

إجابات تدريبات الدرس

المتغير العشوائي المنفصل وتوزيع ذي الحدين

تدريب (١):

في تجربة إلقاء قطعتي نقد مرّة واحدة، دلّ المتغير العشوائي ع على عدد مرّات ظهور الكتابة على الوجه الظاهر:

- (١) جد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي ع.
- (٢) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ع.
- (٣) بين أنّ ل هو اقتران احتمال للمتغير العشوائي ع.

الحل:

$$\left\{ (ص ص), (ص ك), (ك ص), (ك ك) \right\} = \Omega$$

$$\text{قيم ع} = \{0, 1, 2\}$$

$$ل(س = 0) = ل(ص ص) = \frac{1}{4}$$

$$ل(س = 1) = ل(ص ك, ك ص) = \frac{2}{4}$$

$$ل(س = 2) = ل(ك ك) = \frac{1}{4}$$

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

$$\sum ل(س) = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = 1 = \frac{4}{4} \quad \text{إذن: ل هو اقتران احتمال.}$$

تدريب (٢):

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى في المجموعة:

$$\{(0, 2, 0), (0, 3, 1), (1, 2, 0), (3, 3, 0)\} \text{ ، فما قيمة الثابت ب ؟}$$

الحل:

$$1 = 0,2 + 0,3 + 0,1 + 0,3 + 0,3 + 0,6 + 0,6 + 0,4$$

$$1 = 0,6 + 0,3 + 0,6 + 0,4$$

$$0,4 = 0,3 + 0,3 + 0,4 \quad \text{ب} = 0,4 \quad \text{ب} = 0,3 \quad \text{ب} = 0,4$$

تدريب (٣):

إذا كان S متغيراً عشوائياً ذا حدين، ومعاملاه: $n = 6$ ، $p = 0.7$ ، فجد كلاً مما يأتي:

- (١) $P(S = 5)$ (٢) $P(S \leq 4)$ (٣) $P(S \geq 2)$.

الحل:

$$(١) \quad P(S = 5) = {}^6C_5 (0.7)^5 (0.3)^1 = 0.302526$$

$$= 0.302526 = 0.3 \times 0.16807 \times 6 = 0.3 \times 0.16807 \times \frac{6!}{5!1!} =$$

$$(٢) \quad P(S \leq 4) = P(S = 4) + P(S = 5) + P(S = 6)$$

$$P(S = 4) = {}^6C_4 (0.7)^4 (0.3)^2 = 0.200121$$

$$= 0.09 \times 0.2401 \times \frac{6!}{4!2!} =$$

$$= 0.324135 = 0.21609 \times \frac{6 \times 5 \times 4}{2 \times 1} =$$

$$P(S = 6) = {}^6C_6 (0.7)^6 (0.3)^0 = 0.117649 = 1 \times 0.117649 \times 1 = {}^6C_6 (0.7)^6 (0.3)^0$$

$$P(S = 5) = 0.302526 \quad (\text{من الفرع (١)})$$

$$P(S \leq 4) = 0.302526 + 0.117649 + 0.324135 = 0.744310$$

$$(٣) \quad P(S \geq 2) = P(S = 1) + P(S = 2) + P(S = 3) + P(S = 4) + P(S = 5) + P(S = 6)$$

$$P(S = 0) = {}^6C_0 (0.7)^0 (0.3)^6 = 0.000729 = {}^6C_0 (0.3)^6 (0.7)^0$$

$$P(S = 1) = {}^6C_1 (0.7)^1 (0.3)^5 = 0.010206 = 0.00243 \times 0.7 \times 6 = {}^6C_1 (0.3)^5 (0.7)^1$$

$$P(S = 2) = {}^6C_2 (0.7)^2 (0.3)^4 = 0.059535 = 0.0081 \times 0.49 \times \frac{6!}{2!4!} =$$

$$= 0.059535 = 0.003969 \times 15 = 0.003969 \times \frac{6 \times 5 \times 4}{2 \times 1} =$$

$$P(S \geq 2) = 0.059535 + 0.010206 + 0.000729 = 0.07047$$

تدريب (٤):

غرس مزارع ٧ شتلات، وكانت نسبة احتمال نجاح غرس الشتلة الواحدة هي ٦٠%. ما احتمال نجاح غرس ٣ شتلات على الأقل؟

الحل:

$$n = 7, \quad p = 0.6$$

المطلوب: $L = P(X \leq 3) = P(X = 3) + P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0)$

$$P(X = 0) = \binom{7}{0} (0.6)^0 (0.4)^7 = 0.0016384$$

$$P(X = 1) = \binom{7}{1} (0.6)^1 (0.4)^6 = 0.0197376$$

$$P(X = 2) = \binom{7}{2} (0.6)^2 (0.4)^5 = 0.037632$$

$$P(X = 3) = \binom{7}{3} (0.6)^3 (0.4)^4 = 0.0774144$$

$$L = P(X \leq 3) = P(X = 3) + P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0)$$

$$L = 0.0774144 + 0.037632 + 0.0197376 + 0.0016384 = 0.1364224$$