إجابات تدريبات الدرس

نهايات اقترانات كسرية

تدريب ١

جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to -٥} \frac{س^٢ + ٣س - ١٠}{س + ٥}$

٢) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ + ١}{س - ٣}$

الحل:

١) $\lim_{س \to -٥} \frac{س^٢ + ٣س - ١٠}{س + ٥} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

$\lim_{س \to -٥} \frac{(س + ٥)(س - ٢)}{س + ٥} = -٥ - ٢$

$= -٧$

---

٢) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ + ١}{س - ٣} = \frac{١٠}{\text{صفر}}$ غير موجودة

تدريب ٢

جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٥} \left(\frac{٢}{س} - \frac{٢}{٥}\right)\left(\frac{١}{س^{٢} - ٢٥}\right)$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{\sqrt{س + ٣٤} - ٦}$

٣) $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س^{٢} + ١} - \sqrt{١ - ٢س^{٢}}}{س^{٢}}$

الحل:

١) $\lim_{س \to ٥} \left(\frac{٢}{س} - \frac{٢}{٥}\right)\left(\frac{١}{س^{٢} - ٢٥}\right) =$

$= \lim_{س \to ٥} \left(\frac{٢}{س} - \frac{٢}{٥}\right)\left(\frac{١}{س^{٢} - ٢٥}\right)$

$\lim_{س \to ٥} \left(\frac{١٠ - ٢س}{٥س}\right)\left(\frac{١}{(٥ + س)(٥ - س)}\right)$

$\lim_{س \to ٥} \left(\frac{-٢(س - ٥)}{٥س}\right)\left(\frac{١}{(٥ + س)(٥ - س)}\right)$

$\lim_{س \to ٥} \frac{-٢}{(٥ + س)٥س} = \frac{-٢}{(٥ + ٥)(٥ \times ٥)}$

$\frac{-٢}{١٠ \times ٢٥} = \frac{-٢}{٢٥٠}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{\sqrt{٣٤ + س} - ٦}$ ناتج التعويض بـ

$$\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{\sqrt{٣٤ + س} - ٦} \times \frac{\sqrt{٣٤ + س} + ٦}{\sqrt{٣٤ + س} + ٦}$$

$$\lim_{س \to ٢} \frac{(س - ٢)(\sqrt{٣٤ + س} + ٦)}{٣٤ + س - ٣٦}$$

$$\lim_{س \to ٢} \frac{(س - ٢)(\sqrt{٣٤ + س} + ٦)}{(س - ٢)} = ٦ + ٦ = ١٢$$

٣) $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{١ + ع س} - \sqrt{١ - ع س}}{س} \times \frac{\sqrt{١ + ع س} + \sqrt{١ - ع س}}{\sqrt{١ + ع س} + \sqrt{١ - ع س}}$

$$\lim_{س \to ٠} \frac{١ + ع س - (١ - ع س)}{س (\sqrt{١ + ع س} + \sqrt{١ - ع س})}$$

$$\lim_{س \to ٠} \frac{١ + ع س - ١ + ع س}{س (\sqrt{١ + ع س} + \sqrt{١ - ع س})}$$

$$\lim_{س \to ٠} \frac{٣ س}{س (\sqrt{١ + ع س} + \sqrt{١ - ع س})}$$

$$\frac{٣}{\sqrt{١} + \sqrt{١}} = \frac{٣}{٢}$$

تدريب ٣

جد كلًّا من النهايات الآتية:

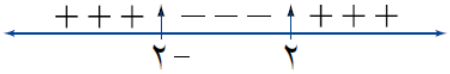
١) $\lim_{س \to ٢^+} \frac{\sqrt{س^٢ - ٤}}{\sqrt{س - ٢}}$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٢ - ٤}}{\sqrt{س - ٢}}$

الحل:

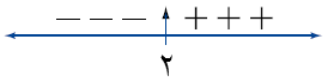
١) $\lim_{س \to ٢^+} \frac{\sqrt{س^٢ - ٤}}{\sqrt{س - ٢}}$

$س^٢ - ٤ = ٠ \Leftarrow س = \pm ٢$



معرف على يمين العدد ٢

$س - ٢ = صفر \Leftarrow س = ٢$



معرف على يمين العدد ٢

$\lim_{س \to ٢^+} \sqrt{\frac{س^٢ - ٤}{س - ٢}} = \lim_{س \to ٢^+} \sqrt{\frac{(س - ٢)(س + ٢)}{(س - ٢)}}$

$= \lim_{س \to ٢^+} \sqrt{س + ٢} = \sqrt{٤} = ٢$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٢ - ٤}}{\sqrt{س - ٢}}$

كل من $\sqrt{س^٢ - ٤}$ ، $\sqrt{س - ٢}$ غير معرف على يسار العدد ٢

لذلك $\lim_{س \to ٢^-} \frac{\sqrt{س^٢ - ٤}}{\sqrt{س - ٢}}$ غير موجودة .

ومنه

$\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٢ - ٤}}{\sqrt{س - ٢}}$ غير موجودة .

تدريب ٤

جد $\lim_{س \to ٧} \frac{\sqrt[٣]{س + ١} - ٢}{س - ٧}$

الحل:

$$\lim_{س \to ٧} \frac{\sqrt[٣]{س + ١} - ٢}{س - ٧}$$ ناتج التعويض صفر صفر

$$= \lim_{س \to ٧} \frac{\sqrt[٣]{س + ١} - ٢}{س - ٧} \times \frac{\sqrt[٣]{(س+١)^{٢}} + ٢\sqrt[٣]{س + ١} + ٤}{\sqrt[٣]{(س+١)^{٢}} + ٢\sqrt[٣]{س + ١} + ٤}$$

$$\lim_{س \to ٧} \frac{س - ٧}{(س - ٧)(\sqrt[٣]{(س+١)^{٢}} + ٢\sqrt[٣]{س + ١} + ٤)} = \lim_{س \to ٧} \frac{س + ١ - ٨}{(\sqrt[٣]{(س+١)^{٢}} + ٢\sqrt[٣]{س + ١} + ٤)(س - ٧)}$$

$$= \frac{١}{١٢}$$