

إجابات تدريبات الكتاب المشتقة الأولى

تدريب ١

إذا كان $q(s) = 3 + 4s$ ، فجد $q'(2)$ باستخدام التعريف.
الحل:

$$q(s) = 3 + 4s$$

$$q'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{q(2+h) - q(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+4(2+h)) - (3+4 \cdot 2)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+8+4h) - (3+8)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 \cancel{h}}{\cancel{h}} = \lim_{h \rightarrow 0} 4 = 4$$

$$q'(2) = 4$$

$$4 = 4 \quad q'(2) = 4$$

تدريب ٢

إذا كان $Q(s) = s^2 - 3$ ، فجد $Q'(3)$ باستخدام التعريف.
الحل:

$$\begin{aligned} Q'(s) &= s^2 - 3 \\ Q'(3) &= \frac{s^2 - 3 - (3^2 - 3)}{s - 3} = \frac{s^2 - 9}{s - 3} \\ &= \frac{(s - 3)(s + 3)}{s - 3} = s + 3 \\ &= 3 + 3 = 6 \end{aligned}$$

تدريب ٣

إذا كان $Q(s) = s^3$ ، فجد $Q'(s)$ باستخدام التعريف.
الحل:

$$\begin{aligned} Q'(s) &= \frac{s^3 - 0}{s - 0} = \frac{s^3}{s} = s^2 \\ &= s^2 + s + s = 3s^2 \end{aligned}$$

تدريب ٤

إذا كان $Q(s) = \sqrt{s^2 + 4}$ ، $s < 0$ ، فجد $Q'(s)$ باستخدام تعريف المشتقة، ثم جد $Q'(-1)$.
الحل:



$$Q(s) = \sqrt{s^2 + 4}$$

$$Q'(s) = \frac{Q(s) - Q(h)}{s - h} = \frac{\sqrt{s^2 + 4} - \sqrt{h^2 + 4}}{s - h}$$

$$= \frac{\sqrt{s^2 + 4} + \sqrt{h^2 + 4}}{\sqrt{s^2 + 4} + \sqrt{h^2 + 4}} \times \frac{\sqrt{s^2 + 4} - \sqrt{h^2 + 4}}{s - h}$$

$$= \frac{s^2 - h^2}{(\sqrt{s^2 + 4} + \sqrt{h^2 + 4})(s - h)}$$

$$= \frac{s^2 - h^2}{(\sqrt{s^2 + 4} + \sqrt{h^2 + 4})(s - h)} = \frac{(s - h)(s + h)}{(\sqrt{s^2 + 4} + \sqrt{h^2 + 4})(s - h)}$$

$$= \frac{s + h}{\sqrt{s^2 + 4} + \sqrt{h^2 + 4}}$$



تدريب ٥

إذا كان $Q(s) = \frac{1}{s^3 - 1}$ ، $s \neq 1$ ، فجد $Q'(s)$ باستخدام التعريف، ثم جد $Q'(\frac{1}{2})$.
الحل:



$$Q(s) = \frac{1}{s^3 - 1}$$

$$Q'(s) = \frac{Q(s) - Q(h)}{s - h} = \frac{\frac{1}{s^3 - 1} - \frac{1}{h^3 - 1}}{s - h}$$

$$= \frac{\frac{h^3 - 1 - s^3 + 1}{(s^3 - 1)(h^3 - 1)}}{s - h} = \frac{h^3 - s^3}{(s^3 - 1)(h^3 - 1)(s - h)}$$

$$= \frac{(h - s)(h^2 + hs + s^2)}{(s^3 - 1)(h^3 - 1)(s - h)}$$

$$= \frac{s^2 + hs + h^2}{(s^3 - 1)(h^3 - 1)}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{3(5-6)}{(5-6)(6^3-1)(5^3-1)} \\
 &= \frac{3}{(5^3-1)} = \frac{3}{(125-1)} \\
 &= \frac{3}{124} = \frac{3}{4 \times 31} = \left(\frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{3}{31}\right) \\
 &12 = 6 \times 2 = \frac{1}{2} \div 3 = \frac{3}{\frac{1}{2}} =
 \end{aligned}$$