - 4 = y$

$x^2 - 4 = y$

$x^2 - 4 = y$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} - \frac{y^2 - 2}{x^3} = 0$$

$$(ب) \quad \frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} - \frac{y^2 - 2}{x^3} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2 - 2}{x^3}$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2 - 2}{x^3}$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2 - 2}{x^3}$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2 - 2}{x^3}$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2 - 2}{x^3}$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2 - 2}{x^3}$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2 - 2}{x^3}$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2 - 2}{x^3}$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2 - 2}{x^3}$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2 - 2}{x^3}$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2 - 2}{x^3}$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2 - 2}{x^3}$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2 - 2}{x^3}$$

$$(ج) \quad \begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{y}{x} \\ \frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\ln y = \ln x + C$$

$$\ln y = \ln x + C$$

$$\ln y = \ln x + C$$

$$(1 + \frac{1}{x})^x$$

$$(د) \quad \frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

(٣) جد قيمة  $\frac{y}{x}$  لكل من العلاقات الآتية عند النقط المبينة إزاء كل منها :

أ)  $8x^2 + 3y^2 = \pi$  ،  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$

ب)  $2x^2 - 3y^2 = 2$  ،  $(1, -1)$

ج)  $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$  ،  $(1, 4)$

الحل

أ)  $8x^2 + 3y^2 = \pi$  ؟  
 $16x + 6y \frac{dy}{dx} = 0$   
 $8x + 3y \frac{dy}{dx} = 0$   
 $3y \frac{dy}{dx} = -8x$   
 $\frac{dy}{dx} = \frac{-8x}{3y}$

عند  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$   
 $\frac{dy}{dx} = \frac{-8 \times \frac{\pi}{4}}{3 \times \frac{\pi}{2}} = \frac{-2\pi}{3\pi} = -\frac{2}{3}$

$\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{3}$

ب)  $2x^2 - 3y^2 = 2$   
 $4x - 6y \frac{dy}{dx} = 0$   
 $2x - 3y \frac{dy}{dx} = 0$   
 $3y \frac{dy}{dx} = 2x$   
 $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{3y}$

عند  $(1, -1)$   
 $\frac{dy}{dx} = \frac{2 \times 1}{3 \times (-1)} = -\frac{2}{3}$

ج)  $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$   
 $0 = -\frac{2}{x^2} - \frac{4}{y^2} \frac{dy}{dx}$   
 $0 = -\frac{2}{x^2} - \frac{4}{y^2} \frac{dy}{dx}$   
 $\frac{4}{y^2} \frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x^2}$   
 $\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x^2} \times \frac{y^2}{4} = -\frac{y^2}{2x^2}$

عند  $(1, 4)$   
 $\frac{dy}{dx} = -\frac{4^2}{2 \times 1^2} = -\frac{16}{2} = -8$

ب)  $2x^2 - 3y^2 = 2$   
 $4x - 6y \frac{dy}{dx} = 0$   
 $2x - 3y \frac{dy}{dx} = 0$   
 $3y \frac{dy}{dx} = 2x$   
 $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{3y}$

عند  $(1, -1)$   
 $\frac{dy}{dx} = \frac{2 \times 1}{3 \times (-1)} = -\frac{2}{3}$

ج)  $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$   
 $0 = -\frac{2}{x^2} - \frac{4}{y^2} \frac{dy}{dx}$   
 $0 = -\frac{2}{x^2} - \frac{4}{y^2} \frac{dy}{dx}$   
 $\frac{4}{y^2} \frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x^2}$   
 $\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x^2} \times \frac{y^2}{4} = -\frac{y^2}{2x^2}$

عند  $(1, 4)$   
 $\frac{dy}{dx} = -\frac{4^2}{2 \times 1^2} = -\frac{16}{2} = -8$

ج)  $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$   
 $0 = -\frac{2}{x^2} - \frac{4}{y^2} \frac{dy}{dx}$   
 $0 = -\frac{2}{x^2} - \frac{4}{y^2} \frac{dy}{dx}$   
 $\frac{4}{y^2} \frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x^2}$   
 $\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x^2} \times \frac{y^2}{4} = -\frac{y^2}{2x^2}$

عند  $(1, 4)$   
 $\frac{dy}{dx} = -\frac{4^2}{2 \times 1^2} = -\frac{16}{2} = -8$

ج)  $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$   
 $0 = -\frac{2}{x^2} - \frac{4}{y^2} \frac{dy}{dx}$   
 $0 = -\frac{2}{x^2} - \frac{4}{y^2} \frac{dy}{dx}$   
 $\frac{4}{y^2} \frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x^2}$   
 $\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x^2} \times \frac{y^2}{4} = -\frac{y^2}{2x^2}$

عند  $(1, 4)$   
 $\frac{dy}{dx} = -\frac{4^2}{2 \times 1^2} = -\frac{16}{2} = -8$

ج)  $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$   
 $0 = -\frac{2}{x^2} - \frac{4}{y^2} \frac{dy}{dx}$   
 $0 = -\frac{2}{x^2} - \frac{4}{y^2} \frac{dy}{dx}$   
 $\frac{4}{y^2} \frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x^2}$   
 $\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x^2} \times \frac{y^2}{4} = -\frac{y^2}{2x^2}$

٤) إذا كان جا(س + ص) = ص<sup>٢</sup> جتاس، فجد ص.

الحل

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

$$\begin{aligned} \text{جبا} (س + ص) (ص + ١) &= ص - \text{جاك} + \text{جباك} \times \text{ص}^٢ \text{ص} \\ \text{جبا} (س + ص) + \text{جبا} (س + ص) \text{ص} &= - \text{ص} \text{جباك} + \text{ص}^٢ \text{ص} \text{جباك} \\ \text{جبا} (س + ص) \text{ص} - \text{ص}^٢ \text{ص} \text{جباك} &= - \text{ص} \text{جباك} - \text{جبا} (س + ص) \\ \text{ص} (\text{جبا} (س + ص) - \text{ص}^٢ \text{جباك}) &= - \text{ص} \text{جباك} - \text{جبا} (س + ص) \\ \text{ص} &= \frac{- \text{ص} \text{جباك} - \text{جبا} (س + ص)}{\text{جبا} (س + ص) - \text{ص}^٢ \text{جباك}} \end{aligned}$$

٥) جد النقطة على منحنى العلاقة  $\sqrt{س} + \sqrt{ص} = ٣$  التي يكون عندها المماس أفقيًا.

الحل

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

$$\begin{aligned} ٣ &= \sqrt{ص} + \sqrt{س} \\ ٠ &= \frac{1}{\sqrt{ص}} + \frac{1}{\sqrt{س}} \\ \frac{1}{\sqrt{ص}} - \frac{1}{\sqrt{س}} &= ٠ \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{ص}} = \frac{1}{\sqrt{س}} \\ \text{المماس أفقي} &\Leftrightarrow \text{ص} = \text{س} \\ - \frac{\sqrt{ص}}{\sqrt{ص}} &= \frac{\sqrt{ص}}{\sqrt{ص}} \Leftrightarrow \sqrt{ص} = \sqrt{ص} \\ \text{نعوض} &\sqrt{ص} + \sqrt{ص} = ٣ \Leftrightarrow \sqrt{ص} = ١.٥ \\ \text{ص} &= ٢.٢٥ \end{aligned}$$

(٦) إذا كان  $v = \sqrt{2s + 1}$  فجد  $\frac{dv}{ds}$ .

الحل

$$v = \sqrt{2s + 1} \Rightarrow v^2 = 2s + 1$$

$$\frac{d}{ds} v^2 = \frac{d}{ds} (2s + 1)$$

$$\frac{2v}{1} = 2$$

(٧) إذا كان  $s = \cos v$ ، فأثبت أن  $\frac{ds}{dv} = -\sin v$ .

الحل

$$s = \cos v$$

$$\frac{ds}{dv} = -\sin v$$

$$\frac{ds}{dv} = -\sin v$$

$$\frac{ds}{dv} = -\sin v$$

$$\frac{ds}{dv} = -\sin v$$

$$\frac{ds}{dv} = -\sin v$$

(٨) إذا كان  $v = \sin s$ ، فجد  $\frac{dv}{ds}$  عند النقطة  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ .

الحل

$$v = \sin s$$

$$\frac{dv}{ds} = \cos s$$

$$\frac{dv}{ds} = \cos s$$

$$\frac{dv}{ds} = \cos s$$

$$\frac{dv}{ds} = \cos s$$

$$\frac{dv}{ds} = \cos s$$

$$\frac{dv}{ds} = \cos s$$

٩) إذا كان  $s = \cos$ ، فأثبت أن:  $s' = -s$  الحل

$$s = \cos$$

$$s' = -s$$

$$s' = -s \Rightarrow s' + s = 0$$

$$s' + s = 0 \Rightarrow s' = -s$$

$$s' = -s \Rightarrow s' = -\cos$$

$$s' = -\cos \Rightarrow s' = -s$$

١٠) إذا كان  $y = \sin x$ ، فأثبت أن:  $y' = \cos x$  الحل

$$y = \sin x$$

$$y' = \cos x$$

$$y' = \cos x \Rightarrow y' = \cos x$$

$$y' = \cos x \Rightarrow y' = \cos x$$

$$y' = \cos x \Rightarrow y' = \cos x$$

$$y' = \cos x \Rightarrow y' = \cos x$$

$$y' = \cos x \Rightarrow y' = \cos x$$

$$y' = \cos x \Rightarrow y' = \cos x$$

$$y' = \cos x \Rightarrow y' = \cos x$$

(١١) إذا كان  $s = v + v$ ، فأثبت أن:

$$(v) = 2v \quad (\text{ظنا } v - \text{قنا } v)$$

الحل

$$s = v + v$$

$$1 + v = v \quad (\text{نستعمل قاعدة})$$

$$v = v + v \cdot v + v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

$$v = v + v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

$$(v) \cdot v = v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

$$(v) \cdot v = v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

$$(v) = v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

$$(v) = v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

(١٢) إذا كان  $s = v + v$ ، فأثبت أن:

$$v = v + v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

الحل

$$s = v + v$$

$$v = v + v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

$$v = v + v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

$$v = v + v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

$$v = v + v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

$$v = v + v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

$$v = v + v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

$$v = v + v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

$$v = v + v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

$$v = v + v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

$$v = v + v \cdot v - v \cdot v \cdot v$$

$$\frac{c}{s-1} = \frac{(c'' + c')}{s-1}$$

وهو المطلوب