

إجابات تمارين ومسائل الدرس

تطبيقات هندسية

١ () جد ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س² + ٦س - ٥ عند النقطة (١ ، ٢).

الحل

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ٨ = ٢ & ٢ = ١ & ١ = ٢ \end{array}$$

$$\text{فـ (س) = } ٢ + ٦س - ٥ \leftarrow ٨ = ٢$$

معادلة المماس :

$$٢ - ٨ = ٢ - (١ - ٨) \leftarrow ٨ - ٦س = ٢$$

٢ () جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س³ ، عند نقطة تقاطعه مع المستقيم ص - س - ٦ = ٠.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ١٢ = ٢ & ٨ = ١ & ٢ = ١ \end{array}$$

$$\text{فـ (س) = } ٦ + س^٣ \leftarrow ٢ = ١$$

$$٢ - ١ = ٦ - س^٣ \leftarrow ١ = ٦ - س^٣$$

$$\text{فـ (س) = } ١٢ = ٢ \leftarrow ١٢ = ٢$$

معادلة المماس :

$$١٢ - ٨ = ١٢ - (٢ - ٨) \leftarrow ٨ - ٢ = ١٢$$

٣ () جد النقط الواقعة على منحنى الاقتران ق(س) = س² - ٣س + ٣ التي يصنع عندها المماس

زاوية قياسها $\frac{\pi}{4}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل

$$\text{فـ (س) = } ١ = ٢ - ٣س + ٣ \leftarrow ١ = ٢ - ٣س + ٣$$

النقطة : (١، ١)

٤ (جد النقط الواقعة على منحنى العلاقة (ص-٤) = ٢(س+٢) التي يكون عندها المماس موازياً

للمستقيم الذي معادلته: ٣س + ٦ص + ٢ = ٠

الحل

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ \text{ص} = ٨ & & \text{س} = ٢ \end{array}$$

$$\frac{\text{ص} - ٢}{٦} = \frac{\text{س} - ٣}{٢}$$

$$٢(٤ - \text{ص}) = ١ \times \text{ص} \leftarrow \text{ص} = \frac{١}{٢(٤ - \text{ص})}$$

$$١,٢ \leftarrow \text{ص} = \frac{١}{٢(٤ - \text{ص})}$$

$$٢,٢ \leftarrow \text{ص} = \frac{٣ - ١}{٢} = \frac{١}{٢}$$

بما أن المماس يوازي المستقيم

$$٢,٢ = ١,٢ \leftarrow \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢(٤ - \text{ص})}$$

$$٢ = ٢ - (٤ - \text{ص}) \leftarrow \text{ص} = ٣$$

$$١ = ٣ - (٤ - \text{ص}) \leftarrow \text{ص} = ٢ + ١ - ٣ = ٠$$

٥ (جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = ٢س - ٤س + ٣ بحيث يكون المماس عمودياً

على المستقيم الذي معادلته: ٦ص - ٣س - ٥ = ٠

الحل

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ \text{س} = ١ & & \text{ص} = ٠ \end{array}$$

$$٢ - ٤ = ٢$$

$$\text{ق(س)} = ٢س - ٤س + ٣ \leftarrow \text{ق(س)} = ٢ - ٤ = ٢$$

$$\frac{١}{٢} = \frac{٥ + ٣س}{٦} \leftarrow \text{ص} = \frac{٥ + ٣س}{٦}$$

$$\text{ق(س)} = ٢(١ - \text{ص})$$

$$٢ - ٤ = ٢(١ - \text{ص}) \leftarrow ١ = ١ - \text{ص} \leftarrow \text{ص} = ٠$$

$$\text{ق(س)} = ٢(١ - ٠) = ٢$$

$$\text{ص} = ٠ - ٢ = -٢$$

٦ (جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = $\frac{2}{s}$ عند النقطة (١، ٢))

الحل



$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ \frac{1}{2} = 1, \quad 2 - = 2 \quad 2 = 1 \quad \text{ص} \quad 1 = 1 \quad \text{س} \end{array}$$

$$\frac{2}{s} = (س) \leftarrow \text{ق} = (س) \quad \frac{2}{s} = (س)$$

$$\text{ق} = (1) = 2 - = 2$$

معادلة المماس :

$$\text{ص} - 2 = 2 - (س - 1)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 1$$

معادلة العمودي على المماس

$$\text{ص} - 2 = \frac{1}{2} (س - 1)$$



٧ (جد قيمة كل من الثابتين ب، ج اللّتين تجعلان المستقيم الذي معادلته: ص - س - ٢ = ٠ مماساً

لمنحنى الاقتران ق(س) = $s^2 + ب س + ج$ عند النقطة (٠، ٢))

الحل



$$\text{ص} = 2 + س \leftarrow \text{ص} = 1$$

$$\text{ق} = (س) = 2 + س + ب س = (س) \leftarrow \text{ق} = 2 + س + ب س$$

بما أن الاقتران ص يمس ق(س) عند النقطة (٠، ٢)

$$\text{ص} = 2 + س \leftarrow \text{ق} = (0)$$

$$2 + 0 = 2 + 0 + ب \times 0 + ج \leftarrow 2 = 2 + 0 + ب \times 0 + ج$$

$$\text{ص} = 2 + س \leftarrow \text{ق} = (0) \quad \text{ب} = 1 \leftarrow \text{ب} = 1$$



منهاجي
متعة التعليم الهادف

الحل

$$\frac{2}{s} = (s) \leftarrow \frac{2}{s} = (s) \leftarrow 2 = s \leftarrow 2 = s$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\begin{array}{l|l} \bar{ص} = \bar{ق} (س, ١) & \leftarrow \bar{ص} = \bar{ق} (س, ١) \\ ١ \pm =, س \leftarrow \frac{٢}{س} = ٢ & \leftarrow \frac{٢}{س} = ٢, س + ج = \frac{٢}{س} \end{array}$$

$$3- = 2 \leftarrow \frac{2-}{1} = 2 + 1 \times 2$$

$$x = x_0 - \frac{y_-}{1_-} = x_0 + (1_-) \times y$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الحل

↓ ↓ ↓

٢ = ٢	٠ = ١ ص	٠ = ١ س
٢ = ٢	٤ = ٢ ص	٠ = ٢ س

$$\begin{aligned} \text{ص}^2 - \text{ع} \text{ ص} &= \text{س} \leftarrow \text{ص} \text{ يتقاطع مع محور ص} \leftarrow \text{س} = 0 \\ \text{ص}^2 - \text{ع} \text{ ص} &= 0 \end{aligned}$$

في التعويض في المعادلة :

ص ← س = () - ٢ × س ← س =

$$١ = \text{س} \leftarrow ٤ \times ٤ - ٢(٤) = \text{س} \leftarrow ٤ = \text{ص}$$

$$\frac{1}{\epsilon - \nu^2} = \bar{\nu} \leftarrow \bar{\epsilon} - \bar{\nu} = 1$$

$$\frac{1}{\xi_-} = \frac{1}{\xi_- \times 2} = 2 \leftarrow (16)$$

$$\text{معادلة المماس : } ص - ٠ = \frac{١}{٤} (س - ٠)$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x - x \times 2} = 2 \leftarrow (26)$$

$$\text{معادلة المماس : } ص - ٠ = \frac{١}{٤} (س - ٠)$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(١٠) جد قياس الزاوية التي يصنعها مماس منحنى العلاقة: $ص^2 + س^2 - ٦ص - ٢س + ٢ = ٠$ عند



النقطة (٣، ١) مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل

$$ص^2 + س^2 - ٦ص - ٢س + ٢ = ٠$$

$$٠ = ٢ - ٦ص + س^2 + ٢ص - ٢س$$

$$\leftarrow ٢ص = \frac{٢س - ٢}{(٦ + ٢ص)}$$

$$(٣، ١) \leftarrow ٢ص = \frac{٣ \times ٢ - ٢}{(٦ + (١ -) \times ٢)} = \frac{٤ -}{٤} = ١ -$$

$$\leftarrow \text{ظاهر} = ١ - \leftarrow \text{ظاهر} = \frac{\pi ٣}{٤}$$



(١١) جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = $٣ظتا س + قا^٢ س$ عند



$$س = \frac{\pi}{٤}$$

الحل

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ س = \frac{\pi}{٤}, \quad ٢ = ٢, \quad ٥ = ٥ \end{array}$$

$$\text{وه (س) } ٣ظتا س + قا^٢ س = ٥ \leftarrow \text{وه (س) } ٣ = ٢ + ٣ = ٥$$

$$\leftarrow \text{وه (س) } = ٣ - ٢قا^٢ س + ٢قا^٢ س ظاس$$

$$\leftarrow \text{وه (س) } = ٢ - ١ \times ٢ \times ٢ + ٢ \times ٣ = \left(\frac{\pi}{٤} \right)$$

معادلة المماس :

$$ص - ٥ = ٢ - (س - \frac{\pi}{٤})$$

معادلة العمودي على المماس :

$$ص - ٥ = \frac{١}{٢} (س - \frac{\pi}{٤})$$



١٢) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = $\sqrt{s}$ عند نقطة تماسه مع منحنى الاقتران

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$هـ(س) = س^2 - \frac{3}{2}س + \frac{3}{2}$$

الحل

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \frac{1}{2} = 2 & 1 = 1 & 1 = 1 \end{array}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$ق(س) = \sqrt{s} \leftarrow ق'(س) = \frac{1}{2\sqrt{s}}$$

$$هـ(س) = س^2 - \frac{3}{2}س + \frac{3}{2}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\leftarrow هـ'(س) = 2س - \frac{3}{2}$$

بما أن ق'(س) = هـ'(س) يمس هـ(س)

$$ق(س) = هـ(س)$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\sqrt{s} = س^2 - \frac{3}{2}س + \frac{3}{2} \leftarrow \boxed{1 = س} \text{ بالتجريب}$$

$$ق(س) = هـ(س)$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\frac{1}{2\sqrt{s}} = 2س - \frac{3}{2} \leftarrow 1 = 3س - \sqrt{s} \leftarrow 0 = \sqrt{s} - 3س + 1$$

$$\leftarrow \boxed{1 = س} \text{ بالتجريب}$$

$$ق(1) = \sqrt{1} = 1$$

$$ق'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{1}{2}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\text{معادلة المماس : } ص - 1 = \frac{1}{2}(س - 1)$$

١٣) جد مساحة المثلث القائم الزاوية، المكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة $\sqrt{s} = s < 0$ عند النقطة $(2, 4)$ ومحور السينات والمستقيم $s = 4$.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ s = 4 & s = 2 & s = \frac{1}{4} \end{array}$$

$$\text{ق} (s) = \sqrt{s} \leftarrow \text{ق} (s) = \frac{1}{\sqrt{s}}$$

$$\text{ق} (4) = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2} \leftarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

معادلة المماس :

$$s - 2 = \frac{1}{2} (s - 4)$$

محور السينات : $s = 0$

المستقيم : $s = 4$

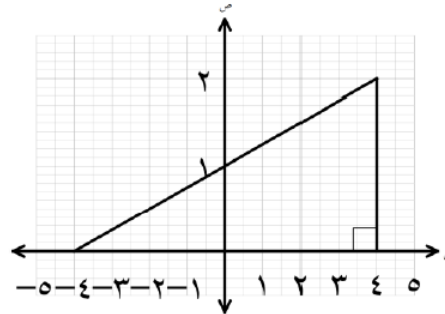
$$\text{المماس} = \text{محور السينات} : 0 - 2 = \frac{1}{2} (0 - 4)$$

$$-2 = \frac{1}{2} s - 2 \leftarrow s = 0 \leftarrow -4 = \frac{1}{2} (0 - 4)$$

$$\text{المماس} = \text{المستقيم} : s - 2 = \frac{1}{2} (s - 4)$$

$$s - 2 = 0 \leftarrow s = 2 \leftarrow (2, 0)$$

$$\text{محور السينات} = \text{المستقيم} \leftarrow (2, 4)$$



المثلث

$$\frac{1}{2} \times ((4 - 0) - 2) \times (0 - 2) =$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

١٤) حلّ المسألة الواردة بداية الدرس.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \frac{1}{2} = 1, & 2 = 2 & 2 = 1, \end{array}$$

$$\text{وه (س) = (س) = } 1 + 2 \leftarrow \text{وه (س) = } 2$$

$$\text{وه (1) = } 2 \leftarrow 2 = 2$$

معادلة المماس :

$$\text{ص} - 2 = 2(1 - \text{س})$$

معادلة العمودي على المماس :

$$\text{ص} - 2 = \frac{1}{2}(1 - \text{س})$$

محور السينات : ص = ٠

المماس = محور السينات

$$0 = 2(1 - \text{س}) \leftarrow \text{س} = 1 \leftarrow (1, 0)$$

العمودي على المماس = محور السينات

$$0 = \frac{1}{2}(1 - \text{س}) \leftarrow \text{س} = 1 \leftarrow (1, 0)$$

العمودي = المماس : عند نقطة التماس دائماً (٢, ١)

المثلث

$$5 = \frac{1}{2}(0 - 2) \times (0 - 5) =$$