

إجابات أسئلة الدرس

نظريات النهايات

(١) إذا علمت أن نهايا $ق(س) = ٨$ ، نهايا $هـ(س) = -٢$ ، فجد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

- أ) نهايا $(٤ق(س) + ٢هـ(س))$ $\xrightarrow{س \rightarrow ٣}$ نهايا $(٢ق(س) - ٢هـ(س))$ $\xrightarrow{س \rightarrow ٣}$
- ب) نهايا $(٤ق(س) \times هـ(س))$ $\xrightarrow{س \rightarrow ٣}$ نهايا $(٥ق(س))$ $\xrightarrow{س \rightarrow ٣}$
- ج) نهايا $(٢ق(س) + ١)$ $\xrightarrow{س \rightarrow ٣}$ نهايا $((هـ(س))^٢ + ٣س - ٧)$ $\xrightarrow{س \rightarrow ٣}$
- د) نهايا $(٢ق(س) + ٣هـ(س) + ٤)$ $\xrightarrow{س \rightarrow ٣}$

الحل:

$$\begin{aligned} \text{أ) نهايا } (٤ق(س) + ٢هـ(س)) &= ٨ + ٢(-٢) = ٤ - ٤ = ٠ \\ \text{ب) نهايا } (٢ق(س) - ٢هـ(س)) &= ٢(٨) - ٢(-٢) = ١٦ + ٤ = ٢٠ \\ \text{ج) نهايا } (٤ق(س) \times هـ(س)) &= ٤(٨) \times (-٢) = ٣٢ - ٨ = ٢٤ \\ \text{د) نهايا } (٥ق(س)) &= ٥(٨) = ٤٠ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) نهايا } (٢ق(س) - ٢هـ(س)) &= ٢(٨) - ٢(-٢) = ١٦ + ٤ = ٢٠ \\ \text{ج) نهايا } (٢ق(س) \times هـ(س)) &= ٢(٨) \times (-٢) = ١٦ - ٤ = ١٢ \\ \text{د) نهايا } (٥ق(س)) &= ٥(٨) = ٤٠ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ج) نهايا } (٢ق(س) \times هـ(س)) &= ٢(٨) \times (-٢) = ١٦ - ٤ = ١٢ \\ \text{د) نهايا } (٥ق(س)) &= ٥(٨) = ٤٠ \end{aligned}$$

$$\text{د) نهايا } (٥ق(س)) = ٥(٨) = ٤٠$$

$$\text{هـ) نهايا } (٢ق(س) + ١) = ٢(٨) + ١ = ١٦ + ١ = ١٧$$

$$(و) \text{ نهـا }_{\leftarrow 3}^3 ((\text{هـ}) \text{ س}) + (\text{نهـا }_{\leftarrow 3}^3 (\text{س})) = (\text{نهـا }_{\leftarrow 3}^3 (\text{هـ}) + (\text{نهـا }_{\leftarrow 3}^3 (\text{س})) = (7 - 3 + 3) = 7$$

$$6 - = 7 - 9 + 8 - = 7 - 3 \times 3 + (2 -) =$$



$$(ز) \text{ نهـا }_{\leftarrow 3}^3 ((\text{ق}) \text{ س}) + (\text{نهـا }_{\leftarrow 3}^3 (\text{س})) = (4 + 2 + 3) = 9$$

$$= (\text{نهـا }_{\leftarrow 3}^3 (\text{ق}) \text{ س}) + (\text{نهـا }_{\leftarrow 3}^3 (\text{س})) + (\text{نهـا }_{\leftarrow 3}^3 (\text{س})) = (4 + 2 + 3) = 9$$

$$20 = 4 + 6 + 6 - 16 = 4 + 3 \times 2 + 2 - \times 3 + 8 \times 2$$

(٢) جد قيمة كل مما يأتي:

$$(أ) \text{ نهـا }_{\leftarrow 2}^2 ((\text{س}) \text{ هـ}) - (\text{نهـا }_{\leftarrow 2}^2 (\text{س})) + (\text{نهـا }_{\leftarrow 2}^2 (\text{س})) = 7 - 3 + 3 = 7$$

$$(ب) \text{ نهـا }_{\leftarrow 1}^1 ((\text{س}) \text{ هـ}) + (\text{نهـا }_{\leftarrow 1}^1 (\text{س})) = (2 - 5 + 3) = 0$$

$$(ج) \text{ نهـا }_{\leftarrow 1}^1 ((\text{س}) \text{ هـ}) + (\text{نهـا }_{\leftarrow 1}^1 (\text{س})) = (2 + 3) = 5$$

الحل:

$$(أ) \text{ نهـا }_{\leftarrow 2}^2 ((\text{س}) \text{ هـ}) - (\text{نهـا }_{\leftarrow 2}^2 (\text{س})) + (\text{نهـا }_{\leftarrow 2}^2 (\text{س})) = 7 - 3 + 3 = 7$$

$$7 - (2 -) 6 + (2 -) 5 - (2 -) 3 = 7 - 12 + 10 - 3 = 2$$

$$(ب) \text{ نهـا }_{\leftarrow 1}^1 ((\text{س}) \text{ هـ}) + (\text{نهـا }_{\leftarrow 1}^1 (\text{س})) = (2 - 5 + 3) = 0$$

$$8 = 4 \times 2 = (2 - 5 + 1) (1 + 1) =$$

$$(ج) \text{ نهـا }_{\leftarrow 1}^1 ((\text{س}) \text{ هـ}) + (\text{نهـا }_{\leftarrow 1}^1 (\text{س})) = (2 + 3) = 5$$



$$(٣) \text{ إذا كانت نهـا}^{(٣)}_{(٣)} = (١ + ٢س + (٣)ق(س))، \text{ فجد نهـا}^{(٣)}_{(٣)} \text{ س} \leftarrow ٢$$

الحل:

$$٢٧ = (١ + ٢س) \text{ نهـا}^{(٣)}_{(٣)} \text{ س} \leftarrow ٢$$

$$٢٧ = (١ + ٢ \times ٢) + (٣)ق(س) \text{ نهـا}^{(٣)}_{(٣)} \text{ س} \leftarrow ٢$$

$$٢٧ = ٣ - (٣)ق(س) \text{ نهـا}^{(٣)}_{(٣)} \text{ س} \leftarrow ٢$$

$$٣٠ = (٣)ق(س) \text{ نهـا}^{(٣)}_{(٣)} \text{ س} \leftarrow ٢$$

$$١٠ = (٣)ق(س) \text{ نهـا}^{(٣)}_{(٣)} \text{ س} \leftarrow ٢$$

$$\text{نهـا}^{(٣)}_{(٣)} = \text{نهـا}^{(٣)}_{(٣)} \text{ س} \leftarrow ٢$$

$$١٠٠٠ = ١٠ =$$

$$(٤) \text{ إذا كانت نهـا}^{(٣)}_{(٣)} = (١ + ٥س + ٢م) \text{ س} \leftarrow ٣، \text{ فما قيمة الثابت م؟}$$

الحل:

$$٢٥ = (١ + ٥س + ٢م) \text{ نهـا}^{(٣)}_{(٣)} \text{ س} \leftarrow ٣$$

$$٢٥ = ١ + ٣ \times ٥ + ٢م \text{ نهـا}^{(٣)}_{(٣)} \text{ س} \leftarrow ٣$$

$$٢٥ = ١٦ + ٢(٣)م$$

$$١٦ - ٢٥ = ٢م$$

$$٩ = ٢م$$

$$١ = م$$

$$(٥) \text{ إذا كان ق(س) = } \left. \begin{array}{l} ٤س + ١, \text{ س} > ٠, \\ ٥ - س^٢, \text{ س} \leq ٠, \end{array} \right\} \text{ فجد قيمة كل مما يأتي:}$$

(أ) نهـاق(س) $\leftarrow ١$ (ب) نهـاق(س) $\leftarrow ٢$ (ج) نهـاق(س) $\leftarrow ٠$

الحل:

(أ) نهـاق(س) $\leftarrow ١$ $٤ = ٤س + ١ = ٤(١) + ١ = ٥$

(ب) نهـاق(س) $\leftarrow ٢$ $٧ = ٥ - س^٢ = ٥ - ٢^٢ = ٥ - ٤ = ١$

(ج) نهـاق(س) $\leftarrow ٠$ $٥ = ٤س + ١ = ٤(٠) + ١ = ١$

نهـاق(س) $\leftarrow ٠$ $١ = ٤س + ١ = ٤(٠) + ١ = ١$

نهـاق(س) غير موجودة.



$$(٦) \text{ إذا كان هـ(س) = } \left. \begin{array}{l} ١ + س^٢, \text{ س} \neq ٣, \\ ٨, \text{ س} = ٣, \end{array} \right\} \text{ فجد قيمة كل مما يأتي:}$$

(أ) نهـاهـ(س) $\leftarrow ٥$ (ب) نهـاهـ(س) $\leftarrow ٣$ (ج) هـ(٣)

الحل:

$$٢٦ = ١ + ٢٥ = (س) \quad \leftarrow ٥$$

$$١٠ = ١ + ٢٣ = (س) \quad \leftarrow ٣$$

$$٨ = (٣) \quad \leftarrow ٣$$

$$(٧) \text{ إذا كان ق (س) } = \left. \begin{array}{l} \text{أ س} + ٤, \quad \text{س} > ٢ \\ \text{س} + ٢٥, \quad \text{س} \leq ٢ \end{array} \right\}$$

وكانت نهـ ق (س) موجودة، فما قيمة الثابت أ؟
 $\leftarrow ٢$

الحل:

نهـ ق (س) موجودة،
 $\leftarrow ٢$

$$\text{نهـ} + ٢٥ = \text{أ} + \text{نهـ} + ٤ \quad \leftarrow ٢ \quad \leftarrow ٢$$

$$٤ + ٢٠ = ٢ + ٢٠$$

$$٤ - ٢٠ = ٢ - ٢٠$$

$$١٦ = ٢$$

$$(٨) \text{ إذا كان ق(س) = } \left. \begin{array}{l} \text{س}^2 + ١, \quad \text{س} > ٢, \\ \text{س}^5, \quad ٢ \leq \text{س} \leq ٦, \\ \text{س}^2 - ٦, \quad \text{س} < ٦ \end{array} \right\}$$

فجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن وجدت):

أ) $\lim_{\text{س} \rightarrow ٠} \text{ق(س)}$ ب) $\lim_{\text{س} \rightarrow ٢} \text{ق(س)}$

ج) $\lim_{\text{س} \rightarrow ٤} \text{ق(س)}$ د) $\lim_{\text{س} \rightarrow ٦} \text{ق(س)}$

الحل:

أ) $\lim_{\text{س} \rightarrow ٠} \text{ق(س)} = ١ + ١ = ٢$

ب) $\lim_{\text{س} \rightarrow ٢} \text{ق(س)} = ٢ \times ٥ = ١٠$

← $\lim_{\text{س} \rightarrow ٢} \text{ق(س)} = \text{غير موجودة.}$

ج) $\lim_{\text{س} \rightarrow ٤} \text{ق(س)} = ١ + ٢^2 = ٥$

د) $\lim_{\text{س} \rightarrow ٤} \text{ق(س)} = ٤ \times ٥ = ٢٠$

د) $\lim_{\text{س} \rightarrow ٦} \text{ق(س)} = ٦ - ٣٦ = ٦ - ٣٠ = ٣٠$

ج) $\lim_{\text{س} \rightarrow ٦} \text{ق(س)} = ٦ \times ٥ = ٣٠$

د) $\lim_{\text{س} \rightarrow ٦} \text{ق(س)} = ٣٠$

$$(٩) \text{ إذا كان ق(س) = } \left. \begin{array}{l} ٣ - \text{س}, \quad \text{س} > ٢, \\ ١٠, \quad \text{س} < ٢ \end{array} \right\}$$

وكانت $\lim_{\text{س} \rightarrow ٢} \text{ق(س)}$ موجودة، فجد قيمة الثابت أ؟

الحل:

نهـاق(س) موجودة $\leftarrow \leftarrow$
س $\leftarrow 2$

نهـاق(س) = نهـاق(س)
س $\leftarrow 2$ + س $\leftarrow 2$ -

نهـا (3س - أ) = ١٠
س $\leftarrow 2$ -

أ - 2 × 3 = ١٠

أ - 6 = ١٠

أ = ٤