إجابات تدريبات الدرس

تطبيقات هندسية

تدريب ١

جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = $\sqrt{س+٣}$ عند النقطة (١، ٢).

الحل

س$_{١}$ = ١ ، ص$_{١}$ = ٢ ، م = $\frac{١}{٤}$ ، ل = −٤

ق$'$(س) = $\frac{١}{٢\sqrt{س+٣}}$ ← م = $\frac{١}{٤}$

معادلة المماس هي:

ص − ٢ = $\frac{١}{٤}$(س − ١)

ص = $\frac{١}{٤}$(س − ١) + ٢

معادلة العمودي هي:

ص − ٢ = −٤ (س − ١)

ص = −٤س + ٦

تدريب ٢

بيِّن أنَّ مماس منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{٤}{س}$، ومماس منحنى الاقتران هـ (س) = س متعامدان عند نقطة تقاطعهما.

الحل

نجد تقاطع ق(س) مع هـ(س) ثم نختر ميل المماسات عندها

ق(س) = هـ(س) ← $\frac{٤}{س}$ = س ← س^{٢} = ٤

س = ±٢

نقاط التقاطع : (−٢، −٢) ، (٢، ٢)

ق$'$(س) = $\frac{-٤}{س^{٢}}$ ، هـ$'$(س) = ١

(٢، ٢) ← م$_{١}$ × م$_{٢}$ = ق$'$(٢) × هـ$'$(٢) = −١ × ١ = −١

(−٢، −٢) ← م$_{١}$ × م$_{٢}$ = ق$'$(−٢) × هـ$'$(−٢) = −١ × ١ = −١

∴ متعامدان

تدريب ٣

بيِّن أنَّ لمنحنى الاقتران ق(س) = جا٢س مماسًّا أفقيًّا في الفترة [٠ ، π]

الحل

$$ق_{هـ}(س) = (\text{جا}س)^{٢}$$

$$ق_{هـ}(س) = ٢(\text{جا}س)(\text{جتا}س) \times ١$$

$$ق_{هـ}(س) = \text{جا}٢س$$

$$\text{جا}٢س = ٠ \leftarrow ٢س = ٠ ، \pi ، ٢\pi$$

$$س = ٠ ، \frac{\pi}{٢} ، \pi ...$$

$س \neq ٠ ، \pi$ مرفوضه لأنها أطراف

$$س = \frac{\pi}{٢} \in (٠ ، \pi)$$

لمنحنى $ق_{هـ}(س)$ منحنى أفقي عند $س = \frac{\pi}{٢}$

تدريب ٤

إذا كان الاقتران ق(س) = جـ $س^{٢}$ + جـ س + ٢ ، وكان قياس زاوية ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة (٢ ، ق(٢)) هو ١٣٥° ، فجد قيمة الثابت جـ .

الحل

$$ق_{هـ}(س) = ٢جـس + جـ \leftarrow ق_{هـ}(٢) = ٤جـ + جـ$$

$$٤جـ + جـ = \text{ظا}(١٣٥) \leftarrow ٥جـ = -١ \leftarrow جـ = \frac{-١}{٥}$$

تدريب ٥

بيِّن أنَّ لمنحنى الاقتران ق(س) = ٥ − س^{٢} ، مماسين مرسومين من النقطة (٣، ٠).

الحل

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص - ٠}{س - ٣}$$

$$م = ٢س$$

$$٢س = \frac{ص}{س - ٣} \leftarrow ٢س = \frac{٥ - س^{٢}}{س - ٣}$$

$$٢س^{٢} - ٦س = ٥ - س^{٢} \leftarrow س^{٢} - ٦س - ٥ = ٠$$

$$(س - ١)(س + ٥) = ٠$$

(١، ٤) ، (−٥، ٢٠) نقاط التماس

$$(١، ٤) \leftarrow ص - ٤ = -٢(س - ١)$$

$$(-٥، ٢٠) \leftarrow ص + ٢٠ = ١٠(س + ٥)$$