

مجموع مكعبين وتحليله

يُحلل مجموع المكعبين $s^3 + v^3$ على الصورة :

$$s^3 + v^3 = (s + v)(s^2 - sv + v^2)$$

أي أن : مجموع مكعبي مقدارين =

$$(الأول + الثاني) \times (مربع الأول - الأول \times الثاني + مربع الثاني).$$

السؤال الأول :

اكتب كلا مما يأتي على صورة مجموع مكعبين :

(أ) $1 + 8s^3$ (ب) $\frac{1}{125s^3} + 0.27$ ، $s \neq 0$ صفرا

الحل :

$$(أ) 1 + 8s^3 = 1^3 + (2s)^3$$

$$(ب) \frac{1}{125s^3} + 0.27 = \frac{1}{125s^3} + \frac{27}{100} = \left(\frac{1}{5s}\right)^3 + \left(\frac{3}{10}\right)^3$$

السؤال الثاني :

حل المقادير الجبرية الآتية إلى عواملها :

(أ) $ع^2 + ٢١٦ م^2$ (ب) $\frac{٨ص^2}{٢٧} + \frac{س^2}{١٢٥}$ (ج) $٢٥٤ ب^2 + ٢٥٠ أ^٢$

(د) $١٦ ص^2 + ٢ س^2$ (هـ) $(١ - س) + (١ + ص)$ (و) $\frac{٢٧ ص^2}{٥٠} + \frac{س^2}{٤}$

(ز) $١ + م^٩$ (ح) $٦ أ^٢ س + ٤٨ س^2$ (ط) $(١ - س٥) + (١ - س٥)$

الحل :

(أ) $ع^2 + ٢١٦ م^2 = ع^2 + (٦م)^2 = (ع + ٦م)(ع - ٦م)$

(ب) $\frac{٨ص^2}{٢٧} + \frac{س^2}{١٢٥} = \frac{٨}{٢٧} \left(\frac{ص^2}{٣} \right) + \frac{١}{١٢٥} \left(\frac{س^2}{٥} \right)$

$\left(\frac{٨}{٢٧} \times \frac{٢}{٣} + \frac{١}{١٢٥} \times \frac{٢}{٥} \right) \left(\frac{٢}{٣} ص + \frac{٢}{٥} س \right) = \left(\frac{١٦}{٨١} + \frac{٢}{١٥٧٥} \right) \left(\frac{٢}{٣} ص + \frac{٢}{٥} س \right)$

لفهم الإجابات والتمكن من طريقة تحليل مجموع مكعبين ، شاهد الفيديو التالي:

(ج) هنا خذ الرقم (٢) عامل مشترك للحصول على صيغة مجموع مكعبين ؛ إذن :

$$٢٥٠٠ أ + ٥٤ ب = ٢ (١٢٥ أ + ٢٧ ب) = ٢ (١٥ + ٣ ب) (٢٥ أ - ١٥ ب + ٩ ب) = ٢٥٠٠ أ + ٥٤ ب$$

(د) هنا خذ الرقم (٢) عامل مشترك للحصول على صيغة مجموع مكعبين ؛ إذن :

$$١٦ ص + ٢ س = ٢ (٨ ص + س) = ٢ (٢ ص + س) (٤ ص - ٢ ص + س) = ١٦ ص + ٢ س$$

(هـ) (س - ١) + (ص + ١) هذه صيغة مجموع مكعبين ، إذن التحليل يساوي

$$((س - ١) + (ص + ١)) ((س - ١) - (ص + ١) + (ص + ١) - (س - ١)) = ((س - ١) + (ص + ١)) ((س - ١) - (ص + ١) + (ص + ١) - (س - ١))$$

الأول الثاني الأول تربيع الأول × الثاني الثاني تربيع

منعة التعليم الهادف

يُمكنك الإكتفاء بالإجابة لهذا ...

لفك هذه الأقواس نقوم بما يلي :

$$\begin{aligned} &= ((س - ١) + (ص + ١)) ((س - ١) - (ص + ١) + (ص + ١) - (س - ١)) \\ &= ((س - ١) + (ص + ١)) ((س - ١) - (ص + ١) + (ص + ١) - (س - ١)) \\ &= ((س - ١) + (ص + ١)) ((س - ١) - (ص + ١) + (ص + ١) - (س - ١)) \\ &= ((س - ١) + (ص + ١)) ((س - ١) - (ص + ١) + (ص + ١) - (س - ١)) \\ &= ((س - ١) + (ص + ١)) ((س - ١) - (ص + ١) + (ص + ١) - (س - ١)) \end{aligned}$$

$$(و) \text{ تذكر أن : } (س^ن)^م = س^{ن \times م} \quad \text{إذن} \quad س^6 = (س^2)^3 \quad ; \quad س^6 = س^{2 \times 3} = (س^2)^3$$

$$\text{هنا أخذنا الربع عامل مشترك} \left(\frac{27ص^2}{125} + (س^2)^3 \right) \frac{1}{4} = \frac{27ص^2}{500} + \frac{(س^2)^3}{4} = \frac{27ص^2}{500} + \frac{س^6}{4}$$

$$\left(\frac{9ص^2}{25} + \frac{3ص^3}{5} \times س^2 - (س^4) \left(\frac{3ص^3}{5} + س^2 \right) \frac{1}{4} = \left(\frac{3ص^3}{5} + (س^2)^3 \right) \frac{1}{4} \right.$$

$$\left. \left(\frac{9ص^2}{25} + \frac{3ص^2}{5} س^2 - (س^4) \left(\frac{3ص^3}{5} + س^2 \right) \frac{1}{4} = \right.$$

$$(ز) \quad (1 + س^2 - س^6) (1 + س^2) = 1 + (س^2)^3 = 1 + س^6$$

مجموع مكعبين

$$(1 + س^2 - س^6) (1 + س^2) =$$

(ح) هنا خذ $(س^6)$ عامل مشترك للحصول على صيغة مجموع مكعبين ؛ إذن :

$$س^6 (1 + س^2 - س^6) = س^6 (1 + س^2 - س^6) = س^6 (1 + س^2 - س^6)$$

(ط) خذ $(1 - س^5)$ عامل مشترك للحصول على صيغة مجموع مكعبين ؛ إذن :

$$(1 + س^2 - س^6) (1 - س^5) = (1 - س^5) + س^2(1 - س^5)$$

مجموع مكعبين

$$(1 + (1 - س^5) - س^2(1 - س^5)) (1 + (1 - س^5)) (1 - س^5) =$$

$$(1 + 1 + س^5 - (1 + س^{10} - س^{25})) (1 + 1 - س^5) (1 - س^5) =$$

$$(2 + س^5 - 1 + س^{10} - س^{25}) (س^5) (1 - س^5) =$$

$$(3 + س^{15} - س^{25}) (س^5) (1 - س^5) =$$

السؤال الثالث :

كرتان من البلاستيك طول نصف قطر الأولى (س) سم ، وطول نصف قطر الثانية

(أ) سم، صُهرتا معا وشُكلتا على شكل متوازي مستطيلات ارتفاعه $\left(\frac{\pi 4}{3} \right)$ سم،

وأحد بُعدي قاعدته (س + أ) سم ، جد البعد الآخر للقاعدة.

الحل :

بما أن الكرتان صُهرتا معاً وبعد الصهر أصبحتا متوازي مستطيلات ، إذن ؛

حجم الكرتين يساوي حجم متوازي المستطيلات

$$* \text{ حجم الكرة} = \frac{\pi \epsilon}{3} \text{ نق}^2$$

$$* \text{ حجم متوازي المستطيلات} = \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{حجم الكرة الأولى} = \frac{\pi \epsilon}{3} (س)^2 , \quad \text{حجم الكرة الثانية} = \frac{\pi \epsilon}{3} (أ)^2$$

$$\text{حجم متوازي المستطيلات} = (س + أ) \times \text{البعد الآخر} \times \frac{\pi \epsilon}{3}$$

بما أن حجم الكرتين يساوي حجم متوازي المستطيلات ، إذن

حجم الكرة الأولى + حجم الكرة الثانية = حجم متوازي المستطيلات

$$\frac{\pi \epsilon}{3} س^2 + \frac{\pi \epsilon}{3} أ^2 = (س + أ) \times \text{البعد الآخر} \times \frac{\pi \epsilon}{3}$$

$$\cancel{\frac{\pi \epsilon}{3}} (س^2 + أ^2) = (س + أ) \times \text{البعد الآخر} \times \cancel{\frac{\pi \epsilon}{3}}$$

$$(س^2 + أ^2) = (س + أ) \times \text{البعد الآخر}$$

$$(س^2 + أ^2) = (س + أ) \times (س - أ + أ) = (س + أ) \times (س - أ) + (س + أ) \times أ$$

إذن ، البعد الآخر يساوي : $(س - أ + أ)$ سم .