

إجابات تمارين ومسائل الدرس

النقطة الحرجة

(١) جد النقط الحرجة لكل من الاقترانات الآتية:

أ) $(س) ق = س^4 - ٤س + ١$ ، $س \in [-٢، ٢]$

ب) $(س) ق = جاس + جتاس$ ، $س \in [٠، \pi٢]$

ج) $(س) ق = س^٢ |س - ١|$ ، $س \in [-٣، ٢]$

د) $(س) ق = \sqrt{جتاس^٢}$ ، $س \in [٠، \pi]$

هـ) $(س) ق = \begin{cases} س^٢ + ١ \\ س^٢ \end{cases}$ ، $١ \geq س \geq ٢ -$ ، $٢ \geq س \geq ١$ ،

الحل

أ) $ف(س) = س^4 - ٤س + ١$ ، $س \in [-٢، ٢]$

$ف'(س) = ٤س^٣ - ٤ = ٠$

$ف'(س) = ٤س^٣ - ٤ = ٠ \Rightarrow ٤س^٣ = ٤ \Rightarrow س^٣ = ١ \Rightarrow س = ١$

$س = ١$

النقاط الحرجة :

$(١، ٠)$ ، $(٢، ٩)$ ، $(-٢، ٥)$

ب) $\forall (s) = \text{جاس} + \text{جتاس}, s \in [\pi/2, 0]$
 $\overline{\forall} (s) = \text{جتاس} - \text{جاس}$
 $\overline{\forall} (s) = \text{جتاس} - \text{جاس} = 0 \leftarrow \text{جتاس} = \text{جاس}$
 $s = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$
 النقاط الحرجة :

$(1, \pi/2), (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{4}, 0), (1, 0)$
 ج) $\forall (s) = s^2 |s-1|, s \in [-3, 2]$
 $s = 1 \leftarrow 0 = 1 - s$

$\overleftrightarrow{s-1} \quad \overleftrightarrow{s-1}$

$\forall (s) = \left. \begin{array}{l} s^2 - s^3, s \geq 3 \\ s^3 - s^2, s \geq 1 \end{array} \right\}$
 $\overline{\forall} (s) = \left. \begin{array}{l} s^2 - s^3, s > 3 \\ s^3 - s^2, s > 1 \end{array} \right\}$
 $\forall_+ (1) \neq \forall_- (1) \leftarrow \forall (1)$ غير موجودة

$\overline{\forall} (s) = 0 \leftarrow s = \frac{\pi}{2}$
 النقاط الحرجة :
 $(0, 0), (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}), (0, 1), (4, 2), (36, 3)$

د) $\forall (s) = \sqrt{\text{جتاس}^2 s}, s \in [\pi, 0]$
 $\forall (s) = |\text{جتاس}|$
 $\overleftrightarrow{\text{جتاس} - \frac{\pi}{2}} \quad \overleftrightarrow{\text{جتاس} - \frac{\pi}{2}}$
 $\frac{\pi}{2} = s \leftarrow 0 = \text{جتاس}$

$\forall (s) = \left. \begin{array}{l} \text{جتاس}, s \geq 0 \\ \text{جتاس} - \pi, s \geq \frac{\pi}{2} \end{array} \right\}$
 $\overline{\forall} (s) = \left. \begin{array}{l} \text{جاس}, s > 0 \\ \text{جاس}, s > \frac{\pi}{2} \end{array} \right\}$
 النقاط الحرجة :
 $(0, \frac{\pi}{2}), (1, \pi), (1, 0)$

هـ) $\forall (s) = \left. \begin{array}{l} s^2 + 1, s \geq 2 \\ s^2, s \geq 1 \end{array} \right\}$
 $\overline{\forall} (s) = \left. \begin{array}{l} s^2, s > 2 \\ s^2, s > 1 \end{array} \right\}$
 $\forall (s)$ متصل عند $s = 1$ و قابل للأشتقاق
 النقاط الحرجة : $(4, 2), (5, 2), (1, 0)$

(٢) جد قيم أ، ب التي تجعل للاقتران ق(س) = س^٣ + أس^٢ + ب س نقطتين حرجيتين عند س = -١، س = ٣.



الحل

$$ق'(س) = (س) = ٣س^٢ + ٢س + ب$$

$$ق'(-١) = ٠ = ٣ - ٢ + ب = ١$$

$$١ - ٣ = -٢ = ب$$

$$ق'(٣) = ٠ = ٢٧ + ٦ + ب = ٣٣$$

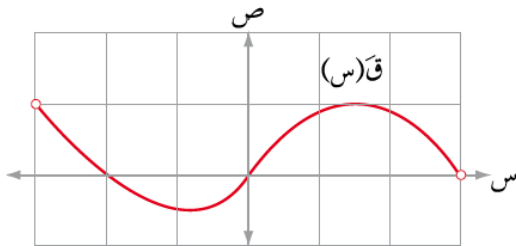
$$٢٧ - ٦ = ٢١ = ب$$

$$٢١ - ٢١ = ٠ = ب$$

$$٢١ - ٣ = ١٨ = ب$$

$$١٨ - ٩ = ٩ = ب$$

$$١٨ - ٢٤ = -٦ = ب$$



الشكل (٣-٩)

(٣) يمثل الشكل (٣-٩) منحنى المشتقة الأولى للاقتران كثير الحدود ق المعروف على الفترة [٣، -٣] اعتمد على ذلك في تعيين النقط الحرجة للاقتران ق.

الحل

$$ق'(-٣) = ٠ = ٢ - ٤ = -٢$$

$$ق'(٣) = ٠ = ٣ - ٣ = ٠$$



$$٤) \text{ جد النقط الحرجة للاقتران } ق(س) = \frac{س^٣ - ١}{س^٣ + ١}$$

الحل

$$ق'(س) = \frac{٢س^٢(١+س) - ٢س^٢(١-س)}{(س^٣+١)^٢}$$

$$ق'(س) = \frac{٢س^٢(١+س+١-س)}{(س^٣+١)^٢}$$

$$ق'(س) = \frac{٢س^٢(٢)}{(س^٣+١)^٢} \leftarrow ٠ = س \leftarrow ٠ = س$$

النقطة الحرجة: (٠، ١)