

إجابات أسئلة الدرس

نظريات النهايات

(١) إذا علمت أن نهايا $ق(س) = ٨$ ، نهايا $هـ(س) = -٢$ ، فجد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

- أ) نهايا $(٤ق(س) + ٢هـ(س))$ $\xrightarrow{س \rightarrow ٣}$ نهايا $(٢ق(س) - ٢هـ(س))$ $\xrightarrow{س \rightarrow ٣}$
- ب) نهايا $(٤ق(س) \times هـ(س))$ $\xrightarrow{س \rightarrow ٣}$ نهايا $(٥ق(س))$ $\xrightarrow{س \rightarrow ٣}$
- ج) نهايا $(٢ق(س) + ١)$ $\xrightarrow{س \rightarrow ٣}$ نهايا $((هـ(س))^٢ + ٣س - ٧)$ $\xrightarrow{س \rightarrow ٣}$
- د) نهايا $(٢ق(س) + ٣هـ(س) + ٤)$ $\xrightarrow{س \rightarrow ٣}$

الحل:

$$\text{أ) نهايا } (٤ق(س) + ٢هـ(س)) \xrightarrow{س \rightarrow ٣} = ٤ \times ٨ + ٢ \times (-٢) = ٣٢ - ٤ = ٢٨$$

$$\text{ب) نهايا } (٢ق(س) - ٢هـ(س)) \xrightarrow{س \rightarrow ٣} = ٢ \times ٨ - ٢ \times (-٢) = ١٦ + ٤ = ٢٠$$

$$\text{ج) نهايا } (٢ق(س) \times هـ(س)) \xrightarrow{س \rightarrow ٣} = ٢ \times ٨ \times (-٢) = -٣٢$$

$$\text{د) نهايا } ٥ق(س) \xrightarrow{س \rightarrow ٣} = ٥ \times ٨ = ٤٠$$

$$\text{هـ) نهايا } (٢ق(س) + ١) \xrightarrow{س \rightarrow ٣} = ٢ \times ٨ + ١ = ١٧$$

$$(و) \text{ نهـا }_{3 \leftarrow س} ((هـ(س) + (ص - 3)) = \text{ نهـا }_{3 \leftarrow س} (س) + \text{ نهـا }_{3 \leftarrow س} (ص - 3)$$

$$6 - = 7 - 9 + 8 - = 7 - 3 \times 3 + (2 -) =$$

$$(ز) \text{ نهـا }_{3 \leftarrow س} (2ق(س) + 3هـ(س) + 2س + 4) =$$

$$= 2 \text{ نهـا }_{3 \leftarrow س} ق(س) + 3 \text{ نهـا }_{3 \leftarrow س} هـ(س) + \text{ نهـا }_{3 \leftarrow س} (2س + 4)$$

$$20 = 4 + 6 + 6 - 16 = 4 + 3 \times 2 + 2 - \times 3 + 8 \times 2$$

(٢) جد قيمة كل مما يأتي:

$$(أ) \text{ نهـا }_{2 \leftarrow س} (3س^4 - 5س^3 + 6س - 7)$$

$$(ب) \text{ نهـا }_{1 \leftarrow س} (س^2 + 1)(س^2 + 5س - 2)$$

$$(ج) \text{ نهـا }_{1 \leftarrow س} (س^2 + 2)$$

الحل:

$$(أ) \text{ نهـا }_{2 \leftarrow س} (3س^4 - 5س^3 + 6س - 7)$$

$$7 - (2 -) 6 + (2 -) 5 - (2 -) 3 =$$

$$69 = 19 - 40 + 48 = 7 - 12 - 8 - \times 5 - 16 \times 3 =$$

$$(ب) \text{ نهـا }_{1 \leftarrow س} (س^2 + 1)(س^2 + 5س - 2)$$

$$8 = 4 \times 2 = (2 - 5 + 1)(1 + 1) =$$

$$(ج) \text{ نهـا }_{1 \leftarrow س} (س^2 + 2) = (2 + 1 -) = (2 + 1 -) = (1) = 1$$

$$(٣) \text{ إذا كانت نها } (٣ق(س) + ٢س + ١) = ٢٧, \text{ فجد نها } (ق(س))^٣$$

س ← ٢ س ← ٢

الحل:

$$٢٧ = (١ + ٢س) \text{ نها } ٣ق(س)$$

س ← ٢ س ← ٢

$$٢٧ = (١ + ٢ \times ٢) + ٣ق(س) \text{ نها } ٣ =$$

س ← ٢

$$٢٧ = ٣ - ٣ق(س) \text{ نها } ٣ =$$

س ← ٢

$$٣٠ = ٣ق(س) \text{ نها } ٣ =$$

س ← ٢

$$١٠ = ٣ق(س) \text{ نها } =$$

س ← ٢

$$\text{نها } (ق(س))^٣ = \text{نها } (ق(س))^٣$$

س ← ٢ س ← ٢

$$١٠٠٠ = ١٠ =$$

$$(٤) \text{ إذا كانت نها } (٢س + ٥س + ١) = ٢٥, \text{ فما قيمة الثابت م؟}$$

س ← ٣

الحل:

$$٢٥ = (١ + ٥س + ٢س) \text{ نها } ٣س$$

$$٢٥ = ١ + ٣ \times ٥ + ٢س \text{ نها } ٣س$$

$$٢٥ = ١٦ + ٢(٣) م$$

$$١٦ - ٢٥ = ٢م$$

$$٩ = ٢م$$

$$١ = م$$

$$(5) \left. \begin{array}{l} 1 + s^4, \quad s > 0, \\ 5 - s^2, \quad s \leq 0 \end{array} \right\} = (s) \text{ إذا كان ق (س) : فجد قيمة كل مما يأتي:}$$

(أ) نهـاق (س) $s \leftarrow 1$ (ب) نهـاق (س) $s \leftarrow -2$ (ج) نهـاق (س) $s \leftarrow 0$

الحل:

(أ) نهـاق (س) $s \leftarrow 1 = 5 - 2^2 = 1$

(ب) نهـاق (س) $s \leftarrow -2 = 1 + 4 = 5$

(ج) نهـاق (س) $s \leftarrow 0 = 5 - 0 = 5$

نهـاق (س) $s \leftarrow 0 = 1 + 0 = 1$

نهـاق (س) غير موجودة. $s \leftarrow 0$

$$(6) \left. \begin{array}{l} 1 + s^2, \quad s \neq 3 \\ 8, \quad s = 3 \end{array} \right\} = (s) \text{ إذا كان هـ (س) : فجد قيمة كل مما يأتي:}$$

(أ) نهـاهـ (س) $s \leftarrow 5$ (ب) نهـاهـ (س) $s \leftarrow 3$ (ج) هـ (3)

الحل:

$$٢٦ = ١ + ٢٥ = (س) \text{ نهاه} \quad ٥ \leftarrow س$$

$$١٠ = ١ + ٢٣ = (س) \text{ نهاه} \quad ٣ \leftarrow س$$

$$٨ = (٣) \text{ هه}$$

$$(٧) \text{ إذا كان ق(س) = } \left. \begin{array}{l} ٢ > س , \quad ٤ + أ \\ ٢ \leq س , \quad ٥س + أ \end{array} \right\}$$

وكانت نها ق(س) موجودة، فما قيمة الثابت أ؟
٢ ← س

الحل:

نها ق(س) موجودة،
٢ ← س

$$\text{نها } ٥س + أ = \text{نها } أ + س - ٢$$

$$٤ + ٢أ = ٢ + أ$$

$$٢أ - أ = ٢ - ٤$$

$$أ = ١٦$$

$$(٨) \text{ إذا كان ق(س) = } \left. \begin{array}{l} ١ + ٢س \\ ٥س \\ ٦ - ٢س \end{array} \right\} \begin{array}{l} ، ٢ > س \\ ، ٢ \leq س \leq ٦ \\ ، ٦ < س \end{array}$$

فجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن وجدت):

أ) نهـاق(س) (ب) نهـاق(س)
س ← ٠ س ← ٢

جـ) نهـاق(س) د) نهـاق(س)
س ← ٤ س ← ٦

الحل:

أ) نهـاق(س) = ١ + ٢٠ = ١
س ← ٠

ب) نهـاق(س) = ٢ × ٥ = ١٠
س ← ٢

نهـاق(س) = غير موجودة.
س ← ٢

نهـاق(س) = ١ + ٢٢ = ٥
س ← ٢

جـ) نهـاق(س) = ٤ × ٥ = ٢٠
س ← ٤

د) نهـاق(س) = ٦ - ٣٦ = ٦ - ٢٦ = ٣٠
س ← ٦

نهـاق(س) = ٦ × ٥ = ٣٠
س ← ٦

نهـاق(س) = ٣٠
س ← ٦

$$(٩) \text{ إذا كان ق(س) = } \left. \begin{array}{l} ٣س - ١ \\ ١٠ \end{array} \right\} \begin{array}{l} ، ٢ > س \\ ، ٢ < س \end{array}$$

وكانت نهـاق(س) موجودة، فجد قيمة الثابت أ ؟
س ← ٢

الحل:

نهاية (س) موجودة $\leftarrow$
س $\leftarrow 2$

نهاية (س) = نهاية (س)
س $\leftarrow 2^+$ س $\leftarrow 2^-$

10 = نهاية (3س - أ)
س $\leftarrow 2^-$

10 = 3 - 2أ

10 = 3 - 6أ

أ = 4