

إجابات أسئلة الدرس التكامل غير المحدود

السؤال الأول

جد كلا مما يأتي :

(أ) $\int \frac{1}{x} dx$

(ب) $\int \frac{dx}{x} \neq 0$

(ج) $\int (2x - 2) dx$

(د) $\int 3x^2 dx$

(هـ) $\int \frac{2-x}{x} dx$

الحل :

(أ) $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$

(ب) $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$

(ج) $\int (2x - 2) dx = x^2 - 2x + C$

(د) $\int 3x^2 dx = x^3 + C$

(هـ) $\int \frac{2-x}{x} dx = \int \left(\frac{2}{x} - 1 \right) dx = 2 \ln x - x + C$

السؤال الثاني

جد كلا مما يأتي :

(أ) $\int (10s^2 - \sqrt{s} + 3s^2) ds$: (ب) $\int (2 - s)(1 + 4s) ds$

(ج) $\int 3 \text{ ظاس جتاس دس} : (د) \int \frac{s^2 + 6s + 8}{s + 2} ds$ ، $s \neq -2$

الحل :

(أ) $\int (10s^2 - \sqrt{s} + 3s^2) ds = \int (10s^2 + 3s^2 - \sqrt{s}) ds$

$$= \frac{10s^3}{3} + \frac{3s^3}{3} - \frac{s^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + ج = \frac{10s^3}{3} + s^3 - \frac{2s^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + ج = \frac{10s^3}{3} + s^3 - \frac{4s^{\frac{3}{2}}}{3} + ج$$

(ب) $\int (2 - s)(1 + 4s) ds = \int (8s - 2 + 4s^2 - 2s) ds$

$$= \int (4s^2 - 2 + 2s) ds = \frac{4s^3}{3} - 2s + \frac{2s^2}{2} + ج = \frac{4s^3}{3} - 2s + s^2 + ج$$

(ج) $\int 3 \text{ ظاس جتاس دس} = \int \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} \times 3 \text{ جاس دس} = \int 3 \text{ جاس دس}$

(د) $\int \frac{s^2 + 6s + 8}{s + 2} ds = \int \frac{(s + 2)(s + 4)}{s + 2} ds = \int (s + 4) ds = \frac{s^2}{2} + 4s + ج$

السؤال الثالث

$$\text{جد } \frac{دص}{دس} \text{ عندما } س = ٥ , \text{ حيث } ص = \left[\frac{١ + ٤س}{س} دس , س \neq ٠ \right]$$

الحل :

نقوم باشتقاق الطرفين ،،

$$\begin{aligned} \frac{دص}{دس} &= \frac{د}{دس} \left[\frac{١ + ٤س}{س} دس \right] \\ \frac{دص}{دس} &= \frac{١ + ٤س}{س} \end{aligned}$$

(مشتقة التكامل تعطي ما داخل التكامل) ، إذن:

$$\frac{دص}{دس} \Big|_{س=٥} = \frac{١ + (٥)٤}{٥} = \frac{٢١}{٥}$$

السؤال الرابع

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان ق' (س) = ٦س - ٨س^٢ + ٥ ، وكان ق (-١) = ٢ فجد قاعدة الاقتران ق .

الحل :

$$ق (س) = \left[ق' (س) دس \right] = (٦س - ٨س^٢ + ٥) دس = ٣س^٣ - ٨س^٣ + ٥س + ج$$

$$ق (-١) = ٣(-١)^٣ - ٨(-١)^٣ + ٥(-١) + ج = ٢$$

$$٣ - ٨ + ٥ + ج = ٢ \implies -٢ + ج = ٢ \implies ج = ٤$$

السؤال الخامس

إذا كان $\int \frac{د}{دس} = دس (س) دس = ٦س^٢ - ٣س + ٥ - ٥$ ، فجد $\int (١) دس$.

الحل :

نقوم باشتقاق الطرفين ،،

$$\frac{د}{دس} = دس (س) دس = ٦س^٢ - ٣س + ٥ - ٥$$

$$\int \frac{د}{دس} = \int دس (س) دس = \int (٦س^٢ - ٣س + ٥ - ٥) دس = ٢س^٣ - \frac{٣}{٢}س^٢ + ٥س - ٥ + ك = ١٨ = \int (١) دس$$

السؤال السادس

إذا كان $\int \frac{د}{دس} = دس (س) دس = ٥س - ٢س + ٥ - ٥$ ، وكان $\int (٢) دس = ٤$ ، فجد قيمة $\int (١) دس$.

الحل :

$$\int \frac{د}{دس} = دس (س) دس = ٥س - ٢س + ٥ - ٥$$

$$\int (٢) دس = ٤ \Rightarrow \int (٥س - ٢س + ٥ - ٥) دس = ٤ \Rightarrow ٥ \cdot \frac{٢}{٢} - \frac{٢}{٣} \cdot \frac{٢}{٢} + ٥ \cdot ٢ - ٥ = ٤ \Rightarrow ٥ - \frac{٢}{٣} + ١٠ - ٥ = ٤ \Rightarrow ١٠ - \frac{٢}{٣} = ٤ \Rightarrow ١٠ = ٤ + \frac{٢}{٣} = ١٠ \frac{٢}{٣}$$

$$\therefore \int (١) دس = ١٠ + ٥س - ٢س = ١٠ + ٥(١) - ٢(١) = ١٠ + ٥ - ٢ = ١٣$$

لفهم إجابات أسئلة درس التكامل غير المحدود ، شاهد الفيديو

السؤال السابع

إذا كان $\int \frac{د}{دس} = دس (س) دس = ٥س - ٢س + ٥ - ٥$ ، وكان $\int (٢) دس = ١٠$ ، فجد قيمة $\int (١) دس$.

الحل :

$$\int \frac{د}{دس} = دس (س) دس = ٥س - ٢س + ٥ - ٥$$

$$\int (٢) دس = ١٠ \Rightarrow \int (٥س - ٢س + ٥ - ٥) دس = ١٠ \Rightarrow ٥ \cdot \frac{٢}{٢} - \frac{٢}{٣} \cdot \frac{٢}{٢} + ٥ \cdot ٢ - ٥ = ١٠ \Rightarrow ٥ - \frac{٢}{٣} + ١٠ - ٥ = ١٠ \Rightarrow ١٠ - \frac{٢}{٣} = ١٠ \Rightarrow ١٠ = ١٠ + \frac{٢}{٣} = ١٠ \frac{٢}{٣}$$

$$\therefore \int (١) دس = ١٠ + ٥س - ٢س = ١٠ + ٥(١) - ٢(١) = ١٠ + ٥ - ٢ = ١٣$$

$$\therefore \int (١) دس = ١٣ - ٢س + ٥س = ١٣ - ٢(١) + ٥(١) = ١٣ - ٢ + ٥ = ١٦$$

السؤال الثامن

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان ق' (س) = $\frac{س^2 + 6س + 8}{س}$ ، س $\neq$ صفرا ، وكان ق (١) = ١٢ ، فجد قاعدة الاقتران ق.

الحل :

$$\begin{aligned} \text{ق (س)} &= \int \text{ق' (س) د س} = \int \frac{س^2 + 6س + 8}{س} د س \\ &= \int \left(س + \frac{6}{س} + \frac{8}{س} \right) د س = \int \left(س + \frac{14}{س} \right) د س \\ &= \frac{س^2}{2} + 14 \ln |س| + ج \\ \text{ق (١)} &= 12 = \frac{1^2}{2} + 14 \ln |1| + ج \\ 12 &= \frac{1}{2} + 0 + ج \\ ج &= 12 - \frac{1}{2} = \frac{24}{2} - \frac{1}{2} = \frac{23}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ق (س)} = \frac{س^2}{2} + 14 \ln |س| + \frac{23}{2}$$