

إجابات تمارين ومسائل الدرس

نظريات النهايات

(١) إذا كان $ق(س) = س^2 - س - ٦$ ، $ل(س) = س^2 - ٢س - ٣$ ، فجد كلاً مما يأتي:

أ) $نَهايا_{س \rightarrow ١} (ق(س) + ل(س))$ ب) $نَهايا_{س \rightarrow ١} ق(س) \times ل(س)$

ج) $نَهايا_{س \rightarrow ١} \frac{ل(س)}{ق(س)}$ د) $نَهايا_{س \rightarrow ٢} (ل(س))$

هـ) $نَهايا_{س \rightarrow ٢} \sqrt[٢]{١ - ل(س)}$ و) $نَهايا_{س \rightarrow ١} \frac{ل(س)}{ق(س)}$

الحل:

أ) $نَهايا_{س \rightarrow ١} (ق(س) + ل(س)) = (٦ - ١ - ١) + (٣ - ٢ - ١) = ١٠ -$

ب) $نَهايا_{س \rightarrow ١} ق(س) \times ل(س) = ٦ - \times ٤ - = ٢٤$

ج) $نَهايا_{س \rightarrow ١} \frac{ل(س)}{ق(س)} = \frac{٤ -}{٦ -} = \frac{٢}{٣}$

د) $نَهايا_{س \rightarrow ٢} (ل(س)) = (٢ - ٢ \times ٢ - ٣) = ٨١$

هـ) $نَهايا_{س \rightarrow ٢} \sqrt[٢]{١ - ل(س)} = \sqrt[٢]{٣ - - ٤} = \sqrt[٢]{٤}$

و) $نَهايا_{س \rightarrow ١} \frac{ل(س)}{ق(س)} = \frac{٣ - ٢ + ١}{٦ - + ١ + ١} = \frac{\text{صفر}}{٤ -} = \text{صفر}$

(٢) إذا كانت $نَهايا_{س \rightarrow ٢} ٢ع(س) = ١٠$ ، $نَهايا_{س \rightarrow ٢} ٣ل(س) = ٧$ ، فجد كلاً مما يأتي:

أ) $نَهايا_{س \rightarrow ٢} (٢ع(س) + ل(س))$ ب) $نَهايا_{س \rightarrow ٢} (٢ع(س) - ل(س))$

ج) $نَهايا_{س \rightarrow ٢} \frac{\sqrt[٢]{ل(س)}}{ع(س)}$ د) $نَهايا_{س \rightarrow ٢} (٢ع(س) - ل(س))$

الحل:

$$\text{نهاية } 3 \text{ ل (س)} = 1 + 7 = 8$$

$$\text{نهاية } 3 \text{ ل (س)} = 1 + 7 = 8$$

$$\text{نهاية } 3 \text{ ل (س)} = 6$$

$$\text{نهاية } 3 \text{ ل (س)} = 2$$

$$\text{نهاية } 2 \text{ ع (س)} = 10$$

$$\frac{2}{2} \text{ نهاية } (2 \text{ ع (س)}) = \frac{1}{2}$$

$$\text{نهاية } 2 \text{ ع (س)} = 5$$

$$\text{أ) نهاية } (2 \text{ ع (س)} + 3 \text{ ل (س)}) = 2 + 5 \times 2 = 12$$

$$\text{ب) نهاية } (2 \text{ ع (س)} - 3 \text{ ل (س)}) = 2 - 5 = -3$$

$$\text{ج) نهاية } \frac{2}{5} \sqrt{3 \text{ ل (س)}} = \frac{2}{5} \sqrt{3}$$

$$\text{د) نهاية } (2 \text{ ع (س)} - 3 \text{ ل (س)}) = 2 - 5 = -3$$

٣) جد كلاً مما يأتي:

$$\text{ب) نهاية } |25 - 3 \text{ ل (س)}| = 25$$

$$\text{أ) نهاية } |25 - 3 \text{ ع (س)}| = 25$$

$$\text{د) نهاية } |64 - 3 \text{ ل (س)}| = 64$$

$$\text{ج) نهاية } |2 - 3 \text{ ل (س)}| = 2$$

$$\text{و) نهاية } (3 \text{ ل (س)} + |3 \text{ ل (س)}|) = 6$$

$$\text{هـ) نهاية } [2 - 3 \text{ ل (س)}] = 2$$

$$\text{ح) نهاية } \sqrt{3 \text{ ل (س)} - 1} = \sqrt{2}$$

$$\text{ز) نهاية } \sqrt{5 - 3 \text{ ل (س)}} = \sqrt{2}$$

$$\text{ط) نهاية } \sqrt{4 + 3 \text{ ل (س)} + 4 + 3 \text{ ع (س)}} = \sqrt{8}$$

الحل:

س^۲ - ۲۵ = صفر $\Leftarrow$ س = ± 5

$$\text{نہا}^{\pm_{\leq 3}}_s = | \text{س} - ۲۵ | = \text{نہا}^{\pm_{\leq 3}}_{(س-۲۵)} = \text{صفر}$$

$$(ب) \text{ نهـا }_{-5 \leq s}^{\text{س}} = |25 - 2^s| = \text{نهـا }_{-5 \leq s}^{\text{س}} - 25 = \text{صفر}$$

$$(ج) \text{ نہا} = |س - ۲| = \text{نہا} = (س - ۲) = \text{صفر}$$

A horizontal number line with arrows at both ends. Three points are marked with yellow circles containing signs: a '+' sign on the left, a '-' sign in the middle, and a '+' sign on the right. Below the line, there are two labels: '-1' under the first '+' sign and '+1' under the second '+' sign.

د (نہا | س ۲ - ۶۴ |

نہا س^۲ - ۶۴ = صفر
س^۲ - ۶۴ = ۰

نہا $\frac{64}{8} - 2 = 8 - 2 = 6$ س = ۶

نہا $|s^2 - 64|$ = صفر


 $1 = 2$
 نهـ (س - ۲)

 س ← ۴

$$\left. \begin{array}{l} 4- \rightarrow s \geq 5- \\ 3- \rightarrow s \geq 4- \end{array} \right\} = [2-s]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نہا} \xrightarrow{+} [2 - \text{س}] = 6 - \\ \text{نہا} \xrightarrow{-} [2 - \text{س}] = 7 - \end{array} \right. \iff \text{نہا} \xrightarrow{\text{س} - 2} [\text{س} - 2] \text{ غیر موجودہ}$$

(و) نہا (س [س] + |س|)

$$\left. \begin{array}{l} ۱ \geq s \geq ۰ \quad , \quad \text{صفر} \\ ۲ \geq s \geq ۱ \quad , \quad ۱ \end{array} \right\} = [s]$$

$$\text{نہا (س [س] + |س|) غیر موجودہ} \iff \begin{cases} \text{نہا (س } \times \text{ } + \text{)} = 1 + 0 = 1 & \text{س} \leftarrow -1 \\ \text{نہا (س } \times \text{ } + \text{)} = 1 + 1 = 2 & \text{س} \leftarrow +1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 5 - s &= \text{صفر} \\ 5 &= s \end{aligned}$$

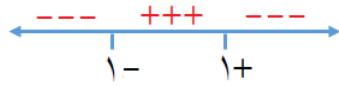


$$z) \text{ نهيا } \sqrt{5-s}$$

$$\text{نهيا } \sqrt{5-s} = \text{صفر}$$

$$1 \pm = s^2 \iff \text{صفر} = s^2 - 1$$

$$ح) \text{ نهيا } \sqrt{s^2 - 1}$$



$$\text{نهيا } \sqrt{s^2 - 1} \begin{cases} \text{غير موجودة} \\ \text{صفر} \end{cases} \iff \text{نهيا } \sqrt{s^2 - 1} \begin{cases} \text{غير موجودة} \\ \text{صفر} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} s + 2 &= \text{صفر} \\ s - 2 &= \end{aligned}$$

$$ط) \text{ نهيا } \sqrt{s^2 + 4s + 4}$$

$$\text{نهيا } \sqrt{(s+2)^2} = |s+2|$$



$$\text{نهيا } |s+2| \begin{cases} \text{صفر} \\ \text{صفر} \end{cases} \iff \text{نهيا } |s+2| \begin{cases} \text{صفر} \\ \text{صفر} \end{cases}$$

٤) جد قيم جـ التي تجعل نهيا $\sqrt{s-6}$ غير موجودة.

الحل:

$$6 = s \iff \text{صفر} = s - 6$$

$$\text{نهيا } \sqrt{s-6}$$

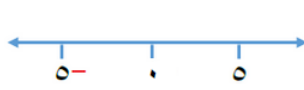


$$\text{نهيا } \sqrt{s-6} \text{ غير موجودة على } [6, \infty)$$

٥) إذا كان $q(s) = [2, 0]$ ، فجد قيم جـ التي تجعل نهيا $[0, 2] = s - 1$

الحل:

$$ق(س) = [س, ٢] = [س, ٢]$$



$$٥ = \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} = ل$$

$$ق(س) = [س, ٢] = [س, ٢] , \quad ١ - \quad , \quad ٥ - \geq س > ٠$$

نهيا $[س, ٢] = ١ -$ قيم ج هي $(٠, ٥ -)$ س ←

$$\left. \begin{array}{l} ٣ \leq س , \quad س - ٢ \leq ٤ \\ ٣ > س , \quad [س - ٦] \end{array} \right\} = (س) \text{ إذا كان ق(س)}$$

وكانت نهيا ق(س) موجودة ، فجد قيمة الثابت أ. س ←

الحل:

$$٣ \geq س > ٢ , \quad ٣ = [س - ٦]$$

$$\text{نهيا } س - ٢ \leq ٤ \text{ نهيا } ٣ \text{ س ←} \quad \text{نهيا } ٣ \text{ س ←}$$

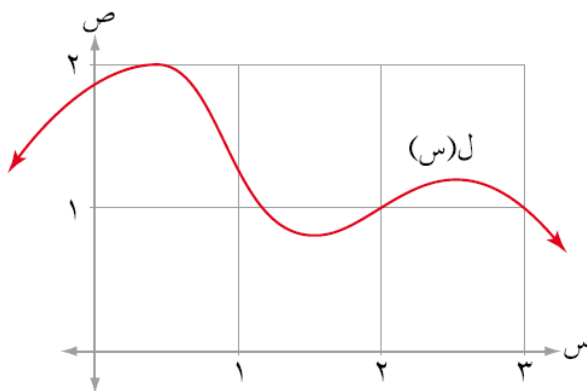
$$\frac{٦}{٤} = \frac{٤}{٤} \quad \Leftrightarrow \quad ٣ = ٤ - ١$$

$$\frac{٣}{٢} = \frac{٦}{٤} = أ \quad \Leftrightarrow$$

(٧) معتمداً الشكل (١-١٥) الذي يمثل منحنى الاقتران ل، جد كلاً مما يأتي:

أ) نهيا ل(٣-٣) س ←

ب) نهيا (س+ل(س)) س ←



الشكل (١-١٥)

الحل:

أ) نهيا ل (٣ - س) ٣ ← ٢

$$ص = ٣ - س$$

$$٣ ← ص \quad \Longleftarrow \quad ٢ ← س$$

$$\text{نهيا ل (٣ - س) ٣} = \text{نهيا ل (ص) ٣}$$

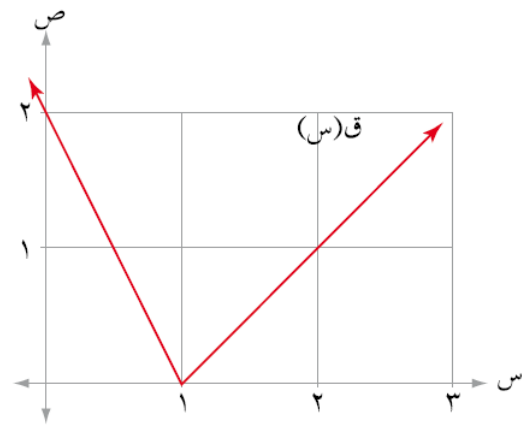
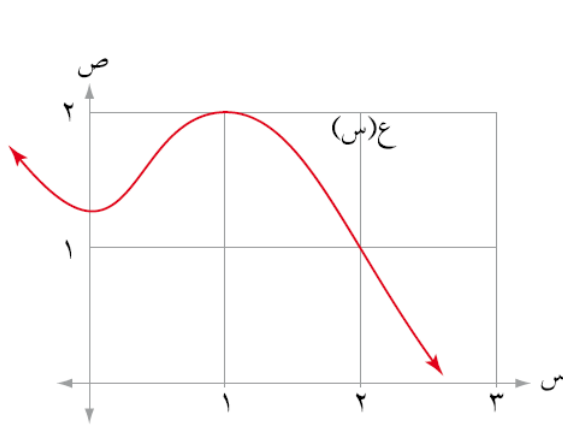
$$١ =$$

ب) نهيا (س + ل (س)) ٣ ← ٢

$$\text{نهيا س} + \text{نهيا ل (س) ٣}$$

$$٣ = ١ + ٢$$

٨) معتمداً الشكل (١٦-١)، الذي يمثل منحنبي الاقترانين ق، ع، جد كلاً مما يأتي:



الشكل (١٦-١)

ب) نهيا (ق(س) × ع(س)) ٣ ← ٢

أ) نهيا (ق(س) + ع(س)) ٣ ← ١

ج) نهيا (٢ ق(س - ١) + ع(س)) ٣ ← ١

الحل:

$$\begin{aligned} \text{أ) } \text{نها} \left(\text{ق}(\text{س}) + \text{ع}(\text{س}) \right)_{\text{س} \leftarrow 1} \\ = \text{نها} \left(\text{ق}(\text{س}) \right)_{\text{س} \leftarrow 1} + \text{نها} \left(\text{ع}(\text{س}) \right)_{\text{س} \leftarrow 1} \\ = \text{صفر} + 2 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } \text{نها} \left(\text{ق}(\text{س}) \times \text{ع}(\text{س}) \right)_{\text{س} \leftarrow 2} \\ = \text{نها} \left(\text{ق}(\text{س}) \right)_{\text{س} \leftarrow 2} \times \text{نها} \left(\text{ع}(\text{س}) \right)_{\text{س} \leftarrow 2} \\ = 1 \times 1 = 1 \end{aligned}$$

$$\text{ج) } \text{نها} \left(2 \text{ ق}(\text{س}) + (1 - \text{س}) \right)_{\text{س} \leftarrow 1}$$

$$\begin{aligned} \text{ص} = 1 - \text{س} \\ \text{س} \leftarrow 1 \\ \text{ص} \leftarrow \text{صفر} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \text{ نها} \left(\text{ق}(\text{ص}) \right)_{\text{ص} \leftarrow 0} + \text{نها} \left(\text{ع}(\text{س}) \right)_{\text{س} \leftarrow 1} \\ = 2 \times 2 + 2 = 6 \end{aligned}$$

٩) إذا كان ق كثير حدود يمر بالنقطة $(-3, 4)$ ، وكانت نها $(\text{س} - \text{ل}(\text{س}))_{\text{س} \leftarrow 3} = 10$

$$\text{فجد نها} \left(\text{ق}^2(\text{س}) - 2 \text{ ل}(\text{س}) \right)_{\text{س} \leftarrow 3}$$

الحل:

ق كثير حدود يمر بالنقطة $(-3, 4)$ ، فيكون $\text{ق}(-3) = 4$ ومنه: نها $\text{ق}(\text{س})_{\text{س} \leftarrow 3} = 4$

$$\text{نها} \left(\text{س} - \text{ل}(\text{س}) \right)_{\text{س} \leftarrow 3} = 10$$

$$3 - \text{نها} \left(\text{ل}(\text{س}) \right)_{\text{س} \leftarrow 3} = 10$$

$$\text{نها} \left(\text{ل}(\text{س}) \right)_{\text{س} \leftarrow 3} = 7$$

$$\text{نها} \left(\text{ق}^2(\text{س}) - 2 \text{ ل}(\text{س}) \right)_{\text{س} \leftarrow 3} =$$

$$4^2 - 2 \times 7 = 16 - 14 = 2$$

١٠) إذا كان ع كثير حدود باقي قسمته على $(\text{س} - 2)$ يساوي ٥، فجد نها $(3 \text{ ع}(\text{س}) + 4 \text{ س}^2)_{\text{س} \leftarrow 2}$

الحل:

لأن ε كثير حدود وباقي قسمته على $(s-2)$ يساوي 5 ، فيكون $\varepsilon(2) = 5$ ، ومنها:

$$\varepsilon(s) = 5$$

إذاً:

$$\varepsilon(s) = 5 + 4s^2$$

$$31 = 16 + 15 = 5 \times 3 + 4(2)$$