إجابات تدريبات الدرس

المشتقات العليا

تدريب ١

١) إذا كان ق(س) = ٥س^{٣} − ٤س^{٢} + ٦س + ١ ، فجد قً(−١).

٢) حُلَّ المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل

١) $ق'(س) = ١٥س^{٢} - ٨س + ٦$

$ق''(س) = ٣٠س - ٨$

$ق''(-١) = ٣٠(-١) - ٨ = -٣٠ - ٨ = -٣٨$

٢) $ق'(س) = (٤س^{٣} - ٣س^{٢} + ١)(٧ + ٥س^{٤}) + (٨ - ٣س^{٢})(٢٠س^{٤} - ٦س)$

$= ٤س^{٥} - ٦س^{٤} + ٨س^{٣} + ٥٦س^{٢} - ٣س^{٥} - ٢١ + ٢٠س^{٤} - ٦س$

$ق''(س) = ١٢س^{٥} + ٨٠س^{٣} - ٩س^{٤} + ٥٦س - ٢١$

$ق''(س) = ٦٠س^{٤} + ١٦٨س^{٢} - ١٨س + ٥٦$

$ق''(-١) = ٦٠ + ١٦٨ + ١٨ + ٥٦ = ٣٠٤$

ويمكن إيجاد المشتقة الثانية باستخدام قانون حاصل ضرب اقترانين.

تدريب ٢

إذا كان ق (س) = $\frac{١}{١٠}$ س^{٥} ، وكان قً (س) = أس^{٢} ، فجد قيمة الثابت أ.

الحل

$ق'(س) = \frac{١}{١٠} \times ن \times س^{ن-١}$

$ق''(س) = \frac{١}{١٠} \times ن(ن-١) \times س^{ن-٢}$

$ق'''(س) = \frac{١}{١٠} \times ن(ن-١)(ن-٢) \times س^{ن-٣}$

$\frac{١}{١٠} \times ن(ن-١)(ن-٢) \times س^{ن-٣} = ٩ س^{٢}$

$ن - ٣ = ٢ \Leftarrow$ **ن = ٥**

$٩ = \frac{١}{١٠} \times ٥(٥-١)(٥-٢) = \frac{١}{١٠} \times ٥ \times ٤ \times ٣ = ٦$

تدريب ٣

إذا كان ق (س) = $\begin{cases} س^{٣} & ، س \leq ٠ \\ ٠ & ، س > ٠ \end{cases}$ ، فأجب عن كلٍّ مما يأتي:

١) بيّن أنَّ كلًّا من قَ(٠)، قً(٠) موجودة، ثم جد قيمة كلٍّ منها.

٢) اكتب قاعدة كل من قَ (س)، قً(س) لجميع قيم س ∈ ح .

٣) بيّن أنَّ قً(س)(٠) غير موجودة.

الحل

ق متصل عند س = ٠

$ق'(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} & ، س \leq ٠ \\ ٠ & ، س > ٠ \end{cases}$

$ق'(٠)^{+} = ق'(٠)^{-} \Leftarrow ق'(٠) =$ صفر .

ق'(س) متصل عند س = ٠

$ق''(س) = \begin{cases} ٦س & ، س \leq ٠ \\ ٠ & ، س > ٠ \end{cases}$

$د'(0)^+ = د'(0)^- =$ صفر

$د(س)$ متصل عند $س =$ صفر

$$د''(س) = \begin{cases} ٦ & ، س > ٠ \\ ٠ & ، س < ٠ \end{cases}$$

$د''(0)^+ \neq د''(0)^- \Leftarrow$ $د''(0)$ غير موجودة.